UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

EA619R – LABORATÓRIO DE ANÁLISE LINEAR

PROF. RENATO DA ROCHA LOPES

PROF. RICARDO CORAÇÃO DE LEÃO FONTOURA DE OLIVEIRA

RELATÓRIO DO EXPERIMENTO 5:
IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS VIA RESPOSTA TEMPORAL

Bryan Wolff RA: 214095

João Luís Carvalho de Abreu RA: 175997

Campinas

Junho de 2021

VÍDEOS DEMONSTRATIVOS:

- **João Luís Carvalho de Abreu**
- **Bryan Wolff**

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS:

Este experimento objetiva realizar a identificação de parâmetros físicos associados a um modelo linear utilizando o software de simulação de robótica *V-REP.* O modelo a ser estudado trata-se de um sistema massa-mola-amortecedor, como ilustrado na Figura 1.

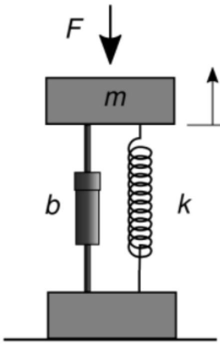

Figura 1: Sistema massa-mola-amortecedor.

Além da utilização do software *V-REP* para simular o sistema massa-mola-amortecedor, também será utilizado o *Matlab* para enviar sinais de entrada (aplicação de forças) e receber os dados de posição do *V-REP* de maneira síncrona - a interligação e a conexão entre os dois software é feita por um módulo chamado *remoteAPI*.

2. DADOS EXPERIMENTAIS

A partir do *script* em Matlab anexado na página da disciplina (*identificaRespTemporal.m*) e do modelo do sistema linear de segunda ordem proposto (*initialConditionMassSpring.ttt*), foi possível simular a dinâmica do sistema massa-mola de maneira a obter as posições na coordenada z normalizada da massa de 200g ao decorrer do tempo, dada pela Figura 2.

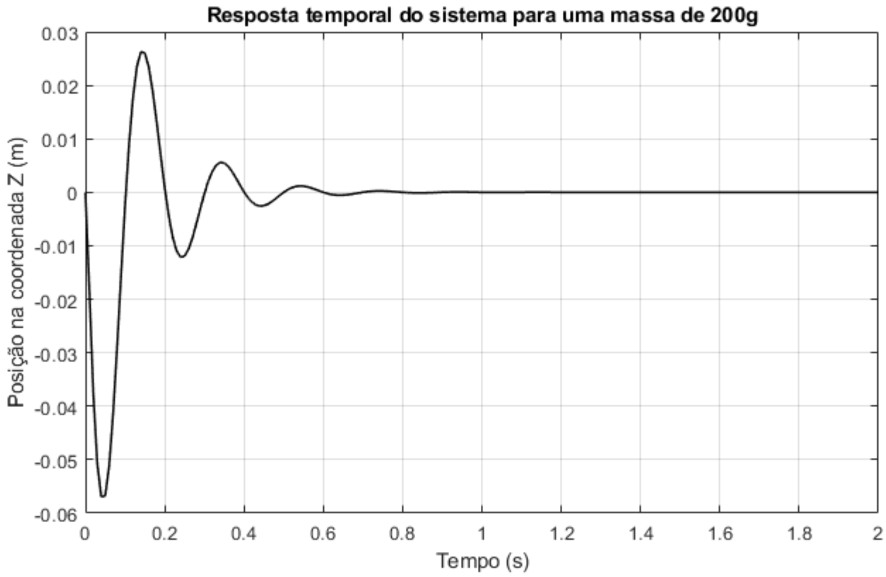

Figura 2: Resposta temporal normalizada para uma massada de 200g (offset = 0,1409).

A partir desse gráfico gerado no Matlab e do uso do cursor, foi possível extrair as seguintes informações relevantes para os cálculos dos parâmetros desejados:

- Máxima sobreelevação: 0,02628;
- Tempo de subida: 0,14s;
- Sobreelevação do segundo pico: 0,00559;
- Tempo correspondente a sobreelevação do segundo pico: 0,34s.

