ESTIMACIÓN NUMÉRICA DE LA POBLACIÓN INFECTADA, DURACIÓN Y CASOS TOTALES RESULTANTES DE LA EPIDEMIA DE COVID-19 EN ECUADOR BAJO DIVERSOS ESCENARIOS

Vicente J. Adum Gilbert
Ingeniero Mecánico
Master of Science in Mechanical Engineering
Master in Business Administration
Profesor de la FIMCP, ESPOL
vicenteadumg@gmail.com

RESUMEN

El presente trabajo tiene como objetivo estimar desde una perspectiva matemática la duración, población infectada en función del tiempo y la cantidad de casos totales por COVID-19 en Ecuador, bajo diversos escenarios de movilidad. Para ello, se utiliza un modelo epidemiológico de tipo SIR, introduciendo al modelo tradicional dos parámetros adicionales, denominados m y h, para considerar los efectos de las distintas políticas de movilidad y medidas de higiene personal, respectivamente. A este modelo se lo ha denominado SIR modificado (SIRm). Al final del estudio se presentan y analizan cuatro escenarios con diferentes valores de m y h que representan diversas estrategias que podría adoptar el gobierno frente a la epidemia, incluyendo también las medidas que fueron adoptadas el 15 de marzo de 2020. El presente informe fue redactado entre el 23 y el 25 de marzo de 2020.

BREVE DESCRIPCIÓN DEL MODELO SIR MODIFICADO (SIRm)

El modelo epidemiológico SIR (Susceptibles, Infectados y Recuperados) consiste de un sistema de ecuaciones diferenciales que permite analizar la evolución de una epidemia en el tiempo (1) (2) (3). El modelo considera que la tasa a la cual se infecta la población susceptible (dS/dt) es proporcional al número de interacciones que puedan existir entre la población susceptible (S) y la población infectada (I), es decir, que dicha tasa de cambio es proporcional al producto entre S e I. Sin embargo, para considerar las diversas políticas de movilidad y la penetración y efectividad de las medidas de higiene personal que tienen claro impacto sobre la constante de proporcionalidad S, se introducen los parámetros adicionales S y S en la ecuación (modelo SIRm). La constante S en un número entre S y 1 que considera el nivel de movilidad de la población, siendo S el nivel de movilidad normal de la población, y S en un estado de inmovilidad total. Por su parte, la constante S considera el nivel de efectividad y penetración de las medidas de higiene para evitar la transmisión de la enfermedad (lavado de manos, uso de mascarillas, distanciamiento, etc.). El parámetro S se encuentra entre 0 y 1, siendo S encuentra entre 0 y 1, siendo S encuentra de la medidas de higiene. La constante de proporcionalidad S representa la "infecciosidad" natural de un virus dentro de una sociedad determinada. Lo anterior se expresa matemáticamente de la siguiente forma:

$$\frac{dS}{dt} = -mh\beta \frac{SI}{N}$$

Esta tasa de cambio es negativa ya que representa la proporción en la que las personas dejan de ser susceptibles y se convierten en infectados. El parámetro *N* es la población total de la zona geográfica estudiada, y se introduce aquí para normalizar la ecuación y mantener la consistencia dimensional en el modelo.

Por otro lado, de acuerdo al modelo SIR estándar, la tasa a la cual aumenta la población recuperada es proporcional a la cantidad de infectados y está dada por:

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

En esta ecuación, la constante de proporcionalidad γ está dada por el inverso del tiempo promedio de recuperación en días (D) de la enfermedad provocada por COVID-19. Es necesario aclarar que el parámetro R (recuperados) engloba a aquella parte de la población que luego de contraer el virus se ha recuperado, ganando inmunidad, o ha fallecido (no pudiendo transmitir más la enfermedad). De acuerdo a los supuestos del modelo, la población recuperada no puede volver a ser susceptible.

