EA614 - Análise de Sinais

1º Exercício de Fixação de Conceitos (EFC) – Sistemas LIT e Convolução

Bryan Wolff RA: 175997

- **Questão A**

Para determinar o comprimento P da sequência x[n] gerada na saída do canal em função de K e D, devemos analisar o intervalo de "n" da convolução de s[k] e s[n-k]. Nessa perspectiva, sabemos que:

$$\mathbf{s}[\mathbf{k}]: 0 \leq \mathrm{k} \leq \mathrm{K}-1$$
$$\mathbf{h}[\mathbf{k}]: 0 \leq \mathrm{k} \leq \mathrm{D}-1$$
$$\mathbf{h}[-\mathbf{k}]: -(\mathrm{D}-1) \leq \mathrm{k} \leq 0$$
$$\mathbf{h}[\mathbf{n}-\mathbf{k}]: \mathrm{n}-(\mathrm{D}-1) \leq \mathrm{k} \leq \mathrm{n}$$

Dessa forma, percebe-se que x[n] possuí um limite superior quando K-1 = n - (D – 1). Isolando "n", temos que $0 \leq \mathrm{n} < \mathrm{K}+\mathrm{D}-2$. Ou seja:

$$\therefore \mathbf{P} = \mathbf{K} + \mathbf{D} - \mathbf{1}$$

- **Questão B**

Sabemos que $\mathrm{x}[\mathrm{n}] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathrm{s}[\mathrm{k}] \cdot \mathrm{h}[\mathrm{n}-\mathrm{k}]$ e que s[n] = 0 para todos os valores nos quais n < 0. Dessa forma, x[n] começa a responder a partir de n = 0. Então podemos expandir a convolução como descrito a seguir:

$$\boldsymbol{x}[\mathbf{0}] = h[0] * s[0]$$
$$\boldsymbol{x}[\mathbf{1}] = h[0] * s[1] + h[1] * s[0]$$
$$\dots$$
$$\boldsymbol{x}[\boldsymbol{P}-\mathbf{1}] = h[D-1] * s[K-1]$$

Quando a função h[n-k] chega no limite da função s[n], ou seja, para quando k = K-1, os valores iniciais de h[n-k] começam a deixar de influenciar no canal de saída. No final de x[P-1] resta apenas h[D-1]. Portanto, temos:

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{s}$$

$$\begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[P-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h[0] & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ h[1] & h[0] & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ h[D-1] & h[D-2] & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & h[D-1] & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & h[D-1] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} s[0] \\ s[1] \\ \vdots \\ s[K-1] \end{bmatrix}$$

- **Questão C**

Com base na equação (3), sabemos que:

$$x[n] = s[n] - 0{,}5s[n - n0] = s[n] * h[n]$$

Considerando as propriedades do sistema LIT, onde h[n], definida por resposta quando tomamos como entrada a função impulso, e que s[n]*δ[n] = s[n] e s[n]*δ[n-k] = s[n-k], temos que:

$$x[n] = s[n] * (\delta[n] - 0{,}3\delta[n - n0])$$

$$\therefore \boldsymbol{h[n] = \ \delta[n] - 0,3\delta[n - n0].}$$

- **Questão D**

Como o canal h[n] e o filtro w[n] são dois sistemas LIT em série (cascata), podemos afirmar que o sinal de saída é dado por:

$$\mathrm{y[n] \ = \ x[n] * w[n] \ = (s[n] * h[n]) * w[n] \ = \ s[n] \ * (h[n] * w[n])}$$

Para que ocorra o efeito de equalização desejada, ou seja, para o cancelamento total do eco temos que y[n]=s[n]y[n] = s[n], e para isso seria necessário que $h[n] * w[n]$ resultasse em $\delta[n]$. Dessa forma, conclui-se que h[n]*w[n] = δ[n].

