

# EA614 - Análise de Sinais

## Exercício de Fixação de Conceitos (EFC) 2 – Série de Fourier

Turma A – 2º semestre de 2020

Prof: Levy Boccato Email: lboccato@dca.fee.unicamp.br

PED-C: Renan Del Buono Brotto Email: rbrotto@decom.fee.unicamp.br

## Introdução

A série de Fourier permite caracterizar sinais periódicos através de uma combinação linear de exponenciais complexas, conforme a equação de síntese:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}, \quad (1)$$

onde  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$  denota a frequência fundamental,  $T$  denota o período fundamental do sinal  $x(t)$  e os valores  $a_k$  são os coeficientes da série. Tais coeficientes são dados pela equação de análise:

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad (2)$$

O objetivo deste exercício computacional é estudar a série de Fourier para a onda “dente de serra” através de simulações computacionais. A seguir, é apresentado o roteiro do experimento.

## Parte Computacional

Considere a onda “dente de serra”, de amplitude unitária, com período  $T = 4$  s, definida em um período por:

$$x(t) = -\frac{2}{T}t, \quad \text{para } -\frac{T}{2} < t \leq \frac{T}{2} \quad (3)$$

A Figura 1 apresenta 3 períodos do sinal em questão:

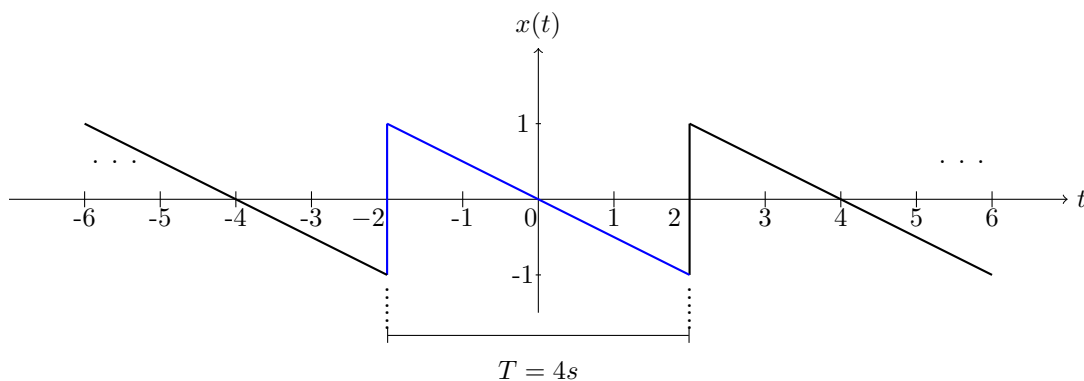


Figura 1: Onda “dente de serra” (ilustração de 3 períodos).

- (a) Obtenha os coeficientes  $a_k$  da série de Fourier da onda “dente de serra” com período  $T$ . **Dica:** calcule o coeficiente  $a_0$  separadamente, lembrando que ele corresponde ao nível DC do sinal.
- (b) Com os coeficientes obtidos anteriormente, implemente um programa que aproxime a onda “dente de serra” pela sua série de Fourier com  $N$  harmônicas:

$$\tilde{x}_N(t) = \sum_{k=-N}^N a_k e^{jk\omega_0 t} \quad (4)$$

- (c) Exiba, em gráficos diferentes, a onda “dente de serra” dada por (3) junto com sua aproximação dada pela série de Fourier com os valores  $N = 1, 10, 20, 50$ , para um período do sinal. Procure usar cores distintas para cada uma das séries obtidas, bem como para a onda “dente de serra”. Neste item, portanto, devem ser gerados quatro gráficos, sendo que cada gráfico mostrará duas curvas: a onda “dente de serra” e a aproximação em série de Fourier para o valor adotado de  $N$ .
- (d) Para cada um dos valores de  $N$  do item anterior, calcule a energia do erro  $E_N$ :

$$E_N = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left( x(t) - \tilde{x}_N(t) \right)^2 dt \quad (5)$$

No caso desta simulação, a integral da energia do erro pode ser substituída pela média de  $\left( x(t) - \tilde{x}_N(t) \right)^2$ , uma vez que estamos lidando com sinais discretos.