Aplicando de un simple balance, la tasa de cambio de la población infectada está dada por la resta de las dos tasas explicadas en los párrafos anteriores. Así,

$$\frac{dI}{dt} = -\left(\frac{dS}{dt} - \frac{dR}{dt}\right)$$

Luego del respectivo reemplazo queda como sigue:

$$\frac{dI}{dt} = mh\beta \frac{SI}{N} - \gamma I$$

El modelo considera entre sus supuestos que la población permanece constante durante la epidemia (no cambia N), por lo que no considera la tasa de natalidad ni la tasa de mortalidad estándar de la población analizada. Así,

$$N = S + I + R$$

Para los fines de este estudio se ha supuesto que la población del Ecuador es de 17 millones de personas.

SOLUCIÓN DEL MODELO Y DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS β , γ , m y h.

El modelo planteado constituye un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias que puede ser resuelto analíticamente siempre y cuando los parámetros m, h y γ se mantengan constante. Sin embargo, tal solución llevaría a resultados poco realistas y no ajustados a la realidad. Por esto, se opta por la búsqueda de soluciones numéricas en las que los parámetros m y h puedan ser variados de tal manera que permitan analizar el impacto de la política de movilidad y de las medidas de higiene aplicadas. Para el análisis numérico se utilizará un software comercial de hoja de cálculo.

Para determinar la constante β se utilizó la información de casos confirmados de COVID-19 en Ecuador a partir del día 15 desde la detección del primer caso (por significancia estadística) hasta el día 23, fecha en que se realiza este análisis. Con este procedimiento, cada día arrojará una tasa distinta. Por ello, se determina un β promedio para el que, además, se calcula su desviación estándar y coeficiente de variación (ver tabla #1).

Tabla 1: Determinación del parámetro Beta y su descripción estadística para su utilización en el modelo SIRm.

Días desde	S	Casos	1	R	N	S*I/N	ΔS	Δt	ΔS/Δt	β
caso cero		Confirmados				300			- 5.0	
15	16999963	37	36	1	17000000	36,00	-14	2	-7	-0,1944
16	16999942	58	56	2	17000000	56,00	-21	1	-21	-0,3750
17	16999889	111	109	2	17000000	109,00	-53	1	-53	-0,4862
18	16999832	168	162	6	17000000	162,00	-57	1	-57	-0,3519
19	16999740	260	252	8	17000000	252,00	-92	1	-92	-0,3651
20	16999633	367	357	10	17000000	356,99	-107	1	-107	-0,2997
21	16999494	506	496	10	17000000	495,99	-139	1	-139	-0,2803
22	16999211	789	772	17	17000000	771,96	-283	1	-283	-0,3666
23	16998951	1049	1019	30	17000000	1018,94	-260	1	-260	-0,2552

β Promedio = -0,3475
Desv. Estándar = 0,0717
Coef. Variación = 20,65%

El parámetro γ podría ser determinado de manera similar al parámetro β , sin embargo, a la fecha elaboración de este artículo, no se dispone de datos fiables sobre la cantidad de personas que se recuperan de la enfermedad. Sin embargo, sí se dispone que datos fiables sobre la cantidad de fallecidos. Para poder usar dicha información para estimar el parámetro γ , es necesario notar que, para fines del modelo SIR, la tasa de recuperados (R) es igual a la suma de la población que se ha curado (C) y de aquellos que han muerto (M). Además, la proporción de defunciones (M) con respecto a R, parámetro al que llamaremos δ (tasa de mortalidad por COVID-19 en el país), ha sido estimada previamente para Ecuador (4). Así,

$$R = M + C$$

$$\delta = \frac{M}{R}$$

Luego de cierta manipulación algebraica se llega a la siguiente ecuación:

$$C = M\left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)$$

De la tasa dR/dt del modelo SIR se puede determinar el parámetro gamma de la siguiente manera:

$$\gamma = \frac{1}{I} \frac{dR}{dt}$$

Por tanto,

$$\gamma = \frac{1}{I} \left(\frac{dM}{dt} + \frac{dC}{dt} \right)$$

Realizando otros reemplazos y luego de manipulación se llega a la siguiente ecuación que se usa para determinar el parámetro γ basado solamente en la tasa de mortalidad δ , la cantidad de infectados y la tasa dM/dt:

$$\gamma = \frac{1}{I} \left[1 + \left(\frac{1 - \delta}{\delta} \right) \right] \frac{dM}{dt}$$

Discretizando esta ecuación para usarla en la solución numérica nos queda:

$$\gamma = \frac{1}{\delta I} \frac{\Delta M}{\Delta t}$$

Con esta ecuación se puede estimar el coeficiente γ solamente con la información del número de muertos en función del tiempo y la población infectada, tal como se muestra en la tabla #2.

