



## Magnitudes Proporcionales

MATEMÁTICA (Universidad de San Martín de Porres)



Scan to open on Studocu

## MAGNITUDES PROPORCIONALES

### MAGNITUD

Propiedad de la materia o de un fenómeno físico o químico susceptible de variación, es decir puede aumentar o disminuir.

### MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Dos magnitudes serán DP si al aumentar o disminuir los valores de una de ellas, los valores correspondientes de la otra también aumentan o disminuyen en la misma proporción.

#### Ejemplo

	$\times 2$	$\times 3$	$\times 4$	
<b>N° de cuadernos</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>24</b>
<b>Costo(S/)</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>24</b>	<b>96</b>
	$\times 2$	$\times 3$	$\times 4$	

Se observa que  $\uparrow$  (N.º de cuadernos) **DP** (costo)  $\uparrow$

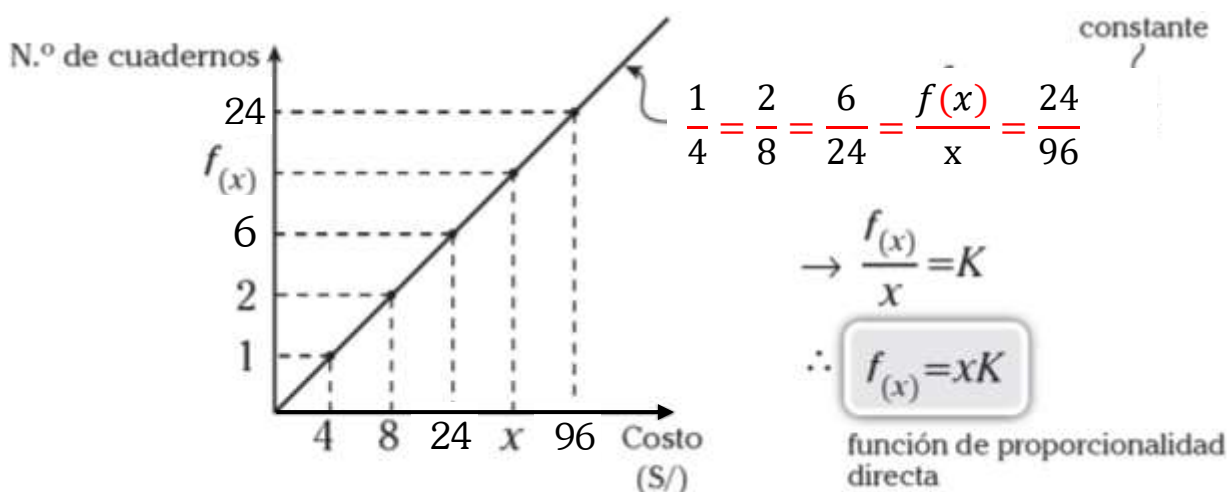
Además, el cociente de sus valores correspondientes siempre es constante.

Veamos:

$$\frac{\text{N}^\circ \text{ de cuadernos}}{\text{costo}} = \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{6}{24} = \frac{24}{96}$$

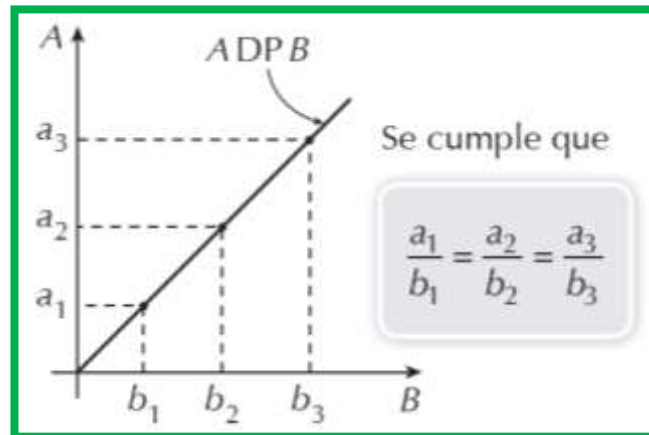
Es decir

$$\text{N.º de cuadernos DP (costo)} \leftrightarrow \frac{\text{N}^\circ \text{ de cuadernos}}{\text{costo}} = \text{cte}$$



## GRÁFICA DE DOS MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

La gráfica de dos magnitudes DP es un conjunto de puntos que están contenidos sobre una misma recta que pasa por el origen de coordenadas.



