

TAREA 1

INDICACIONES GENERALES

La solución de la tarea puede ser presentada en grupos de 3 o 4 estudiantes, con fecha límite de entrega el viernes 16 de setiembre, antes de las 12:00 medio día; no se calificarán tareas entregadas posteriores a la fecha y hora indicada. En caso de comprobar fraude en la solución de la tarea, se aplicarán las normativas internas vigentes del ITCR.

La tarea consiste en desarrollar los programas que se detallan a continuación. Los estudiantes podrán utilizar el lenguaje de programación de su elección, tanto para el desarrollo de los algoritmos de programación, como para la visualización de la información (interfaces). También se debe elaborar y presentar un pequeño manual de usuario (en formato pdf) que muestre la forma de inserción de la información y el uso correcto de los distintos programas.

OBJETIVOS A EVALUAR

- Comprender los algoritmos del álgebra matricial.
 - Comprender el concepto de ley de composición interna.
 - Clasificar diversas estructuras algebraicas a partir de sus propiedades.
 - Identificar estructuras algebraicas correspondientes a grupos, a partir de la tabla de operación de sus elementos.
 - Determinar todos los subgrupos de un grupo.
 - Fomentar la capacidad de análisis y de razonamiento deductivo.
 - Promover el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas utilizando herramientas de programación.
-

I PARTE. LIGA BBVA.

La liga española de fútbol (liga BBVA) es para muchos la mejor liga del mundo. En los últimos cinco años, Barcelona ha sido campeón en tres ocasiones, Real Madrid en una y el Atlético de Madrid una vez. ¿Significa esto que Barcelona es el mejor equipo? ¿Domina en todos los aspectos?

En el archivo de Excel llamado Tabla de posiciones España.xlsx se presentan los datos obtenidos de las últimas cinco temporadas de los equipos que participan en la primera división de la liga española (una temporada por cada hoja, tomados de http://espndeportes.espn.com/futbol/posiciones/_/liga/esp.1). En cada hoja aparece, para esa temporada, la tabla de posiciones ordenada por la posición final, el número de partidos jugados (PJ), el número de partidos ganados (O), el número de partidos empatados (E), el número de partidos perdidos (P), goles a favor (GF), goles en contra (GE), el gol diferencia ($DIF = GF - GE$) y el total de puntos (PTS).

De estas tablas se van a analizar únicamente los equipos que han participado en las cinco temporadas. Es decir, que aquellos equipos que no han estado en primera división en las últimas cinco temporadas, debe desecharlos, pues queremos comparar los equipos que hayan jugado la misma cantidad de partidos las cinco temporadas. Por ejemplo, el Deportivo la Coruña no participó en las temporadas 2011-2012 ni en la 2013-2014 por lo que deben sacarlo del análisis.

Se desea conocer cuáles equipos han dominado en los distintos aspectos; por ejemplo:

Ejemplo 1. ¿Cuál equipo empató más veces en las últimas cinco temporadas?

La Real Sociedad es el equipo que más empates obtuvo en total durante las cinco temporadas. Lo hizo en 56 ocasiones.

Ejemplo 2. ¿Cuál equipo recibió menor cantidad de goles durante las cinco temporadas?

El Atlético de Madrid es el equipo que menos goles recibió en total durante las cinco temporadas. Solo recibió 150 goles.

PROGRAMA UNO

*El programa debe cargar los datos del archivo Excel **Tabla de posiciones España.xlsx** (Queda a elección de los estudiantes si desean convertir este archivo a formato .csv, .ods u otro similar). A partir de las tablas de posiciones en el archivo se debe determinar:*

1. ¿Cuál o cuáles equipos acumulan más victorias en las últimas cinco temporadas?
2. ¿Cuál o cuáles equipos acumulan más empates en las últimas cinco temporadas?
3. ¿Cuál o cuáles equipos acumulan más derrotas en las últimas cinco temporadas?
4. ¿Cuál o cuáles equipos acumulan más goles a favor en las últimas cinco temporadas?
5. ¿Cuál o cuáles equipos acumulan menos goles en contra en las últimas cinco temporadas?
6. ¿Cuál o cuáles equipos acumulan mayor cantidad de puntos en las últimas cinco temporadas?
7. ¿Cuál o cuáles equipos tuvieron mayor diferencia de puntos (PTS) de una temporada a otra?