Tabla 2: Determinación del parámetro Gamma y su descripción estadístia para el modelo SIRm.

t	S	CASOS	I	MUERTOS	Δt	ΔΜ	ΔM/Δt	ΔΙ	ΔI/Δt	gamma
18	16999832	168	165	3	1	1	1	56	56	0,2970
19	16999740	260	255	5	1	2	2	90	90	0,3843
20	16999633	367	360	7	1	2	2	105	105	0,2722
21	16999494	506	499	7	1	0	0	139	139	0,0000
22	16999211	789	775	14	1	7	7	276	276	0,4426
23	16998951	1049	1022	27	1	13	13	247	247,00	0,6233

delta = 2,00% gamma promedio= 0,3366 Desv. Estándar = 0,2072 CV = 61,57%

Como se ve en la tabla #2 el valor calculado de γ es 0.3366. Sin embargo, el coeficiente de variación (CV) es de 61.57%, que es muy elevado. Por otro lado, solo ha sido posible utilizar seis datos para estimar este valor, por lo que no es estadísticamente significativo. El autor de este trabajo considera que el valor así calculado es útil solo una referencia y que es conveniente usar un valor de γ más conservador, por lo que ha decidido usar γ =0.2.

El parámetro m está en función del nivel de movilidad o actividad de la población. En condiciones normales de movilidad, el valor de m es 1. Un estado de completa inmovilidad, en el que la actividad comercial, industrial, financiera, turística, gubernamental, académica, militar, transportación, entre otras, se detuviera por completo, y en el que las personas no interactuaran presencialmente, estaría representada por m=0. Para el caso de este modelo se propone utilizar un valor de m=0.25 para representar la situación de cuarentena, en la que, de acuerdo a las disposiciones del gobierno, se ha detenido toda actividad industrial y comercial, tanto pública o privada, no indispensables, se ha restringido el transporte público, se ha recomendado a la población permanecer en sus casas y se

ha ordenado un severo toque de queda. En caso de un endurecimiento de estas condiciones, en las que solo el sector de salud, el gobierno y la fuerza pública y transporte (restringido) operen, se propone que el valor de m sea entre 0.05 y 0,1. Por otro lado, para un escenario en el que se reanude parcialmente las actividades económicas se propone un valor de m=0.5.

El nivel del parámetro h, que representa la efectividad y penetración de las medidas de higiene adoptadas por la población, es de estimación subjetiva, dada la falta de información al respecto. En este estudio se utiliza un valor de h de 0.60, lo que significa que la efectividad y penetración de las medidas de higiene para prevenir el contagio del COVID-19 sería de 40%, que se estima bastante conservador.

RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Escenario # 1: Evolución de la Epidemia sin aplicación de políticas movilidad (m=1) ni incremento de las medidas de higiene (h=1).

Este escenario corresponde a la evolución natural de la epidemia, suponiendo que el gobierno no adoptara ninguna medida para limitar la movilidad y que la población no aplicara medidas de higiene básicas. En la figura #1 se muestra la población infectada en función del tiempo. Los resultados del modelo SIRm bajo este escenario indican que la epidemia duraría 229 días para ser totalmente controlada, habría un pico alrededor del día 77 contados a partir del inicio de la epidemia de 1.89 millones de infectados simultáneos.

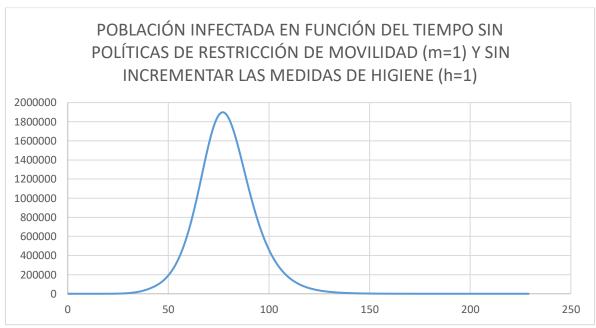


Figura # 1

Por otro lado, en la Figura #2 ilustra la evolución de los casos totales (acumulados) de COVID-19 bajo el Escenario #1. El modelo predice que al final de la epidemia el total de casos llegaría a ser de 12.2

millones de personas, lo que representa aproximadamente al 72% de la población. Utilizando la máxima tasa de mortalidad calculada para Ecuador (de acuerdo a su pirámide poblacional y a la tasa de mortalidad por rango de edad del COVID-19) que es de 1.42% de los casos totales (4), el número total de muertos causados por la pandemia ascendería a 173305.



