

第八周作业参考答案

3-24 已知状态空间模型: $\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -6 & 4 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$; $y = [1 \quad 0] \mathbf{x}$;

$u(t) = 1(t)$ 。初始条件为 $x_1(0) = 2$, $x_2(0) = 0$ 。请给出 $\Phi(t)$, $\mathbf{x}(t)$ 以及 $y(t)$ 。

答案:

$$(1) \quad \Phi(t) = \begin{bmatrix} -e^{-2t} + 2e^{-4t} & 2e^{-2t} - 2e^{-4t} \\ -e^{-2t} + e^{-4t} & 2e^{-2t} - e^{-4t} \end{bmatrix}$$

$$(2) \quad \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} - 3e^{-2t} + \frac{9}{2}e^{-4t} \\ \frac{3}{4} - 3e^{-2t} + \frac{9}{4}e^{-4t} \end{bmatrix}$$

$$(3) \quad y(t) = cx(t) = \frac{1}{2} - 3e^{-2t} + \frac{9}{2}e^{-4t}$$

4-1 试用劳斯判据判定下列特征方程所代表的系统的稳定性。如果系统不稳定, 求特征方程在 s 平面右半平面根的个数。

$$(2) \quad s^5 + s^4 + 4s^3 + 4s^2 + 2s + 1 = 0$$

答案: (2) 不稳定, 2

4-2 已知单位负反馈系统的开环传递函数如下, 试用劳斯判据判定系统的稳定性。

$$(2) \quad G(s) = \frac{5s+1}{s^3(s+1)(s+2)}$$

答案: (2) [1 3 2 0 5 1] 不稳定

4-3 设单位负反馈系统的开环传递函数如下, 试确定使系统稳定的 K 的取值范围。

$$(2) \quad G(s) = \frac{K(s+1)}{s(s-1)(0.2s+1)}$$

答案: (2) $K > 4/3$

4-5 设单位负反馈系统的开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{K}{(s+1)(s+1.5)(s+2)}$$

若希望所有特征方程根都具有小于-1 的实部，试确定 K 的最大值。

答案：

闭环特征方程： $(s+1)(s+1.5)(s+2) + K = 0$

令 $s=z-1$ ： $z^3 + 1.5z^2 + 0.5z + K = 0$

劳斯阵列：

$$\begin{array}{c|cc} z^3 & 1 & 0.5 \\ z^2 & 1.5 & K \\ z^1 & 0.75 - K & 0 \\ z^0 & K & \end{array}$$

新系统稳定的 K 的最大值为 0.75，原系统特征根具有小于-1 的实部的 K 的最大值为 0.75。