La salida de las respuestas puede ser en un archivo Excel o de formato similar (.csv o .ods u otro), o bien puede ser una impresión de los datos en pantalla según la pregunta que se seleccione. En cualquiera de los casos, el manual de usuario debe especificar el tipo de archivo de entrada que soporta el programa y el tipo de archivo de salida que se empleará para la presentación de los resultados.

II PARTE. PLANIFICACIÓN PARA LA CONSTRUCCIÓN DE CARRETERAS

La construcción de carreteras exige un cuidadoso proceso de planificación. Deben tomarse en cuenta múltiples factores, tales como, la longitud de las carreteras, los costos de construcción, el tiempo de construcción, la cantidad de personas beneficiadas con la eventual construcción de la carretera, etc.

En la práctica, los datos correspondientes a estos factores pueden presentarse en un arreglo matricial de la siguiente forma:

Ruta	Longitud (kilómetros)	Costo (millones de dólares)	Tiempo de construcción (meses)	Población beneficiada (miles de personas)
R_1	22	32.3	4.5	15
R_2	62	53	7	122
R_3	73.8	68	8	143

Dado que los recursos con los que cuentan los gobiernos son limitados, en muchas ocasiones se deben tomar decisiones para priorizar la construcción de algunas vías y aplazar la de otras. Se imponen así condiciones iniciales como las siguientes:

- La longitud total de construcción debe estar entre 80 y 140 km.
- El costo total debe ser menor o igual a 120 millones de dólares.
- El tiempo total de construcción debe ser menor a 20 meses.
- La población beneficiada debe ser mayor o igual que 150 mil personas.

Observe que en principio hay ocho posibilidades para la construcción (aunque no todas cumplen las condiciones del problema). Estas son: No construir ninguna carretera; construir todas las carreteras; construir solo una carretera (R_1 , R_2 o R_3); construir exactamente dos carreteras (lo que implica dejar de construir una carretera, ya sea R_1 , R_2 o R_3). Para resolver adecuadamente el problema debe verificarse cuáles condiciones se cumplen para cada una de las posibles decisiones. El problema puede simplificarse al utilizar la multiplicación de matrices, tal como se muestra a continuación:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 22 & 32.3 & 4.5 & 15 \\ 62 & 53 & 7 & 122 \\ 73.8 & 68 & 8 & 143 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 73.8 & 68 & 8 & 143 \\ 62 & 53 & 7 & 122 \\ 22 & 32.3 & 4.5 & 15 \\ 84 & 85.3 & 11.5 & 137 \\ 95.8 & 100.3 & 12.5 & 158 \\ 135.8 & 121 & 15 & 265 \\ 157.8 & 153.3 & 19.5 & 280 \end{pmatrix}$$

La primera matriz es una matriz de ceros y unos. Cada una de sus filas representa una de las posibles decisiones. Si la n -ésima entrada de dicha fila es uno, entonces la carretera R_n será construida; si la n -ésima entrada es cero, la carretera no será construida.

La segunda matriz contiene la información correspondiente a los pesos de cada factor (longitud, costo, tiempo y población beneficiada, respectivamente) en la construcción de cada una de las carreteras (la fila R_n de esta matriz muestra los pesos relativos a la carretera R_n).

En la n -ésima fila de la tercera matriz se muestran los valores de la longitud, el costo, el tiempo y la población beneficiada, en caso de que se seleccione la opción representada en la n -ésima fila de la primera matriz.

En el producto anterior se observa que el problema tiene solución única. La única opción que cumple con todas las condiciones iniciales es la de construir las carreteras R_1 y R_3 .