### **OBSERVACIONES:**

La pendiente de la recta es igual a la constante de proporcionalidad. Este valor se puede calcular como la tangente del ángulo agudo que forma la recta con el eje.

En general:

$$A \text{ D.P. } B \rightarrow \frac{\text{Valor de A}}{\text{Valor de B}} = \text{constante}$$

### **OBSERVACION:**

$A \text{ DP } B$   
 $A \propto B$

se lee A es directamente proporcional a B

Se puede afirmar que el valor de una de las magnitudes depende linealmente de la otra:

$$f(x) = Kx$$

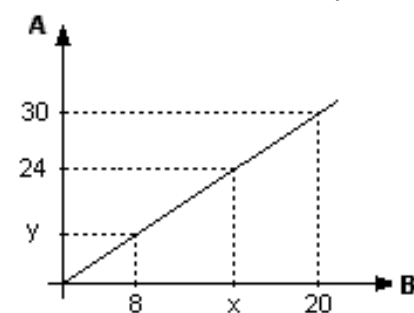
Constante (pendiente de la recta)

Valor de A

Valor de B

### **Ejemplo:**

- Si  $f(x)$  es una función de proporcionalidad directa y además:  $f(2) + f(5) = 21$ ; calcule  $H = f(3) \cdot f\left(\frac{2}{3}\right)$
- Si A es D.P. a B. Halle:  $(x + y)$



A)14

B)28

C)30

D)22

E)36

## MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Dos magnitudes serán IP si al aumentar o disminuir los valores de una de ellas, los valores correspondientes de la otra disminuyen o aumentan, respectivamente, pero en la misma proporción.

### Ejemplo

Si dos obreros pintan una casa en 12 días, la relación que existe entre las magnitudes número de obreros y número de días es la siguiente:

### Ejemplo

	x 2	x 3	x 4	
<b>N° de obreros</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>12</b>	<b>48</b>
<b>N° de días</b>	<b>120</b>	<b>60</b>	<b>20</b>	<b>5</b>
	÷ 2	÷ 3	÷ 4	

Se observa que  $\uparrow$  (N.º de obreros) IP (N.º de días)  $\downarrow$  Además, el producto de sus valores correspondientes siempre es una constante.

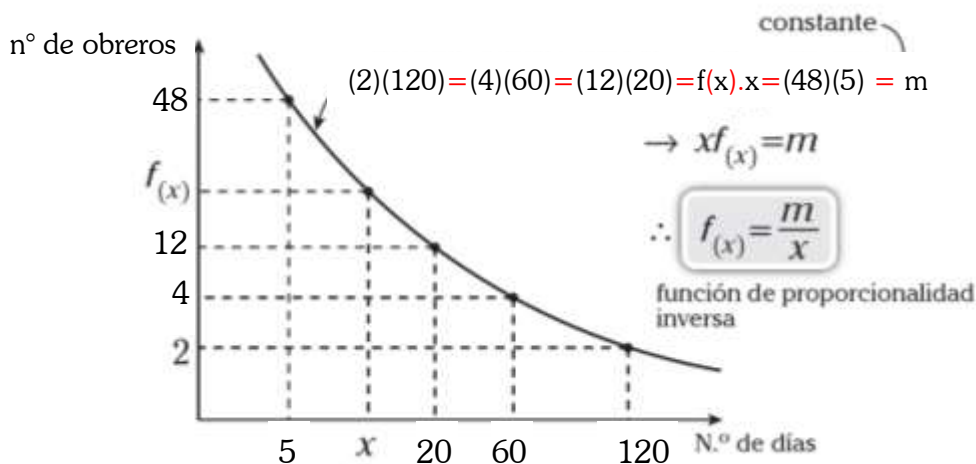
Veamos

$$(N.º \text{ de obreros}) (N.º \text{ de días}) = (2)(120) = (4)(60) = (12)(20) = (48)(5) = \text{cte.}$$

Es decir

$$(N.º \text{ de obreros}) \text{ IP } (N.º \text{ de días}) \leftrightarrow (N.º \text{ de obreros}) \times (N.º \text{ de días}) = \text{cte.}$$

Gráficamente, tenemos



Los puntos se encuentran sobre una rama de hipérbola equilátera.