Figura #2

Escenario # 2: Evolución de la Epidemia sin aplicación de políticas movilidad (m=1) pero con aplicación de medidas de higiene (h=0.6).

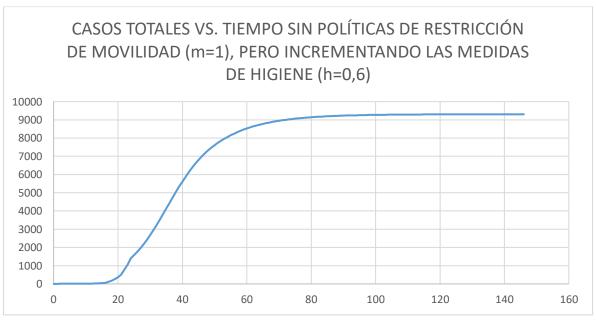
En este escenario se asume que el gobierno no restringe la movilidad de la población, pero que la penetración y efectividad de las medidas de higiene personal son importantes (h=0.6). Se ha asumido que la población incrementa el uso de medidas de higiene a partir del día 15 de la epidemia y que sus efectos se manifiestan con un desfase de 10 días.

Una representación de los resultados se observa en la Figura #3, en la que se muestra la población infectada en función de los días transcurridos desde el inicio de la epidemia. El modelo SIRm indica que bajo las condiciones de este escenario el pico de población infectada sucede alrededor del día 35 contados desde el inicio de la epidemia y corresponde a 2440 personas infectadas simultáneamente.



Figura # 3

En la Figura #4 se observa los casos totales (acumulados) de la epidemia bajo las consideraciones de este escenario, siendo que el número total de casos llegaría a ser de 9305, que representan apenas el 0.05% de la población del Ecuador, y con un total de muertos de entre 132 (considerando una tasa de mortalidad de 1.42%) y 837 (considerando una tasa de mortalidad del 9%, similar a la italiana). Además, el modelo arroja que la epidemia tardaría 146 días en ser totalmente controlada.



Comparando este escenario con el Escenario #1, es claro que las simples medidas de higiene como aumentar la frecuencia del lavado de manos con agua y jabón, no tocarse la cara, no saludar con la mano, mantener la distancia social, entre otras similares, tienen gran impacto sobre la duración de la epidemia, sobre la cantidad de casos totales y sobre el número de víctimas. Sin embargo, es necesario señalar que el valor de h se ha asignado de manera arbitraria, por lo que la predicción del modelo podría no acercarse a los resultados reales.

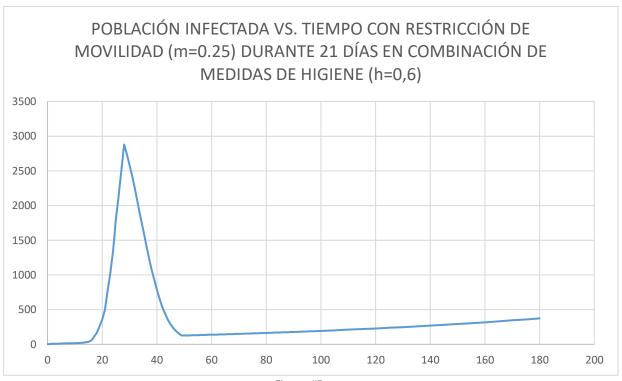
Escenario #3: Restricciones a la Movilidad (m=0,25) Durante 21 días e Incremento de las Medidas de Higiene (h=0,6). La estrategia tomada inicialmente por el gobierno ecuatoriano.

