离散信号的分析

主讲教师：齐冬莲

离散信号的时域描述和分析

四、离散信号的描述

- 单位脉冲序列
- 单位阶跃序列
- 矩形序列
- 斜变序列

- 实指数序列
- 正弦型序列
- 复指数序列
- 任意离散序列

离散信号的时域描述和分析

四、离散信号的描述-序列的表示方法

- **集合表示法**：

{x(n)}={……, 0， 1， 2， 3， 4， 3， 2， 1， 0， ……}

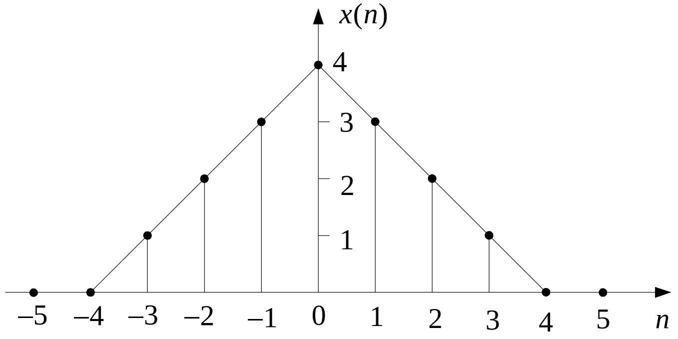
n=0

n值规定为自左向右逐一递增

- **公式表示法：**

$$x(n)=4-|n|,\quad |n|\le 3$$

- **图形表示法：**

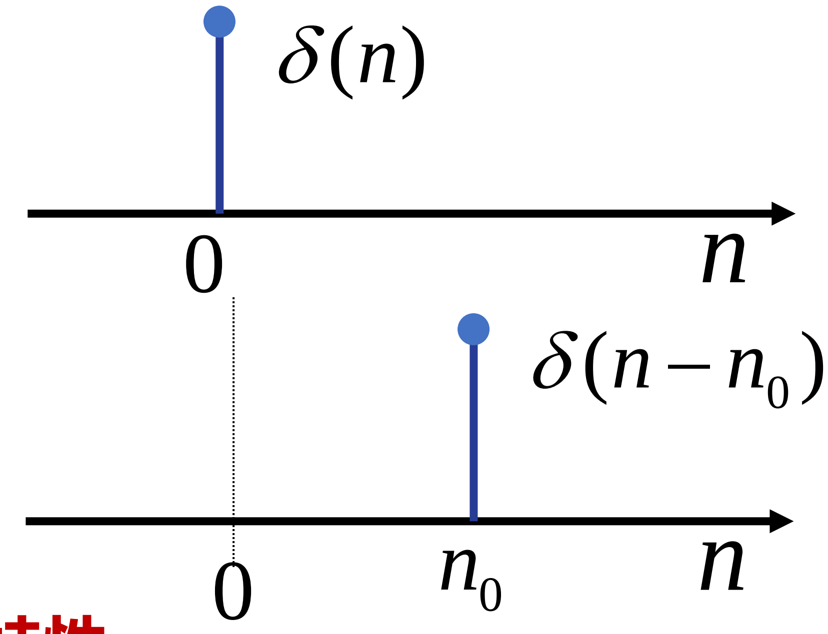


离散信号的时域描述和分析

1、单位脉冲序列

$$\delta(n)=\begin{cases}1 & (n=0)\\ 0 & (n\neq 0)\end{cases}$$

$$\delta(n-n_0)=\begin{cases}1 & (n=n_0)\\ 0 & (n\neq n_0)\end{cases}$$



- **单位脉冲序列的取样（筛选）特性**

$$x(n)\delta(n)=x(0)\delta(n)$$

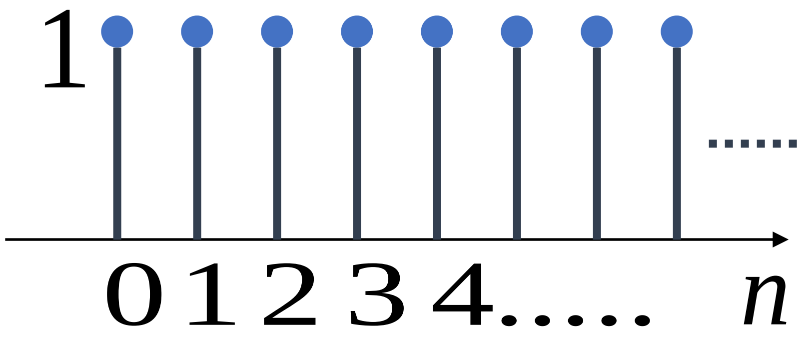
$$x(n)\delta(n-m)=x(m)\delta(n-m)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)\delta(n-n_0)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n_0)\delta(n-n_0)=x(n_0)$$