En general:

$$A \text{ IP } B \rightarrow (\text{Valor de A}) (\text{Valor de B}) = \text{constante}$$

Esta relación se puede expresar:

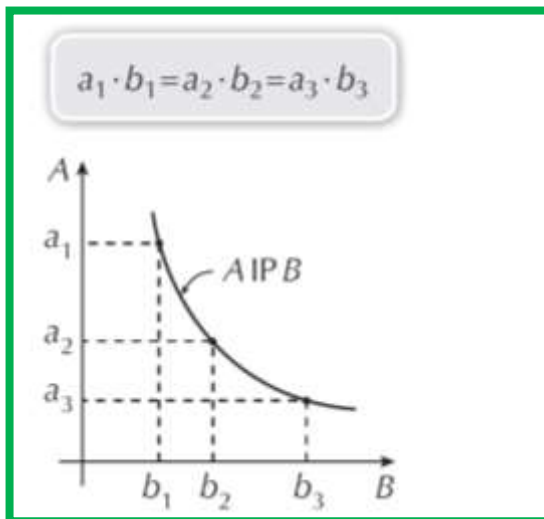
$$\begin{array}{l} f(x) = \frac{K}{x} \rightarrow \text{Constante} \\ \quad \quad \quad \downarrow \rightarrow \text{Valor de B} \\ \text{Valor de A} \end{array}$$

### Ejemplo:

🍏 Si  $g(x)$  es una función de proporcionalidad inversa y además:  $g(4) = 9$ ; calcule  $E = g(3) + g(6)$

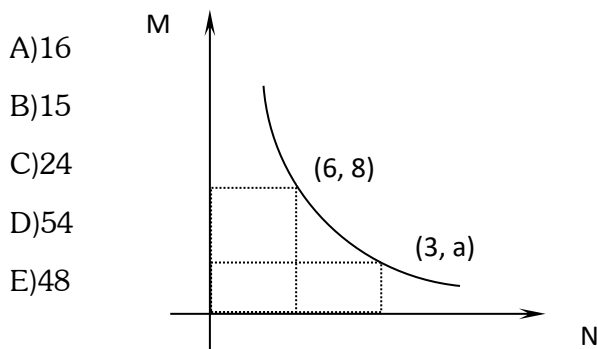
## GRÁFICA DE DOS MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

La gráfica de dos magnitudes inversamente proporcionales es un conjunto de puntos que están contenidos sobre una rama de una hipérbola equilátera.



### Ejemplo:

🍏 Del diagrama observamos: M IP N. Halle el valor de “3a”



- A) 16
- B) 15
- C) 24
- D) 54
- E) 48

### PROPIEDADES

I. Si:

$$A \text{ IP } B \Rightarrow A \text{ DP } \frac{1}{B}$$

II. Si:

$$\begin{aligned} A \text{ DP } B \wedge B \text{ DP } C &\Rightarrow A \text{ DP } C \\ A \text{ DP } B \wedge B \text{ IP } C &\Rightarrow A \text{ IP } C \\ A \text{ IP } B \wedge B \text{ DP } C &\Rightarrow A \text{ IP } C \\ A \text{ IP } B \wedge B \text{ IP } C &\Rightarrow A \text{ DP } C \end{aligned}$$

III. Si:  $A \text{ DP } B \Rightarrow A^n \text{ DP } B^n$   
 $A \text{ IP } B \Rightarrow A^m \text{ IP } B^m$

IV. Si: A DP B (Cuando C es constante)  
y A IP C (Cuando B es constante)

Se cumple:

$$\frac{A \times C}{B} = \text{constante}$$

V. Si: A DP B  
y A IP C  
A DP D  
A IP E

Se cumple:

$$\frac{A \cdot C \cdot E}{B \cdot D} = \text{constante}$$

## EJERCICIOS DE MAGNITUDES PROPORCIONALES

1. El sueldo de un empleado es proporcional al cuadrado de la edad que tiene. Si actualmente tiene 18 años, ¿dentro de cuántos años cuadruplicará su sueldo?

A) 28                      B) 36                      C) 18  
D) 21                      E) 15

2. A, B y C son tres magnitudes tales que:  $\sqrt[3]{A}$  IP B cuando C es constante, A DP  $C^2$  cuando B es constante. Si cuando  $A = 9$ ,  $B = 2$  y  $C = 3$ , hallar el valor de A cuando  $B = 4$  y  $C = 6$ .

