EA614 - Análise de Sinais

Exercício de Fixação de Conceitos (EFC) 1 – Sistemas LIT e Convolução

Turma A – 2º semestre de 2020

Prof: Levy Boccato Email: `lboccato@dca.fee.unicamp.br`
PED-C: Renan Del Buono Brotto Email: `rbrotto@decom.fee.unicamp.br`

Introdução

Neste exercício, iremos estudar alguns aspectos básicos de um problema de grande relevância na área de processamento de sinais, conhecido como *cancelamento de eco*, tendo como base os conceitos de convolução e sistemas lineares e invariantes com o tempo (LIT).

Visão Geral do Problema

Considere que uma determinada forma de onda, aqui modelada como um sinal a tempo discreto $s[n]$, seja enviada através de um canal (atmosfera, fibra ótica, par trançado, etc), representado por um sistema LIT cuja resposta ao impulso é $h[n]$, conforme mostra a Figura 1.

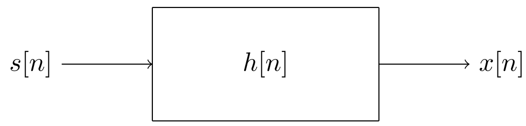

Figura 1: Transmissão através do canal $h[n]$.

Devido às características físicas do canal, o sinal que chega ao receptor $x[n]$ corresponde a uma versão distorcida do sinal original por conta de vários efeitos. Neste exercício, vamos considerar que o sinal recebido contém a forma de onda transmitida juntamente com uma réplica atenuada e atrasada, a qual corresponde ao eco.

Sendo assim, o objetivo é projetar um filtro, modelado como um sistema LIT cuja resposta ao impulso é $w[n]$, com o propósito de cancelar esse eco, como ilustrado na Figura 2.

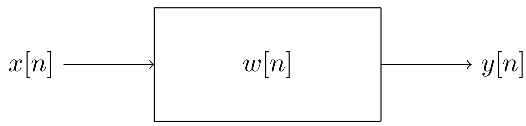

Figura 2: Uso de um filtro cancelador de eco $w[n]$ para processar o sinal recebido.

No caso de uma recuperação completa do sinal original, temos que a saída do filtro é $y[n] = s[n]$.

Parte Teórica

Vamos considerar um sinal de entrada $s[n]$ contendo K amostras. Vamos considerar também que o transmissor parte de uma condição de repouso, ou seja, $s[n] = 0$ para $n < 0$, como ilustrado na Figura 3.

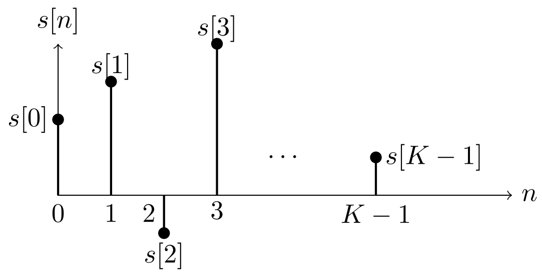

Figura 3: Sinal transmitido $s[n]$.

O sinal $s[n]$ em questão é transmitido através de um canal de resposta ao impulso finita, com comprimento D, e causal (i.e. $h[n] = 0$ para $n < 0$).

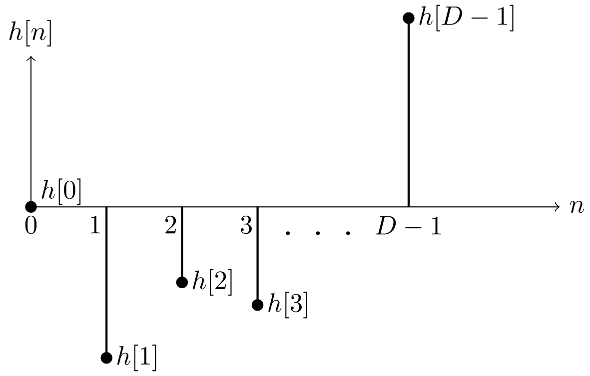

Figura 4: Resposta ao impulso do sistema $h[n]$.

Conforme visto no curso, a saída $x[n]$ é obtida a partir da convolução entre $s[n]$ e $h[n]$, como mostra a expressão:

$$\boxed{x[n] = h[n] * s[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]s[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s[k]h[n-k].} \tag{1}$$

(a) Determine o comprimento P da sequência $x[n]$ gerada na saída do canal em função de K e D.

(b) Como tanto a entrada $s[n]$ quanto a resposta ao impulso $h[n]$ são sequências de comprimento finito, é possível determinar a saída $x[n]$ explorando uma representação vetorial. Seja $\mathbf{x} = \left[x[0] \ x[1] \ \cdots \ x[P-1]\right]^T$ o vetor que descreve a saída $x[n]$. Então, podemos escrever que:

$$\boxed{\mathbf{x} = \mathbf{H}\mathbf{s},} \tag{2}$$

onde $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{P \times K}$ é denominada a matriz de convolução do sistema e $\mathbf{s}$ é o vetor que representa o sinal transmitido.