PROGRAMA DOS

Crear un programa que facilite la toma de decisiones sobre construcción de carreteras.

El usuario deberá especificar la cantidad de carreteras a valorar (debe ser un número entero positivo menor o igual que 8). Se debe presentar una tabla vacía para que el usuario complete con el peso de los factores (longitud, costo, tiempo y cantidad de personas beneficiadas) relativos a cada carretera (números flotantes con al menos un decimal). Adicionalmente el usuario deberá introducir las condiciones iniciales para cada variable (números flotantes con al menos un decimal). Las opciones para las condiciones iniciales deben ser:

- Variable $<$ Condición
- Variable $>$ Condición
- Variable \leq Condición
- Variable \geq Condición
- Condición1 $<$ Variable $<$ Condición2
- Condición1 $<$ Variable \leq Condición2
- Condición1 \leq Variable $<$ Condición2
- Condición1 \leq Variable \leq Condición2

El programa deberá indicar cuáles son todas las soluciones al problema a partir de los pesos y las condiciones iniciales, en cuyo caso deberá mostrar las filas respectivas de la matriz de soluciones que cumplan las condiciones iniciales. En caso de que el problema no tenga solución debe indicarlo explícitamente.

III PARTE. GRUPOS Y SUBGRUPOS

Considere el conjunto A de cuatro elementos $A = \{a, b, c, d\}$ y la operación cerrada \circ definida con estos elementos. Se pueden contruir 4^{16} tablas distintas que muestran los resultados que se obtienen al operar todas las posibles parejas de elementos de A mediante la operación \circ . En cada caso, la estructura algebraica (A, \circ) queda completamente determinada por su respectiva tabla de operaciones.

Algunos ejemplos de tablas son las siguientes:

\circ	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

Representa el grupo de Klein

\circ	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

No es grupo
No es asociativo

\circ	a	b	c	d
a	b	d	d	c
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

No es grupo
No hay neutro

\circ	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

No es grupo
 d no tiene simétrico

De la tabla de operación del grupo de Klein se puede determinar que posee un total de cinco subgrupos, a saber:

$\{a\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{a, d\}$, $\{a, b, c, d\}$

PROGRAMA TRES

Crear un programa que permita determinar, a partir de una tabla de operaciones, si la estructura algebraica respectiva es o no un grupo.

El usuario deberá indicar el orden n de la estructura algebraica (número de elementos). El orden de la estructura deberá ser un número entero positivo menor o igual que 8 y los elementos respectivos que se incluirán en la tabla de operación serán los primeros n elementos del conjunto $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$. Así, si el usuario indica que el orden de la estructura es 5, los elementos de la estructura serán $\{a, b, c, d, e\}$.

Se deberá desplegar una tabla de operación vacía que permita al usuario introducir en cada uno de los espacios correspondientes a los resultados (cuerpo de la tabla) uno de los elementos del conjunto $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$. Para introducir los resultados, el usuario podrá digitar en la casilla respectiva la letra correspondiente (en cuyo caso será necesario hacer las validaciones respectivas) o seleccionarla de una lista dada.

El programa debe indicar si la estructura determinada por la tabla de operación es o no un grupo. En caso de que sea un grupo debe imprimir en pantalla todos sus subgrupos. En caso de que la estructura no sea un grupo debe indicar cuáles de las propiedades de grupo no se cumplen.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

La tarea será evaluada de la siguiente manera:

1. Manual de usuario: este manual debe presentar la información completa de los integrantes del grupo, la forma en la que se debe ejecutar los programas, la forma de insertar los datos, la secuencia de ejecución de las funciones, la forma de acceder a la salida de datos, entre otros que considere necesario.	10 puntos.
2. Funcionalidad del programa	
<i>a)</i> Programa UNO	20 puntos
<i>b)</i> Programa DOS	30 puntos
<i>c)</i> Programa TRES	30 puntos
3. Interfaz	10 puntos
Total	100 puntos