A) 2,5                      B) 3                      C) 4,5  
D) 5                      E) 6

3. Sean A y B magnitudes que guardan cierta relación de proporcionalidad.

A	2	16	250	n	54
B	3	m	75	48	27

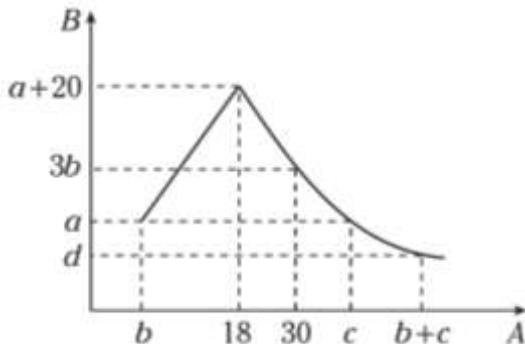
Calcule  $m + n$ .

A) 248                      B) 140                      C) 215  
D) 228                      E) 225

4. Se sabe que 84 soldados tienen víveres para 72 días. ¿Para cuántos días más le alcanzarán dichos víveres si se retirasen 36 soldados?

A) 54                      B) 70                      C) 72  
D) 48                      E) 90

5. La siguiente gráfica muestra el comportamiento de dos magnitudes, A y B, que guardan cierta relación de proporcionalidad.



Si a; b; c y d son enteros positivos.

Calcule:  $a + b + c + d$ .

A) 72                      B) 81                      C) 78  
D) 63                      E) 79

6. Se sabe que una magnitud A es I.P. a  $B^2$ . Halle el valor de A, sabiendo que, si disminuye en 36 unidades, el valor de B varía en un 25%.

A) 90                      B) 100                      C) 110  
D) 95                      E) 120

7. Si el precio de un diamante es directamente proporcional al cuadrado de su volumen y teniendo un diamante de 36000 soles, se le divide en tres partes iguales, ¿cuánto se pierde debido al fraccionamiento?

A) 24 000 soles                      B) 18 000 soles                      C) 4 000 soles  
D) 12 000 soles                      E) 6 000 soles

8. Para dos magnitudes (A y B), se cumple que

- A DP B cuando  $B \leq 12$ .
- A IP B cuando  $B \geq 12$ .

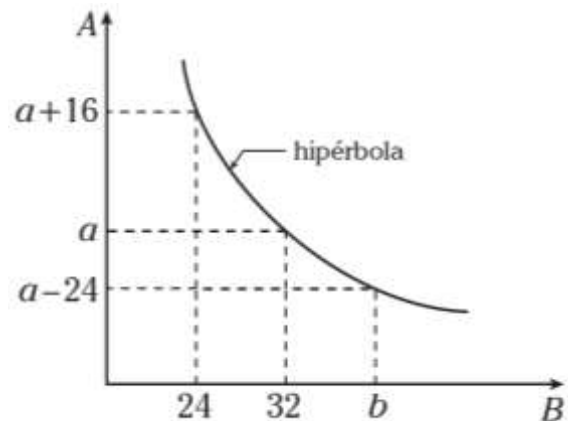
Además, cuando  $A = 15$ ;  $B = 9$ , halle el valor de A para  $B = 40$ .

A) 4                      B) 5                      C) 6  
D) 8                      E) 9

9. Una persona quiere pasar por la aduana 68 cajas de cigarrillos y como no tiene dinero suficiente decide pagar con 8 de estas y recibe de vuelto 60 soles; más si lo pagara con 4, tendría que adicionar 276 soles. ¿Cuánto cuesta la caja de cigarrillos?

A) S/. 75                      B) S/. 84                      C) S/. 90  
D) S/. 100                      E) S/. 120

10. Si A y B son magnitudes que guardan la relación que se muestra en el gráfico, halle el valor de  $a \cdot b$ .



A) 3248                      B) 1536                      C) 1226  
D) 2112                      E) 3072

11. Calcule  $x + y$  si las magnitudes  $A$  y  $B$  cumplen cierta relación de proporcionalidad.

$A$	20	10	100	$x$	50
$B$	150	600	6	96	$y$

- A) 46                      B) 47                      C) 48  
D) 49                      E) 50

12. Sea  $f(x)$  una función de proporcionalidad directa y  $g(y)$  una función de proporcionalidad inversa.

Además

- $f(11) + f(19) + f(5) = 105$
- $g(5) \cdot g(20) = 36$

Halle  $M = f(4) \cdot g(12) - f(3) \cdot g(15)$ .

