



Escuela Superior de Cómputo.
Instituto Politécnico Nacional, México.



Práctica 5: Algoritmo de Strassen.

Blancas Pérez Bryan Israel
orionmunecaycanica@gmail.com

Resumen: Implementar el algoritmo de Strassen y comparar, experimentalmente, el orden de complejidad con el algoritmo de multiplicación matricial común.

Palabras Clave: Strassen, multiplicación matricial.

1. Introducción

En esta práctica, se desea llevar a cabo la multiplicación de dos matrices, A y B. Para ello, primero se implementará el algoritmo recursivo usual de multiplicación de matrices, para obtener mediante gráficas, el orden de complejidad computacional. Después se implementará el algoritmo de Strassen y se compararán los resultados con el algoritmo usual, para poder determinar cual es mejor.

2. Conceptos Básicos

Algoritmo convencional para multiplicar dos matrices.

El algoritmo más usual para multiplicar matrices, tiene un orden de complejidad $\theta(n^3)$. Este algoritmo se basa en la definición de multiplicación de matrices, la cual es:

Sean dos matrices dadas por:

$$A := a_{(ij)} \text{ } m \times n \text{ y } B := b_{(ij)} \text{ } n \times p$$

Entonces la multiplicación de A por B , es:

$$C = AB := c_{(ij)} \text{ } m \times p$$

Donde cada elemento c_{ij} , está dado por:

$$C_{ij} = \sum_{r=1}^n (a_{ir} * b_{rj})$$

Algoritmo de Strassen.

El Algoritmo de Strassen es un algoritmo que consiste en la multiplicación de matrices. Es más rápido que el algoritmo de multiplicación de matrices estándar, y es útil en la práctica para matrices grandes [1]. Para el algoritmo de Strassen se divide las matrices en 4 cuadrantes, y se definen las siguientes matrices:

$$s_1 = (a_{1,2} - a_{2,2})(b_{2,1} + b_{2,2})$$

$$s_2 = (a_{1,1} + a_{2,2})(b_{1,1} + b_{2,2})$$

$$s_3 = (a_{1,1} - a_{2,1})(b_{1,1} + b_{1,2})$$

$$s_4 = (a_{1,1} + a_{1,2})b_{2,2}$$

$$s_5 = a_{1,1}(b_{1,2} - b_{2,2})$$

$$s_6 = a_{2,2}(b_{2,1} - b_{1,1})$$

$$s_7 = (a_{2,1} + a_{2,2})b_{1,1}$$

y se hacen las siguientes operaciones para la matriz resultado:

$$c_{1,1} = s_1 + s_2 - s_4 + s_6$$

$$c_{1,2} = s_4 + s_5$$

$$c_{2,1} = s_6 + s_7$$

$$c_{2,2} = s_2 - s_3 + s_5 - s_7$$

Este algoritmo tiene un orden de complejidad teórico de $\theta(n^{2,8})$

3. Experimentación y Resultados

Ejercicio 1.

Implementar el algoritmo Strassen.

i) Mediante gráficas, muestre que el algoritmo Strassen tiene orden de complejidad $\theta(n^{2,8})$.

Pseudocódigo del algoritmo Strassen:

```
1 Strassen(A,B,n):
2   C[n][n]
3   if n==2:
4       multiplicacion de matrices 2x2
5   else:
6       s1=stressen((a12-a22),(b21+b22),n/2)
7       s2=stressen((a11+a22),(b11+b22),n/2)
8       s3=stressen((a11-a21),(b11+b12),n/2)
9       s4=stressen((a11+a12),b22,n/2)
10      s5=stressen(a11,(b12-b22),n/2)
11      s6=stressen(a22,(b21-b11),n/2)
12      s7=stressen((a21+a22),b11,n/2)
13
14      c11=s1+s2-s4+s6
15      c12=s4+s5
16      c21=s6+s7
17      c22=s2-s3+s5-s7
```

El algoritmo de Strassen, utiliza el paradigma divide y vencerás para resolver el problema de multiplicación matricial.

En la Figura 1, se puede ver la gráfica n vs $t(n)$, del algoritmo de Strassen, la función que aparece con color rojo, es $t(n) = n^{2,8}$, demostrando así, que el algoritmo de Strassen está acotado por $\theta(n^{2,8})$.

