Matriz Inversa

* Cofatora (Matriz dos cofatores) $\cancel{a_{ij}}$ A_{ij} **Substituir cada elemento pelo seu cofator**

* Adjunta (Transposta da Matriz dos cofatores) $Adj(A)$ **Transpor a matriz obtida**

* A matriz inversa de **A** será dada por: $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot Adj(A)$ **Dividir cada elemento pelo determinante**

Exemplo: Calcule a inversa de $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ $\quad det(A) = 4 - 6 = -2$

$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot |4| = 4 \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot |3| = -3$

$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot |2| = -2 \quad A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot |1| = 1$

$$A^{-1} = \frac{1}{-2} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

Cofatora

$$\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Transposta}} Adj(A) = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

1. a) Calcule a inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. $det(A) = 5 - 6 = -1$

$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \det([5]) = 5$

$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \det([3]) = -3$

$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot \det([2]) = -2$

$A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot \det([1]) = 1$

$$\text{Cofatora (A)} = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Adj (A)} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

Porque precisamos da matriz inversa?

$$A.X=B$$

Não podemos "passar" a matriz A dividindo!

Multiplicamos os dois membros por A^{-1}, assim,

$$\underbrace{A^{-1}.A}_{I_n}.X=A^{-1}.B$$

$$X=A^{-1}.B$$

1. a) Calcule a inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

b) Calcule os valores de x e de y para que $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$$\underbrace{A^{-1} \cdot A}_{I_n} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{-5 \quad 2} \\ 3 \quad -1 \end{bmatrix} \cdot \boxed{\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 7 \end{pmatrix}$$