

Determinante

É um **número** calculado a partir dos elementos de uma matriz quadrada

O determinante é utilizado na Álgebra Linear como discriminante em algumas situações.

Exemplo:

Se $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$, seu determinante será denotado por:

– $\det(A)$;

– $|A|$;

– ou $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 5 \end{vmatrix}$.

É um **número** calculado a partir dos elementos de uma matriz quadrada

O determinante é utilizado na Álgebra Linear como discriminante em algumas situações.

Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz A

Coleção de números

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Determinante da matriz A

Um número
(que será calculado)

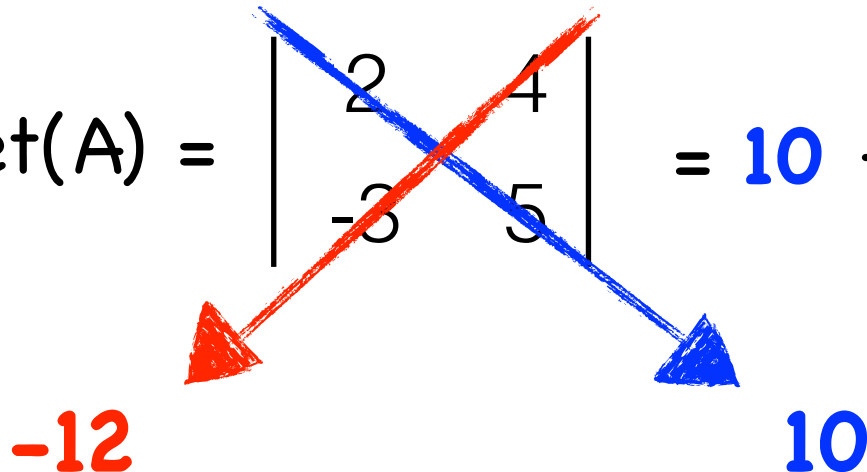
Matriz quadrada de ordem 1

Exemplo:

$$\text{Se } A = [-3], \text{ então } \det(A) = -3$$

Matriz quadrada de ordem 2

Exemplo:

$$\text{Se } A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}, \text{ então } \det(A) = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 10 - (-12) = 22$$


Outros exemplos:

$$1) \begin{vmatrix} -1 & 8 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 - (16) = -16$$

Diagram illustrating the calculation of the determinant for example 1. A red arrow points from the top-left element (-1) to the bottom-right element (0), and a blue arrow points from the top-right element (8) to the bottom-left element (2). The result is shown as $0 - (16) = -16$, with 16 in red and 0 in blue.

$$2) \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 10 & 4 \end{vmatrix} = 20 - (20) = 0$$

Diagram illustrating the calculation of the determinant for example 2. A red arrow points from the top-left element (5) to the bottom-right element (4), and a blue arrow points from the top-right element (2) to the bottom-left element (10). The result is shown as $20 - (20) = 0$, with 20 in red and 20 in blue.

3) Calcule o valor de x para que

$$\begin{vmatrix} 2 & x \\ 5 & x \end{vmatrix} = 6 \quad 2x - 5x = 6$$

$$x = -2$$

Matriz quadrada de ordem 3

(Regra de Sarrus)

Exemplo:

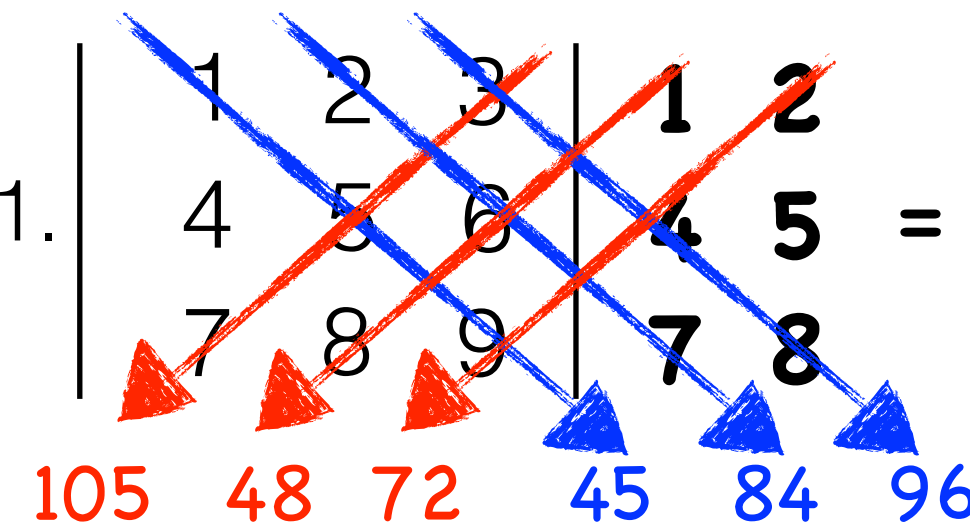
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -3 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -3 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Red arrows (down-right)} \\ \text{Blue arrows (down-left)} \end{matrix}$$