Las medidas de este escenario son las que el Gobierno del Ecuador ha adoptado a partir del día 15 de la epidemia. Para representar las restricciones a la movilidad que consisten en la imposición de toques de queda, la restricción de la circulación vehicular mediante pico y placa, la restricción del transporte público, la suspensión de actividades en el sector público, la suspensión de actividades en los sectores económicos que no estén relacionados con alimentación, salud, fuerza pública, servicios públicos, entre otros, se ha seleccionado un valor de m de 0,25. El autor de este trabajo considera que este valor es conservador y que en la realidad este podría ser mucho menor.

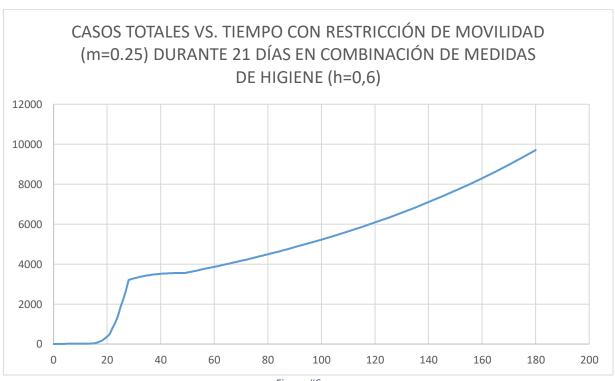
Cabe indicar que el Gobierno ha indicado que la cuarentena se levantaría el día 5 de abril, es decir que la duración de la medida sería de 21 días, luego de lo cual, para los fines de este modelo, se asumirá que las restricciones se levantan en su totalidad, pero se mantiene el nivel de las medidas de higiene (h=0,6). Para fines de estimación, se ha asumido que los resultados de la política de movilidad aplicada tendrán efecto recién 15 días después de haberse adoptado la misma.

Los resultados arrojados por el modelo SIRm bajo estos parámetros se muestran en las Figuras #5 y #6. Del análisis de la Figura #5 es claro que, gracias a la medida adoptada, la epidemia es controlada, pero no eliminada. El pico se infección se alcanzaría el día 28 desde el inicio de la epidemia, con 2880 personas enfermas simultáneamente. Luego, la población infectada disminuye rápidamente hasta que se alcanza un mínimo de 126 personas infectadas alrededor del día 49 de la epidemia. Luego de ello, el crecimiento de la epidemia sería lento, pero con tendencia exponencial, lo que es indicativo de que de no tomar medidas complementarias de cualquier naturaleza, existiría la posibilidad de un rebrote futuro de la epidemia.

En la Figura #6 se muestran los casos totales (acumulados) de la epidemia. El análisis de esta figura puede ser confuso. Sin embargo, debe tenerse en consideración que este gráfico solo indica que, como resultado de las medidas adoptadas por el gobierno, se alcanzaría una meseta en la que que la epidemia estaría aparentemente controlada (alrededor de los 3800 casos), para que luego, a partir del día 50 se reanude la acumulación de casos con tendencia exponencial leve, lo que permitiría adoptar medidas complementarias para controlar la epidemia.



