Co-fator (ou cofator) algébrico

Fórmula: $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot \det(M_{ij})$

A_{ij} → cofator do elemento a_{ij}

$\det(M_{ij})$ → Matriz A "sem a linha i" e "sem a coluna j"

Exemplo:

Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

a) Calcule o cofator do elemento a_{43};

b) Calcule o cofator do elemento a_{44};

a) $A_{43} = (-1)^{4+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 6 \end{vmatrix}$

$A_{43} = -(-6) = 6$

(6 é o cofator do 3)

b) $A_{44} = 0$

(0 é o cofator do −1)

Redução de ordem – Teorema de Laplace

* Escolher uma fila (linha ou coluna)

* Calcular os cofatores dos elementos não nulos

* Somar os produtos entre **cada elemento** e o **seu cofator**

Exemplo:

Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

$$\det(A) = a_{43} \cdot A_{43} + a_{44} \cdot A_{44} = 3 \cdot 6 + (-1) \cdot 0 = 18$$

1. Se $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ calcule os cofatores dos elementos a_{12} e a_{33}.

2. Considerando A a mesma matriz do exercício anterior calcule o det(A) utilizando o Teorema de Laplace. Calcule também utilizando a Regra de Sarrus para verificar o resultado obtido anteriormente.

3. Calcule $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & -4 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

4. Construa uma matriz quadrada de ordem 4, utilizando as seguintes regras:

I. Coloque um dígito do ano do seu nascimento em cada coluna da primeira linha;

II. Coloque um dígito do dia* e mês do seu nascimento em cada coluna da segunda linha;

* se você nasceu do dia 1 ao dia 9, utilize 01, 02, …, 09.

III. Considere os quatro últimos dígitos do seu R.A. ou R.M.. Escreva cada dígito em uma coluna da terceira linha da matriz;

IV. Na quarta linha os elementos serão 0, 1, 2 e 3;

Calcule o determinante dessa matriz.