- A) 24                      B) 30                      C) 20  
D) 28                      E) 25

13. Para pintar una pared cuadrada de 5 m de lado, se emplearon 15 tarros de pintura. ¿Cuántos tarros se necesitarán para pintar 5 paredes cuyas dimensiones son 2 m y 3 m menos de cada lado?

- A) 9                      B) 3                      C) 6  
D) 12                      E) 18

14. Un reservorio de 8 metros de radio y 18 metros de altura abastece a 75 personas. ¿Cuál debe ser el radio de un reservorio de 6 metros de altura que abastece a 100 personas?

- A) 14                      B) 24                      C) 21  
D) 16                      E) 18

15. Para tres magnitudes,  $A$ ;  $B$  y  $C$ , se cumple

- $A$  DP  $B$  ( $C$  es constante)
- $A$  IP  $C$  ( $B$  es constante)

Calcule  $x + y$  a partir del siguiente cuadro.

$A$	48	72	6
$B$	25	$y$	64
$C$	$x$	12	192

- A) 41                      B) 58                      C) 61  
D) 56                      E) 51

16. El precio de un diamante es DP al cuadrado de su peso. Si un diamante entero de parte en dos pedazos, uno los  $\frac{3}{5}$  del otro, se observa que la pérdida del valor sufrida por el diamante es de 1 470 soles. ¿Cuánto costaba el diamante entero?

- A) 1 586                      B) 1 568                      C) 2 876  
D) 3136                      E) 6 272

17. Sabiendo que  $A$  es I.P. a  $B^4$  y  $C$  es D.P. a  $B$ . Halle  $A$  cuando  $C = 8$ , si  $A = 96$  y  $C = 4$ .

- A) 2                      B) 3                      C) 4  
D) 6                      E) 5

18. El peso de un elefante es directamente proporcional a su edad. Si un elefante tuviera 360 kg tendría 30 años. ¿cuál es la edad de un elefante que pesa 324 kg?

- A) 24                      B) 25                      C) 26  
D) 27                      E) 28

19. Sabiendo que  $A$  DP  $\sqrt{B}$  cuando  $B \leq 36$  y  $A$  IP  $B^2$  cuando  $B \geq 36$ , hallar  $A$  cuando  $B = 72$ , sabiendo que  $A = 1$  cuando  $B = 9$ .

- A)  $\frac{1}{4}$                       B)  $\frac{1}{2}$                       C)  $\frac{3}{2}$   
D) 2                      E)  $\frac{9}{4}$

20. Se tiene dos magnitudes  $A$  y  $B$ , tal que:

Si  $B \leq 9$  si se cumple  $A$  DP  $B$

Si  $9 \leq B \leq 36$  si se cumple  $A$  IP  $B$

Si  $36 \leq B$  si se cumple  $A^2$  IP  $B$

Cuando  $A = 8$ ,  $B = 3$  y  $A = x$ ,  $B = 81$

Si  $f$  es una función de proporcionalidad directa, tal que:  $f(5) + f(x) = 72$ .

Hallar:  $f(3) \times f\left(\frac{3}{4}\right) \times f\left(\frac{5}{16}\right)$

- A) 300                      B) 360                      C) 420  
D) 540                      E) 600



21. Si  $f$  es una función de proporcionalidad directa y  $g$  es una función de proporcionalidad inversa, donde:

$$f(1) + g(1) = 51 \quad f(3) + g(4) = 150,25$$

El valor de  $E = f(5) \times g(5)$  es:

- A) 50                      B) 525                      C) 750  
D) 1 025                      E) 1 250

22. Se tiene dos magnitudes  $A$  y  $B$  que tienen una relación de proporcionalidad, tal que:

A	1	2	3	4	1,5x
B	144	36	16	9	x

Luego  $x$  es:

- A) 2                                      B) 4                                      C) 5  
D) 6                                      E) 8

23. Si los registros del comportamiento de dos magnitudes proporcionales resultaron:

A	18	9	27	45	y
B	225	x	100	36	25

Entonces  $(x + y)$  es igual a

- A) 360                      B) 428                      C) 520  
D) 954                      E) 1 972