A trajetória $y(t)$ possui como envoltória a função $y_e(t) = y_0 * exp(-\xi\omega_n t)$. Dessa forma, os valores da envoltória nos instantes em que ocorrem o primeiro e o n-ésimo pico são dados por:

$$y_e(t_0) = y_0 * exp(-\xi\omega_n t_0) \qquad y_e(t_n) = y_n * exp(-\xi\omega_n t_0)$$

Tomando a razão entre os dois sinais, têm-se:

$$\frac{y_e(t_0)}{y_e(t_n)} = exp(-\xi\omega_n t_0)exp(\xi\omega_n t_n) = exp(\xi\omega_n(t_n - t_0)) \Rightarrow \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{1}{2\pi n} ln(\frac{y_e(t_0)}{y_e(t_n)})$$

Vale destacar que, ao obter as informações destacadas anteriormente, implica que temos os valores de $y_e(t_0)$, $y_e(t_1)$, em que $y_e(t_0) = 0,02628$ para $t_0 = 0,14s$ (referente ao primeiro pico), e $y_e(t_1) = 0,00559$ para $t_1 = 0,34s$ (referente ao segundo pico). Dessa forma, a partir da razão dada anteriormente, para n = 1, é possível determinar o coeficiente de amortecimento ξ:

$$\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{1}{2\pi n} ln(\frac{y_e(t_0)}{y_e(t_1)}) = \frac{1}{2\pi} ln(\frac{0,02628}{0,00559}) = 0,2463 \Rightarrow \xi = 0,23915$$

A oscilação forçada ω_d, para n = 1 é dada por:

$$\omega_d = \frac{2\pi n}{t_n - t_0} \Rightarrow \omega_d = \frac{2\pi}{t_1 - t_0} = \frac{2\pi}{0,34 - 0,14} \Rightarrow \omega_d = 31,416$$

A partir da oscilação forçada, é possível determinar a frequência de oscilação natural ω_n:

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\xi^2}} \Rightarrow \omega_n = \frac{31.41}{\sqrt{1 - 0.23915^2}} \Rightarrow \omega_n = 32,3548$$

3. PROCEDIMENTO DE IDENTIFICAÇÃO

Para identificar os parâmetros m, b e k, é necessário realizar mais um experimento, onde o valor da massa é aumentado (por um valor conhecido) que, como sugerido, será de m_a = 100g. Dessa forma, foi possível simular a dinâmica do sistema massa-mola de maneira a obter as posições na coordenada z normalizada da massa aumentada ao decorrer do tempo, dada pela Figura 3.

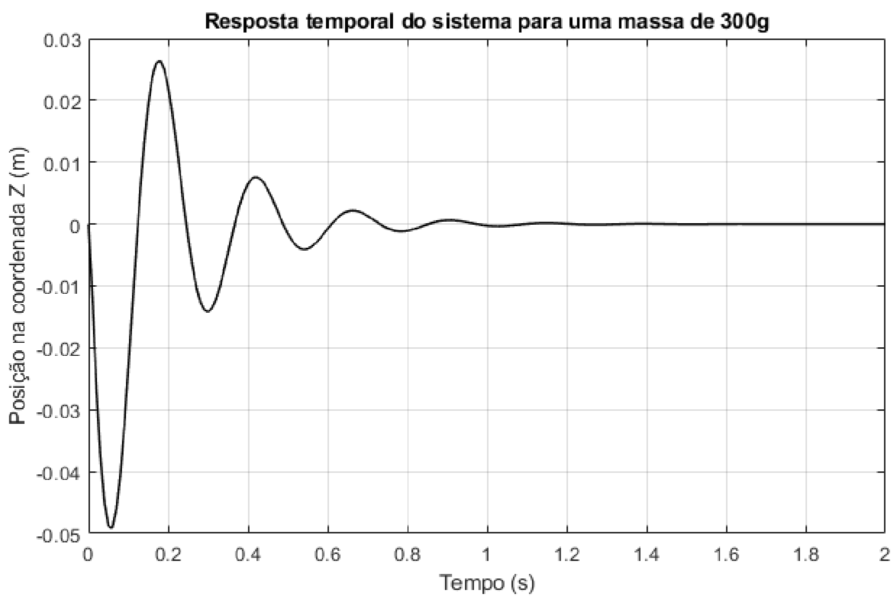

Figura 3: Resposta temporal normalizada para uma massa de 300g (offset = 0,1359).

A partir desse gráfico gerado no Matlab e do uso do cursor, foi possível extrair as seguintes informações relevantes para os cálculos dos parâmetros desejados:

- $y_e(t_0) = 0,02642$ para $t_0 = 0,18s$ (referente ao primeiro pico);
- $y_e(t_1) = 0,00762$ para $t_1 = 0,42s$ (referente ao segundo pico).