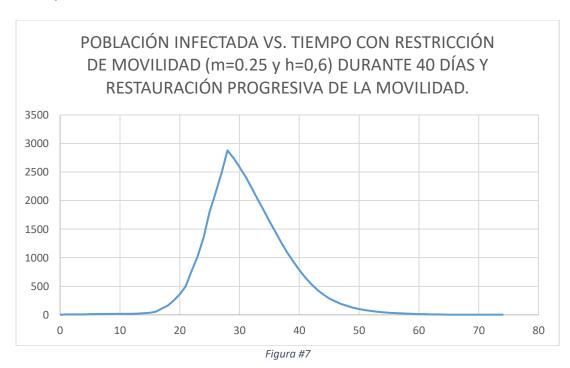




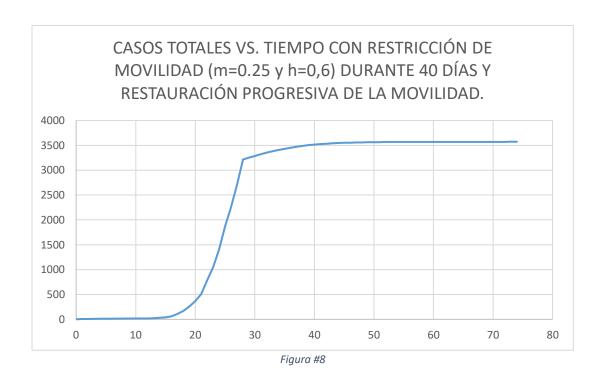
Escenario #4: Restricciones a la Movilidad (m=0,25) Durante 40 días e Incremento de las Medidas de Higiene (h=0,6). Levantamiento progresivo de la restricción a la movilidad durante una semana.

En vista de que la estrategia delineada en el escenario #3 controla la epidemia, pero no la extingue, se propone el siguiente escenario en el que se aplican las mismas restricciones y medidas del caso anterior, pero durante 40 días, seguido de un levantamiento progresivo de la movilidad de la población durante una semana.

Los resultados se muestran en la Figura #7. En este caso, la epidemia alcanza un pico de personas infectadas alrededor del día 29 desde el inicio de la epidemia. En ese día el total de personas infectadas sería de 2880. A partir de ese punto, la población infectada disminuye hasta que la epidemia queda extinguida en el día 75, contados desde el inicio de la epidemia (cero personas infectadas).



En el Figura #8 se muestra la evolución de los casos totales (acumulados) en función del tiempo. Se ve claramente cómo la curva se aplana a partir del día 40 y se logra que al día 75 ya no existan casos nuevos. De acuerdo al modelo SIRm, el número total de casos bajo este escenario estaría alrededor de los 3572, con un número de muertos que estaría entre 51 (aplicando una tasa de mortalidad de 1.42%, según la referencia (4)) y 321 (aplicando una tasa de moralidad de 9%, similar a la de Italia).



CONCLUSIONES

- Se ha determinado estadísticamente el parámetro β para la epidemia de COVID-19 en Ecuador (β =0.3475), con un coeficiente de variación de 20.65%.
- De acuerdo con el modelo matemático SIRm, bajo un escenario en el que no se adopte ninguna media de restricción de movilidad ni se incremente la penetración o efectividad de las medidas de higiene de la población, la epidemia de COVID-19 en Ecuador tardaría 229 días en extinguir (cero infectados nuevos), generando en el proceso un total de 12.2 millones de casos confirmados de la enfermedad, lo que representa al 72% de la población. Para tal caso se produciría un pico de infectados de 1.89 millones de personas alrededor del día 77 contado a partir del inicio de la epidemia. Bajo este escenario, el número de muertos estaría alrededor de 173000. Tener una estrategia de no tomar medidas para intentar frenar la epidemia es un camino equivocado que sería una catástrofe para el país.
- De acuerdo con el modelo SIRm, aumentar la penetración y efectividad de las medidas de higiene personal (h=0.6), tal como en el Escenario #2, sería suficiente para reducir significativamente la duración de la epidemia y el pico de infección. Bajo este escenario la epidemia se extinguiría en 146 días contados a partir de la detección del primer caso. El pico de infección sucedería a los 35 días de la epidemia, con 2440 personas infectadas simultáneamente. Al final de la epidemia total de casos acumulados sería de 9305, con un número de muertos de entre 132 y 837. Esta conclusión debe tomarse solamente como un indicativo del impacto positivo que tendría el aumentar la penetración y efectividad de las medidas de higiene en la población, ya que no se cuenta con suficiente información o datos para determinar estadísticamente el parámetro h.

