

附录：常用公式

基本变换公式

序号	变换类型	变换公式
1	CFS	$X(n\omega_0) = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$ $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(n\omega_0) e^{jn\omega_0 t}$
2	CFT	$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt,$ $x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$ <p>一般周期信号傅里叶变换: $X(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(n\omega_0) \delta(\omega - n\omega_0)$</p>
3	DFS	$X(k\Omega_0) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jk\Omega_0 n}$ $x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k\Omega_0) e^{jk\Omega_0 n}$
4	DTFT	$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\Omega n}$ $x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega$
5	DFT	$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$ $x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j\frac{2\pi}{N}nk}$

连续信号傅里叶变换相关性质

序号	性质	公式
1	对偶性	$X(t) \Leftrightarrow 2\pi x(-w)$
2	尺度变换	$x(at) \Leftrightarrow \frac{1}{ a } X\left(\frac{w}{a}\right) (a \neq 0)$
3	时移	$x(t \pm t_0) \Leftrightarrow e^{\pm jw t_0} X(w)$
4	频移	$x(t) e^{\pm jw_0 t} \Leftrightarrow X(w \mp w_0)$
5	微分	$\frac{d^n x(t)}{dt^n} \Leftrightarrow (jw)^n X(w)$ $X(w) = \frac{1}{(jw)^n} X_{(n)}(w) + \pi [x(+\infty) + x(-\infty)] \delta(w)$ (含有直流分量)
6	积分	$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \Leftrightarrow \frac{1}{jw} X(w) + \pi X(0) \delta(w)$
7	帕斯瓦尔公式	$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) ^2 dt \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(w) ^2 dw$

Z 变换相关性质

序号	性质	公式
1	时移（单边 Z 变换）	左移： $Z[x(n+m)u(n)] = z^m \left[X(z) - \sum_{k=0}^{m-1} x(k)z^{-k} \right]$ 右移： $Z[x(n-m)u(n)] = z^{-m} \left[X(z) + \sum_{k=-m}^{-1} x(k)z^{-k} \right]$
2	Z 域尺度变换	$a^n x(n) \Leftrightarrow X(a^{-1}z)$
3	Z 域微分	$nx(n) \Leftrightarrow -z \frac{dX(z)}{dz}$
4	时间翻转	$x(-n) \Leftrightarrow X(z^{-1})$
5	累加	$\sum_{k=-\infty}^n x(k) \Leftrightarrow \frac{1}{1-z^{-1}} X(z)$
6	初值定理	$x(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} X(z)$
7	终值定理	$\lim_{n \rightarrow \infty} x(n) = \lim_{z \rightarrow 1} [(z-1)X(z)]$

常用序列变换对

序号	傅里叶变换		Z 变换		
	$x(t)$	$X(\omega)$	$x(n)$	$X(z)$	ROC
1	$\delta(t)$	1	$\delta(n)$	1	$0 \leq z \leq \infty$
2	1	$2\pi\delta(\omega)$	$u(n)$	$\frac{z}{z-1}$	$1 < z \leq \infty$
3	$u(t)$	$\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$	$a^n u(n)$	$\frac{z}{z-a}$	$ a < z \leq \infty$
4	$g(t)$ $= \begin{cases} 1, & t < \tau/2 \\ 0, & t > \tau/2 \end{cases}$	$\tau Sa(\frac{\omega\tau}{2})$	$\frac{(n+1)(n+2)\cdots}{m!} a^n u(n)$	$\frac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}}$	(
5	$Sa(\omega_c t)$	$\frac{\pi}{\omega_c} g(\omega), g(\omega)$ $= \begin{cases} 1, & \omega < \omega_c \\ 0, & \omega > \omega_c \end{cases}$	$na^n u(n)$	$\frac{az}{(z-a)^2}$	$ a < z \leq \infty$
6	$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$	$\sin(n\Omega_0) u(n)$	$\frac{z \sin \Omega_0}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$	$1 < z \leq \infty$
7	$e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{j\omega + a}$	$\cos(n\Omega_0) u(n)$	$\frac{z(z - \cos \Omega_0)}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$	$1 < z \leq \infty$