4,0

Cálculo Fundamental

Primeira Prova - Segunda Chamada

01.[3 pontos] Calcule os limites a seguir. Se o limite não é um número finito, diferencie entre $+\infty$, $-\infty$, e um limite que não existe. Justifique sua resposta, pelo menos um pouco.

(a)
$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$$

(b)
$$\lim_{x\to4}\frac{\sqrt{x}}{(x-4)^2}$$

(c)
$$\lim_{x\to2}\frac{x^3-8}{x^2+x-6}$$

(d)
$$\lim_{x\to\infty}\frac{\operatorname{sen}(x)}{x^2}$$

02.[2 pontos] Resolva os itens a seguir.

(a) Encontre uma equação para a reta tangente à curva $y=\sqrt{x}$ no ponto $(9,3)$.

(b) Use o resultado do item (a) para encontrar um valor aproximado para $\sqrt{9,2}$.

03.[3 pontos] Calcule a derivada das funções a seguir.

(a) $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$

(b) $f(x)=x\ln(x)$

(c) $f(x)=(x^2+1)^{100}$

(d) $f(x)=(e^{2x}+1)^{100}$

04.[2 pontos] Considere a função $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $f(x)=\begin{cases} e^{-\frac{1}{x}}, & \text{se } x>0 \\ 0, & \text{se } x\leq 0 \end{cases}$.

(a) Calcule $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)$ e $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$.

(b) Existe $\lim\limits_{x\to0}f(x)$? Justifique sua resposta.

(c) A função f é contínua no ponto 0? Justifique sua resposta.

(d) A função f é derivável no ponto 0? Justifique sua resposta.

3d) $f(x) = (e^{2x}+1)^{100}$ $\Rightarrow f'(x) = 100(e^{2x}+1)^{99} \cdot 2e^{2x}$

0,25

$Ax = (x)^{100}$ $B_x = e^{2x}+1$

$f'(x) = 2e^{2x}$

$Ax = 2x$ $B_x = (e)^x$

4a) a) $\lim\limits_{x\to 0^-} = 0$ por definição

$\lim\limits_{x\to 0^+} = e^{\frac{-1}{0}} = e^{-\infty} = -\infty$ 0

b) Não, já que os limites ~~laterais~~ são distintos 0

c) Não, pois o $\lim\limits_{x\to 0^-} = -\infty \neq f(0) = 0$ 0

Total: 0/2

d) Não, logo que $f(x)$ contínua em 0 ~~implica~~ em $f(x)$ derivável em 0. 0

1º) D) $\lim\limits_{x\to 4} \frac{\sqrt{x}}{(x-4)^2} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{x}}{x-4}}{\frac{(x-4)^2}{\cancel{(x-4)}}} = \frac{\sqrt{x} \cdot \cancel{(x-4)}}{\cancel{(x-4)}} = \sqrt{4} = 2$ X 0

1a) $\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x}-3}{x-4} \Rightarrow \lim \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} = \lim \frac{x-4}{(x-4)(\sqrt{x}+3)} = \frac{1}{\sqrt{\infty}+3} = 0$ 0,5

b) ~~$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x}}{(x-4)^2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x}\cdot(x^2-8x+16)} = \frac{x}{\sqrt{x}\cdot x\cdot(x-8+\frac{16}{x})} = \frac{1}{\sqrt{4}\cdot(4-8+\frac{16}{4})} = \infty$~~

1-B - no verso

c) $\lim_{x \to 2} \frac{x^3-8}{x^2+x-6} \Rightarrow \frac{\cancel{(x-2)}\cdot(x^2+2x+4)}{\cancel{(x-2)}\cdot(x+3)} \Rightarrow \frac{(2)^2+2\cdot(2)+4}{(2)+3} \Rightarrow \frac{12}{5}$ // 0,75

d) Usando o teorema do confronto, temos que os valores possíveis para sen(x)

$-1 \leq \text{sen}(x) \leq 1$ 0,5

Sendo assim $\lim_{x \to \infty} \frac{\text{sen}(x)}{x^2}$ tende a -0 (~~tende a 0~~) por valores de sen(x) negativos e tende a $+0$ por valores do sen(x) positivos → errado!

Total: 1,75/3

2a) $y = \sqrt{x}$ $y' = m = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\frac{1}{6} = \frac{y-4}{x-3} \Rightarrow y = \frac{(x-3)}{6} - 4$

$m(9) = \frac{1}{2\sqrt{9}} = \frac{1}{6}$ 0,25

b) ~~$y = \frac{(\sqrt{9}, 2 - 3)}{6} - 4$~~

~~$y = -9$~~ // 0

Total: 0,25/2

3a) $f'(x) = \frac{1\cdot(x^2+1) - x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} \Rightarrow (x^2+1)\cdot(1-2$ 0,25

b) $f'(x) = 1\cdot(\ln x) + x\cdot\frac{1}{x} = \ln x + 1$ // 0,75

c) $f'(x) = 100(x^2+1)^{99}\cdot 2x$ 0,75

$Ax = (x)^{100}$

$Bx = x^2+1$

Total: 2/3