Dessa forma, a partir da razão dada anteriormente, para n = 1, é possível determinar o coeficiente de amortecimento ξ:

$$\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{1}{2\pi n} ln(\frac{y_e(t_0)}{y_e(t_1)}) = \frac{1}{2\pi} ln(\frac{0,02642}{0,00762}) = 0,19788 \Rightarrow \xi = 0,19411$$

A oscilação forçada da massa aumentada ω_{da}, para n = 1 é dada por:

$$\omega_{da} = \frac{2\pi n}{t_n - t_0} \Rightarrow \omega_{da} = \frac{2\pi}{t_1 - t_0} = \frac{2\pi}{0,42 - 0,18} \Rightarrow \omega_{da} = 26,17994$$

A partir da oscilação forçada ω_{da}, é possível determinar a frequência de oscilação natural da massa aumentada ω_{na}:

$$\omega_{na} = \frac{\omega_{da}}{\sqrt{1-\xi^2}} \Rightarrow \omega_{na} = \frac{26,17994}{\sqrt{1-0.19411^2}} \Rightarrow \omega_{na} = 26,68754$$

Assim, temos as seguintes equações que permitem determinar todos os parâmetros:

$$m = \frac{m_a \omega_{na}^2}{\omega_n^2 - \omega_{na}^2}; \qquad k = \omega_n^2 m; \qquad b = 2\xi\sqrt{mk}.$$

3.1 Determinando o parâmetro m (massa):

$$m = \frac{m_a \omega_{na}^2}{\omega_n^2 - \omega_{na}^2} \Rightarrow m = \frac{0.100 \cdot 26.68754^2}{32.3548^2 - 26.68754^2} \Rightarrow m = 0,21285\ [Kg]$$

3.2 Determinando o parâmetro k (Constante Elástica):

$$k = \omega_n^2 m \Rightarrow k = 32.3548^2 \cdot 0.21285 \Rightarrow k = 222,8184\ [N/m]$$

3.3 Determinando o parâmetro b (Coeficiente de atrito viscoso):

$b = 2\xi\sqrt{mk} \quad \Rightarrow \quad b = 2 \cdot 0.19411 \cdot \sqrt{0.21285 \cdot 222.8184} \quad \Rightarrow$
$b = 2,67356\ [(N \cdot s)/m]$

3.4 Erro percentual dos parâmetros:

Após feito os experimentos, é possível comparar os valores obtidos experimentalmente com os valores do sistema representado no V-REP. Para isso, foi criada a Tabela 1, de forma a demonstrar as diferenças numéricas.

Tabela 1: Erros percentuais dos parâmetros obtidos experimentalmente.

Parâmetros	Valores do V-REP	Valores Experimentais	Erro Percentual (%)
k [N/m]	203	222.82	9.76
b [N*s/m]	3	2.67	10.9
m [g]	200	212.85	6.42

Os erros percentuais são menores que 20% e isso indica que os cálculos foram realizados de forma correta. Os erros percentuais destacados advém dos arredondamentos e algarismos significativos utilizados, como também da utilização de valores espaçados de tempo na representação da resposta temporal do sistema massa-mola, de maneira a refletir numa imprecisão na obtenção das informações relevantes da sobreelevação do sinal.

4. VÍDEO DE SIMULAÇÃO

Utilizando um software de captura de tela, foi possível gravar a simulação do sistema dinâmico para a massa de 200g apenas para fins de demonstração. O vídeo pode ser acessado através deste hiperlink.

5. CONCLUSÃO

A partir do desenvolvimento deste trabalho, foi possível estudar um sistema linear de segunda ordem caracterizado por um modelo massa-mola-amortecedor e, a partir da análise do seu comportamento temporal regido sob massas conhecidas, pôde-se identificar e obter parâmetros físicos que caracterizam o modelo proposto: ξ , ω_n , M , k , e b.

Além disso, é importante destacar que o software *V-REP* foi de suma importância para simular a dinâmica do sistema massa-mola em questão, cujo objetivo foi aplicar sinais de entrada de forças convenientes de forma que os valores de posição da massa no tempo tornaram possíveis a utilização de técnicas de identificação de parâmetros físicos.