- De acuerdo con el modelo SIRm, las medidas dispuestas originalmente por el Gobierno ecuatoriano, es decir, restricción de la movilidad durante 21 días, junto con el aumento de la penetración y efectividad de las medidas de higiene (Escenario #3), si bien tienen el efecto de contralar la epidemia, no la extinguen, dejando listo el camino para un posible rebrote futuro. Con este escenario se alcanzaría un pico de infección el día 28 de la pandemia con 2880 personas infectadas simultáneamente (en ese mismo día habría un total de casos de 3214). Luego, la población infectada disminuye rápidamente hasta alcanzar un mínimo de 126 personas infectadas alrededor del día 49 de la epidemia. A partir de este día, el crecimiento de la epidemia sería lento, dejando espacio al sistema de salud y al Gobierno para poder reaccionar e intentar adoptar medidas complementarias para evitar rebrotes o extinguir la epidemia. No es posible bajo este escenario estimar las muertes totales ya que con esta estrategia la epidemia no se extingue.
- Al alargar el tiempo de la cuarentena de 21 días a 40 días, para luego levantar las restricciones de movilidad progresivamente en el lapso de una semana, todo esto en combinación de un aumento de la penetración y efectividad de las medidas de higiene (h=0.6), se logra controlar y extinguir totalmente la epidemia en 75 días contados a partir de la detección del primer caso (Escenario #4). Bajo este escenario el pico de infección se alcanza alrededor del día 29 de la epidemia (2880 infectados). A partir de ese momento, la población infectada disminuye de manera exponencial hasta que la epidemia queda extinguida. Bajo este escenario, el número total de casos acumulados sería de 3572. El número total de muertos estaría entre 51 y 321.

OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES

- Los resultados de este estudio tienen alta dependencia en los datos estadísticos que han sido publicados por el gobierno. Por ello, la precisión de los valores numéricos reportados en los resultados y conclusiones de este estudio (personas infectadas, casos totales y número de muertos, duración de la epidemia, etc.) van a depender de la calidad de los datos mencionados. Al margen de esto, las tendencias de las curvas presentadas en este estudio guardarían similitud con la realidad.
- Los datos de personas curadas de la enfermedad reportados por el gobierno hasta la fecha en que se escribe este reporte no se ajustan al valor esperado de acuerdo a la tasa de mortalidad. En la opinión del autor de este trabajo no se está llevando una estadística confiable del número de recuperados de la infección.
- Para mejorar la precisión del modelo SIRm se recomienda realizar estudios para determinar estadísticamente los parámetros m y h aquí propuestos.
- Si bien se ha intentado mantener la rigurosidad académica en este estudio, la urgencia de publicar sus resultados a tiempo, de tal manera que sean útiles para ayudar a analizar y tomar decisiones mientras dure la epidemia, ha impedido al autor de este trabajo hacer un trabajo más riguroso.

- En caso de mantener la cuarentena en 21 días (Escenario #3), se recomienda al Gobierno ecuatoriano implementar medidas complementarias para intentar extinguir la epidemia. Estas medidas podrían consistir en la implementación de cuarentenas complementarias, debidamente espaciadas, aislamiento total de zonas focos de infección y aquellas que permitan incrementar la penetración y efectividad de las medidas de higiene en la población (campañas de concienciación, diseñar y difundir protocolos de bioseguridad, entregar implementos de protección -mascarillas, trajes, pantallas faciales, entre otros-, campañas para difundir el uso adecuado los implementos de protección, jabones, alcohol, cloro, etc.).
- Se recomienda al Gobierno ecuatoriano evaluar la posibilidad de extender la cuarentena a 40 días para intentar extinguir la epidemia, de acuerdo a los resultados de este estudio.
- En caso de lograr extinguir la epidemia se recomienda que se mantenga la prohibición de entrada al país de vuelos y el cierre de fronteras mientras dure la epidemia a nivel mundial. Estas medidas podrán levantarse paulatinamente siempre y cuando se apliquen protocolos en los que, como requisito para entrar al país, el viajero deberá someterse (a su costo) a la prueba de COVID-19 y ser colocado en cuarentena y centros de cuarentena provisionales ubicados dentro de los aeropuertos, puestos fronterizos o puertos, hasta obtener los resultados.

REFERENCIAS

- 1. Sasaki, Kai. COVID-19 Dynamics with SIR model. 2020.
- 2. **Building, Intuition.** SIR model of an Epidemic Basic Reproductive Number (Ro). [En línea] 2018. https://www.youtube.com/watch?v=UENds3fKssM.
- 3. **Smith, David y Moore, Lang.** *The SIR Model for Spread of Disease The Differential Equation Model.* 2004.
- 4. Adum Gilbert, Vicente. Estimación de la tasa de mortalidad por COVID-19 en Ecuador. 2020.