

第二周作业参考答案

2-2 试列写图 2-78 所示 RC 电路系统的微分方程式，并求其传递函数。并用方块图建模的方法验证你所得到的模型。

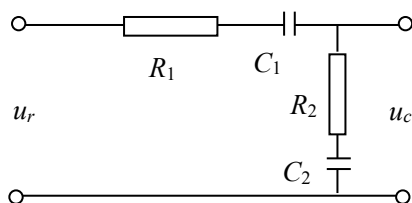


图 2-78 RC 电路系统

解：

系统的微分方程式

$$C_1 C_2 (R_1 + R_2) \frac{du_c(t)}{dt} + (C_1 + C_2) u_c(t) = C_1 C_2 R_2 \frac{du_r(t)}{dt} + C_1 u_r(t)$$

取拉氏变换后，即可得系统传递函数

$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{C_1 (C_2 R_2 s + 1)}{C_1 C_2 (R_1 + R_2) s + C_1 + C_2}$$

2-5 如图 2-81 所示电路。请列写当开关闭合后的电路：（1）回路方程；（2）节点方程；（3）状态方程，设： $u = e$, $y_1 = v_c$, $y_2 = v_{R_2}$ ；（4）确定传递函数 $y_1/u = G_1$, $y_2/u = G_2$ 。

（提示：令 $R = R_2 + R_3$; $R' = \frac{R_1}{R_2 + R_3}$ ）

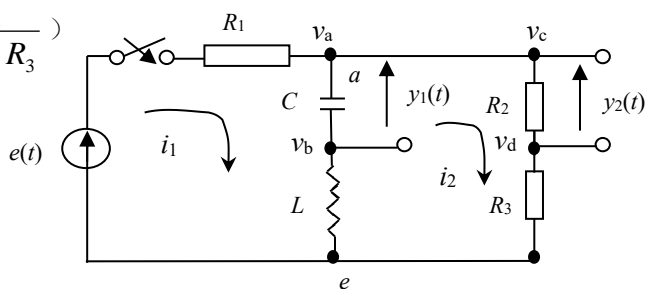


图 2-81 题 2-5 电路

2-5 参考答案（1）回路方程

$$\text{回路 1: } \left(R_1 + \frac{1}{CD} + LD \right) i_1 - \left(LD + \frac{1}{CD} \right) i_2 = e(t)$$

$$\text{回路 2: } \left(R_2 + R_3 + \frac{1}{CD} + LD \right) i_2 - \left(LD + \frac{1}{CD} \right) i_1 = 0$$

（2）节点方程

$$\text{节点}a: (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + CD)v_a - CDv_b - \frac{1}{R_2}v_d = \frac{e(t)}{R_1}$$

$$\text{节点}b: (\frac{1}{LD} + CD)v_b - CDv_a = 0$$

$$\text{节点}d: (\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})v_d - \frac{1}{R_2}v_c = 0$$

(3) 状态方程

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R_1}{(1+R')L} \end{bmatrix} \quad \text{where } R' = \frac{R_1}{R_2 + R_3} = \frac{R_1}{R}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{(1+R')L} \end{bmatrix}$$

(4) 传递函数

$$G_1(s) = \frac{Y_1(s)}{U(s)} = \frac{R}{(LCs^2 + 1)(R_1 + R) + sCRR_1} = \frac{1}{(LCs^2 + 1)(R' + 1) + sCR_1}$$

$$G_2(s) = \frac{Y_2(s)}{U(s)} = \frac{(LCs^2 + 1)R_2}{(LCs^2 + 1)(R_1 + R) + sCR_1R}, \quad \text{其中: } R = R_2 + R_3。$$

2-11 图 2-87 所示电路网络系统中，试列写输出 u_2 与输入 u_1 之间的微分方程式。

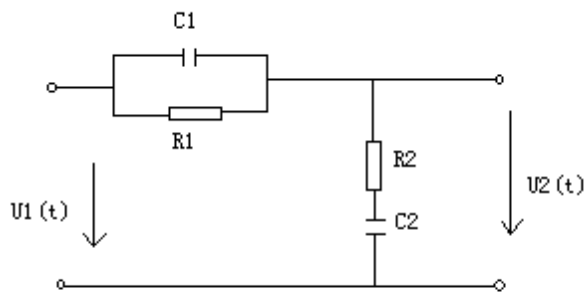


图 2-87 电路网络系统

|

解：图 2-87 所示电路网络系统的传递函数模型

$$\begin{aligned}
\frac{U_2(s)}{U_1(s)} &= \frac{R_2 + \frac{1}{C_2 s}}{\frac{R_1 \frac{1}{C_1 s}}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}} + R_2 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2 + R_1 C_2)s + 1} \\
&= \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) + R_1 C_2 s}
\end{aligned}$$

从而可以获得对应的微分方程模型：

$$T_1 T_2 \frac{d^2}{dt^2} U_2(t) + (T_1 + T_2 + R_1 C_2) \frac{d}{dt} U_2(t) + U_2(t) = T_1 T_2 \frac{d^2}{dt^2} U_1(t) + (T_1 + T_2) \frac{d}{dt} U_1(t) + U_1(t)$$

其中 $T_1 = C_1 R_1$, $T_2 = C_2 R_2$