Mostre que este procedimento para o cálculo da convolução está correto, identificando quem é a matriz $\mathbf{H}$ e o vetor $\mathbf{s}$.

Parte Computacional

Vamos considerar o cenário em que ao transmitirmos o sinal $s[n]$ através do canal, recebemos sua versão distorcida $x[n]$, conforme a seguinte relação:

$$\boxed{x[n] = s[n] - 0{,}3s[n - n_0].} \tag{3}$$

(c) A partir da equação (3), determine a resposta ao impulso do canal $h[n]$.

Combinando os diagramas mostrados nas Figuras 1 e 2, o processo de cancelamento de eco é descrito de maneira completa pelo diagrama apresentado na Figura 5.

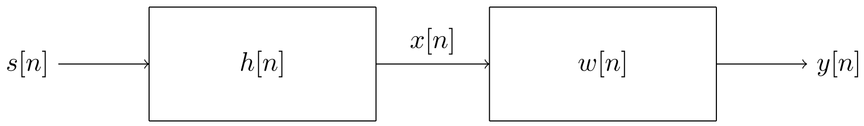

Figura 5: Processo de cancelamento de eco.

Na situação ideal em que conseguimos cancelar completamente o eco, temos que a saída do filtro $w[n]$ corresponde ao próprio sinal de entrada, ou seja:

$$\boxed{y[n] = s[n].} \tag{4}$$

(d) Considerando a situação de cancelamento total do eco, determine a resposta combinada canal-filtro.
Dica: note que o canal $h[n]$ e o filtro $w[n]$ são dois sistemas LIT em série (cascata).

(e) Vamos considerar agora dois filtros candidatos cujos coeficientes são mostrados a seguir:

$$\mathbf{w_1} = [1 \;\; \underbrace{0 \;\; \cdots \;\; 0}_{9 \text{ zeros}} \;\; 0.3 \;\; (0.3)^2 \;\; (0.3)^3 \;\; (0.3)^4], \tag{5}$$

$$\mathbf{w_2} = [1 \;\; 1.5 \;\; 0.7 \;\; -0.2 \;\; 0.3]. \tag{6}$$

Supondo que o canal envolvido na transmissão tenha como parâmetro $n_0 = 10$ (ver (3)), apresente, então, a resposta combinada para cada um dos filtros usados, ou seja, $g_1[n] = w_1[n] * h[n]$ e $g_2[n] = w_2[n] * h[n]$. A partir das respostas combinadas obtidas, discuta a qualidade de cada um dos filtros tendo em vista o objetivo desejado na tarefa de cancelamento de eco.
Observação: para o cálculo da convolução, implemente uma rotina que realize a operação matricial tratada no item (b).

(f) Crie um sinal $s[n]$ com 100 amostras, das quais somente as $n_0 = 10$ primeiras assumem valor 1 e todas as demais assumem valor nulo. Em Matlab, isto pode ser feito através dos seguintes comandos:

```
s = zeros(1,100);
s(1:10) = ones(1,10);
```

Em Python, isto pode ser feito através dos seguintes comandos:

```
import numpy as np
s = np,zeros((1, 100))
s[0, 0:10] = np.ones((1, 10))
```

Simule, então, a transmissão deste sinal pelo canal $h[n]$. Ou seja, faça a convolução entre o vetor `s` gerado e o vetor `h`, composto pelo coeficientes da resposta ao impulso do canal $h[n]$ obtida no item (c). O resultado desta convolução é o vetor `x`, que contém as amostras do sinal recebido ($x[n]$). Apresente em um gráfico o sinal $x[n]$ e discuta as diferenças deste sinal em relação a $s[n]$.

(g) Filtre o sinal $x[n]$ pelos sistemas candidatos $w_1[n]$ e $w_2[n]$ (cujos coeficientes foram apresentados no item (e)), gerando as saídas $y_1[n]$ e $y_2[n]$, respectivamente.

Faça, então, dois gráficos (i.e. duas figuras diferentes), detalhados a seguir:

- Gráfico 1: em um mesmo gráfico, plote o sinal de entrada $s[n]$ em azul e a saída $y_1[n]$ em vermelho.
- Gráfico 2: em um mesmo gráfico, plote o sinal de entrada $s[n]$ em azul e a saída $y_2[n]$ em vermelho.

Os seguintes comandos no Matlab podem ser empregados para a geração dos gráficos:

`figure()` – abre uma nova figura no Matlab
`stem()` – usado para plotar gráficos de valores discretos
`hold on` – comando do Matlab usado para plotar mais de um gráfico na mesma figura
`xlabel()` – atribui um nome ao eixo x
`ylabel()` – atribui um nome ao eixo y
`title()` – título do gráfico.

Em Python, é necessário inicialmente importar a biblioteca:

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

Os comandos são os mesmos que os do Matlab, sendo necessário colocar `plt.` no início.

Com base nestes dois gráficos, qual das saídas obtidas está mais próxima do sinal original $s[n]$?