- (e) Para  $N = 50$ , plote o módulo dos coeficientes da série  $|a_k|$  em função de  $\omega$  e discuta a simetria observada. Como queremos plotar uma sequência de valores discretos, utilize o comando `stem()` no Matlab.
- (f) Considere o circuito analógico mostrado na Figura 2, que corresponde a um sistema LIT cuja resposta em frequência é dada por  $H(j\omega) = \frac{1}{1-j\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)}$ , onde  $\omega_c = \frac{1}{RC}$  é a frequência de corte do filtro (em rad/s). Plote o módulo e a fase da resposta em frequência e discuta a ação deste sistema como um filtro. (Dica: utilize os comandos `abs()` e `angle()` do Matlab).

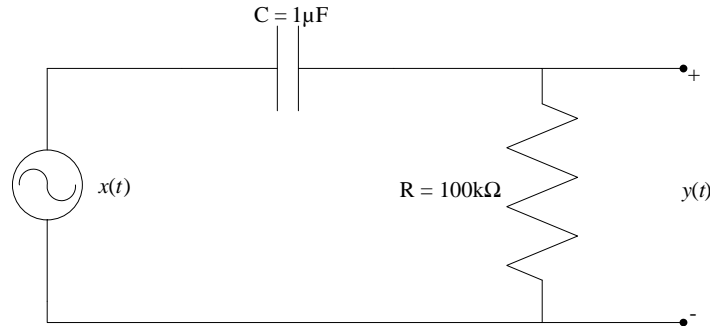


Figura 2: Circuito RC que implementa um filtro analógico.

- (g) Tendo como base os conceitos de autofunção e autovalor, mostre a forma de onda  $y(t)$  observada na saída do sistema LIT do item (f) quando a entrada é a onda “dente de serra” aproximada com  $N = 50$ . Comente a forma de onda obtida.
- (h) A Figura 3 mostra a resposta do sistema LIT do item (f) à onda dente de serra da Figura 1. Explique as diferenças entre o gráfico da Figura 3 e a resposta do sistema observada no item (g).

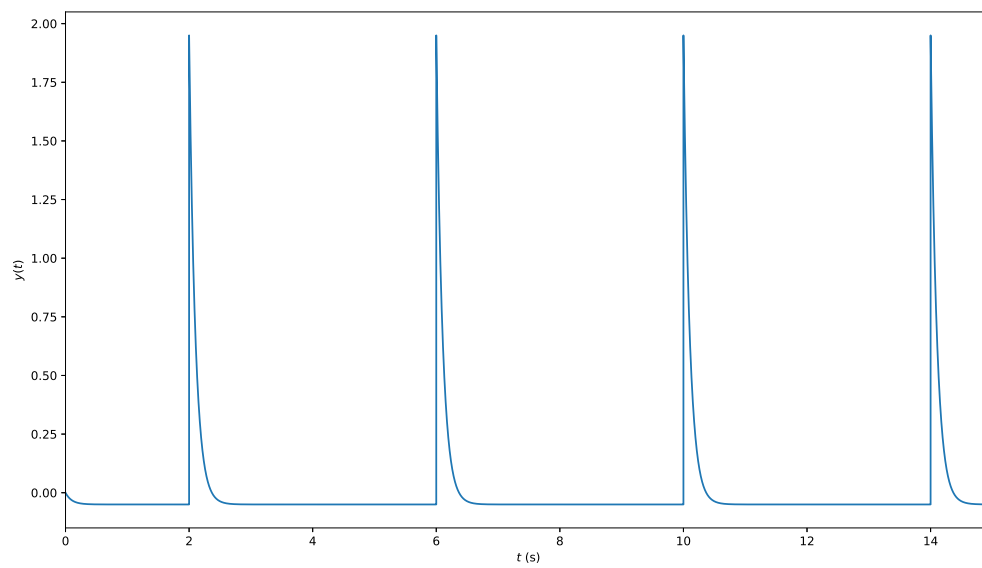


Figura 3: Resposta do circuito da Figura 2 ao sinal dente de serra da Figura 1.