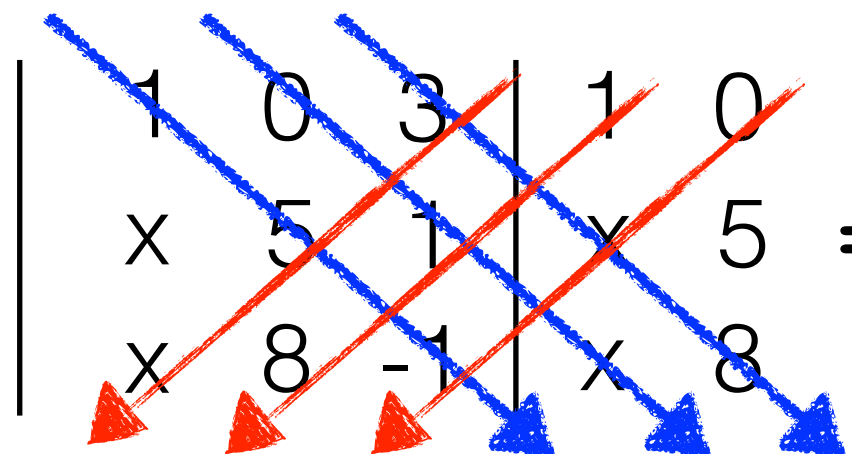
20 0 -27 6 -30 0

$$\det(A) = [6 + (-30) + 0] - [20 + 0 + (-27)] = [-24] - [-7] = -17$$

Faça você mesmo...

1.  $= [225] - [225] = 0$ Matriz Singular

2. Calcule o valor de x para que $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ x & 5 & 1 \\ x & 8 & -1 \end{vmatrix} = 5$.

 $= [-5 + 24x] - [15x + 8] = 5$

$9x - 13 = 5$ portanto, $x = 2$

Tarefa

1) Calcule

$$\begin{array}{llll} \text{a)} & \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} & \text{b)} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} & \text{c)} & \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & \text{d)} & \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} \\ 29 & & -2 & & 0 & & 10 & \end{array}$$

2) Calcule o valor de x para que $\begin{vmatrix} 2x & 2 \\ -5 & 3 \end{vmatrix} = 20$.

$x=5/3$

3) Calcule o valor de 2^x se $x = \begin{vmatrix} 8 & -7 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$.

Resposta final: $1/4$

4) Calcule os determinantes a seguir...

$$\begin{array}{llll} \text{a)} & \begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 \\ -4 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & 10 \end{vmatrix} & \text{b)} & \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -4 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & 5 \end{vmatrix} & \text{c)} & \begin{vmatrix} 4 & 6 & 8 \\ -3 & 1 & -2 \\ 15 & 0 & 9 \end{vmatrix} & \text{d)} & \begin{vmatrix} 8 & -2 & 9 \\ 6 & 1 & 0 \\ 4 & -3 & 15 \end{vmatrix} \\ 300 & & 0 & & -102 & & 102 & \end{array}$$

5) Considere a equação matricial $\begin{bmatrix} x & -1 \\ 0 & w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4-z & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & y \\ z & 7 \end{bmatrix}$, em que x, y, z e w são números reais. Sendo M a matriz

$\begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix}$, o determinante da matriz M é igual a

- a) -7.
- b) - 4.
- c) 0.
- d) 4.
- e) 7.

6) Calculando-se o determinante a seguir, obtém-se

C

$$\begin{vmatrix} y & 2 & -1 \\ 4 & 5 & x \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

- a) $-4x^2y + 15y - 37$
- b) $-2x + 17xy^2 - 37$
- c) $-2x - 2xy + 15y - 37$
- d) $-2x + 2xy - 15y - 37$
- e) $-2x^2y - 17xy^2 - 37$

- 7) Sabendo que a e b são números reais, considere a matriz quadrada de ordem 3,
D

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ b & 1 & a \\ 2 & b & 2 \end{pmatrix}.$$

Se a soma dos elementos em cada linha da matriz A tem sempre o mesmo valor, então o determinante de A é igual a

- a) 0.
- b) 2.
- c) 5.
- d) 10.

- 8) Se o determinante da matriz:
E

$$A = \begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2x & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

é nulo, então:

- a) $x = -3$
- b) $x = -\frac{7}{4}$
- c) $x = -1$
- d) $x = 0$
- e) $x = \frac{7}{4}$