Gráfica del algoritmo de Strassen

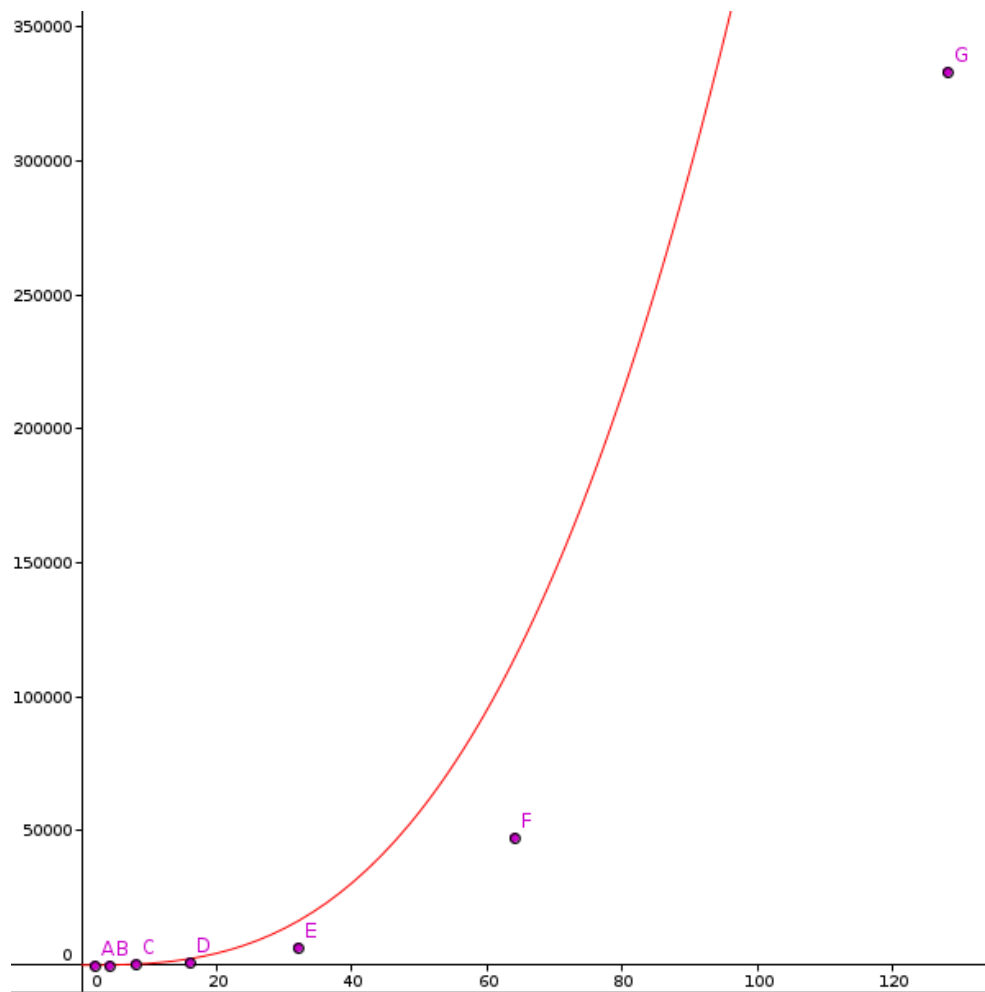


Figura 1: Algoritmo de Strassen.

ii) Para valores muy grandes de matrices compare el algoritmo de Strassen con el producto usual de matrices (comparara la complejidad)..

En la Figura 2, se puede ver la gráfica n vs $t(n)$ de ambos algoritmos, el algoritmo de Strassen, aparece con puntos color rosa, y el algoritmo estándar con puntos color azul. Se aprecia que el algoritmo estándar, tiene un grado de complejidad más alto ($\theta(n^3)$), y se aprecia a partir de $n=64$.

Gráfica de comparación de algoritmos.

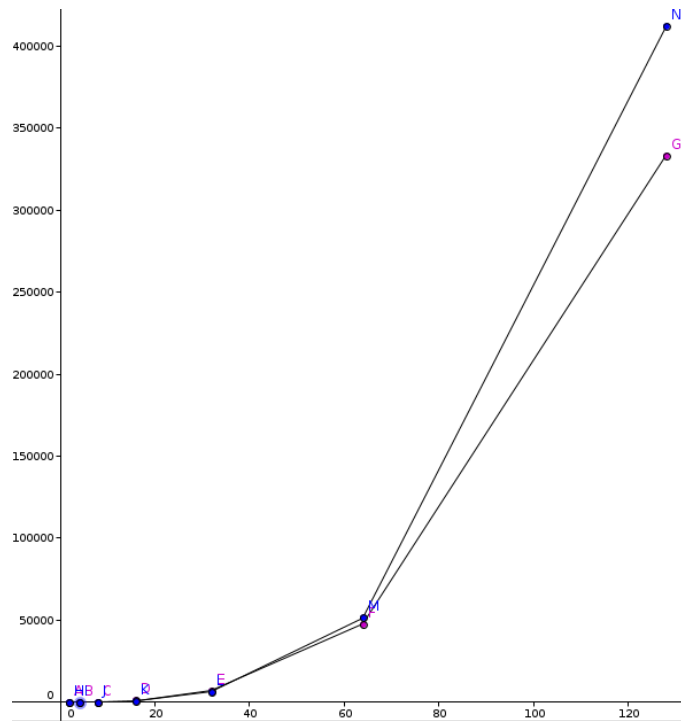


Figura 2: Comparación de algoritmos.

4. Conclusiones

Esta práctica me gustó porque representó un reto al momento de implementar el algoritmo. Tuve muchos problemas, primero, en comprender la lógica detrás del algoritmo, ya que la recursividad aplicada no era sencilla de entender. Y después, al momento de implementar el algoritmo, porque tenía que tener en cuenta el tamaño de las matrices y además, ubicar el cuadrante con el que iba a hacer las operaciones.

Es increíble para mí, darme cuenta de que durante mucho tiempo se ha intentado bajar el orden de complejidad de la multiplicación de matrices, ya que nunca me había puesto a pensar en los beneficios que eso implicaría. Actualmente el algoritmo de multiplicación de matrices con menor orden de complejidad, es el algoritmo de Virginia Vassilevska Williams, con un orden de $\theta(n^{2,373})$.

5. Bibliografía

- [1] https://es.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_de_Strassen