- **Questão E**

Foi possível obter as seguintes respostas combinada para cada um dos filtros usados:

G1[n] = [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.0, 0.09, 0.027, 0.0081, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, -0.09, -0.027, -0.0081, -0.00243]

G2[n] = [1, 1.5, 0.7, -0.2, 0.3, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, -0.3, -0.45, -0.21, 0.06, -0.09]

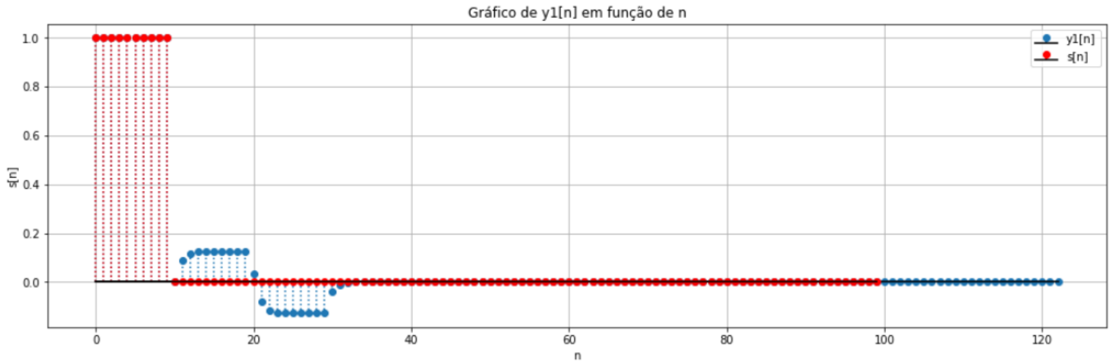
Dado as respostas combinadas acima possível constatar que o filtro w1[n] é mais efetivo pelo fato da resposta g1[n] apresentar comportamentomais próximo de uma função de impulso unitário δ[n], comportamento este que não se verifica na resposta g2[n].

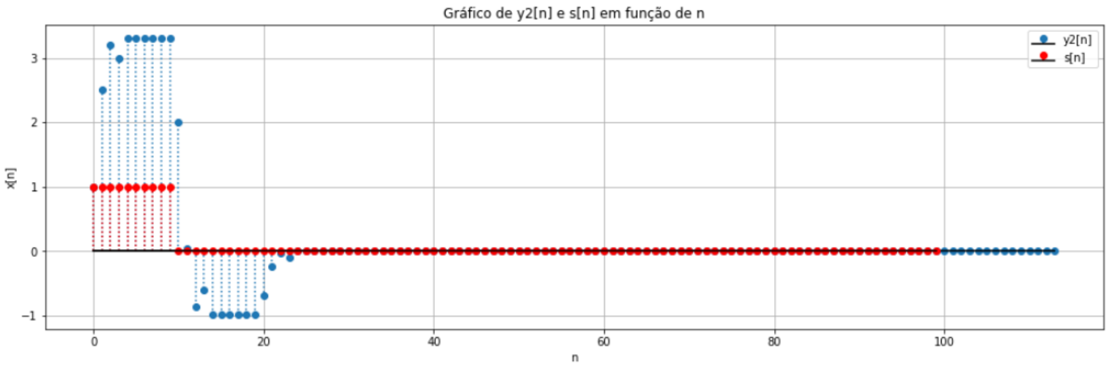
- **Questão F**

Ao visualizar e comparar as amostras de s[n] e x[n] é possível observar que ambos são semelhantes no intervalo de 0 ≤ n ≤ 10 e no intervalo de 20 ≤

n , porém no intervalo 10 < n < 20 possui valores diferentes. Esse comportamento distinto é consequente da convolução com h[n].

- **Questão G**





A saída y1[n] gerada a partir da equalização do canal x[n] com o canal equalizador w1[n] é a que se aproxima mais do sinal de entrada s[n]. Isso pode ser constatado a partir dos gráficos plotados. Portanto, a saída y1[n] se assemelha mais a função impulso