离散信号的时域描述和分析

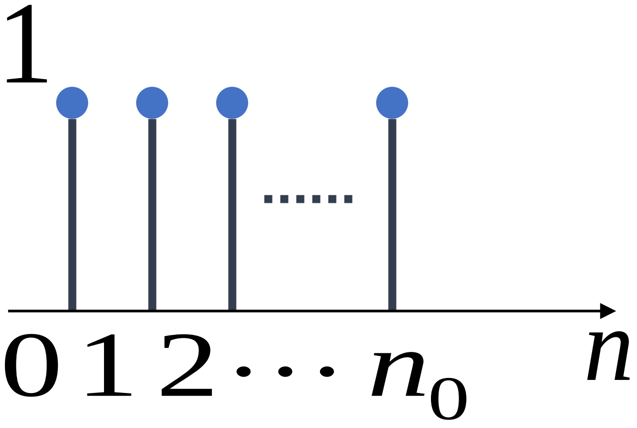
2、单位阶跃序列

$$u(n)=\begin{cases}1 & (n\geq 0)\\ 0 & (n<0)\end{cases}$$



3、矩形序列

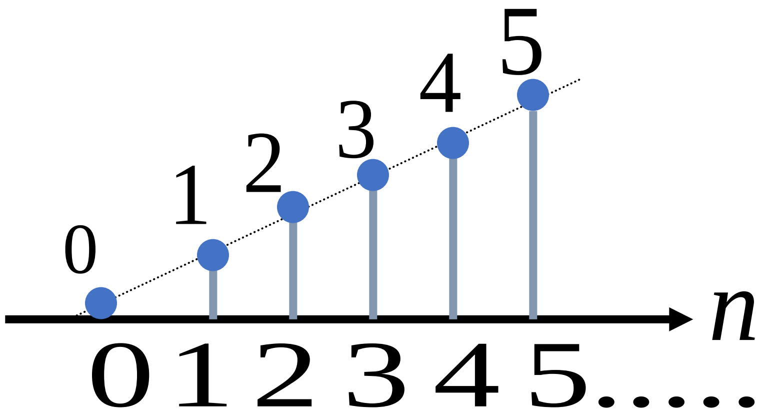
$$G_n(n)=\begin{cases}1 & (0\leq n\leq N-1)\\ 0 & (n<0\ \ or\ \ n\geq N)\end{cases}$$
$$=u(n)-u(n-n_0)$$



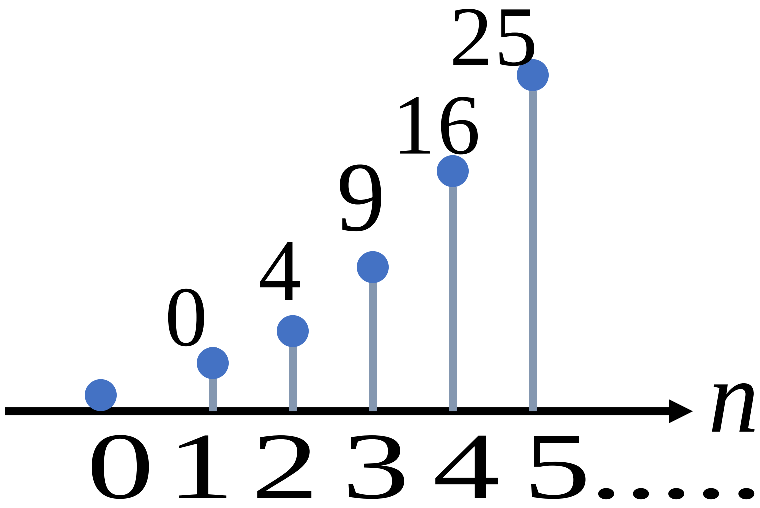
离散信号的时域描述和分析

4、斜变序列

$$R(n) = nu(n)$$



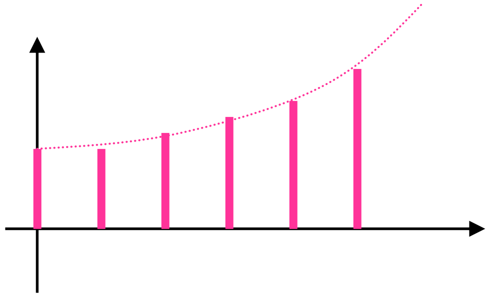
$$r(n) = n^2u(n)$$



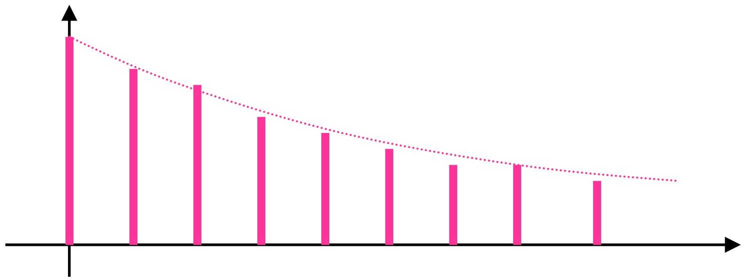
离散信号的时域描述和分析

5、实指数序列

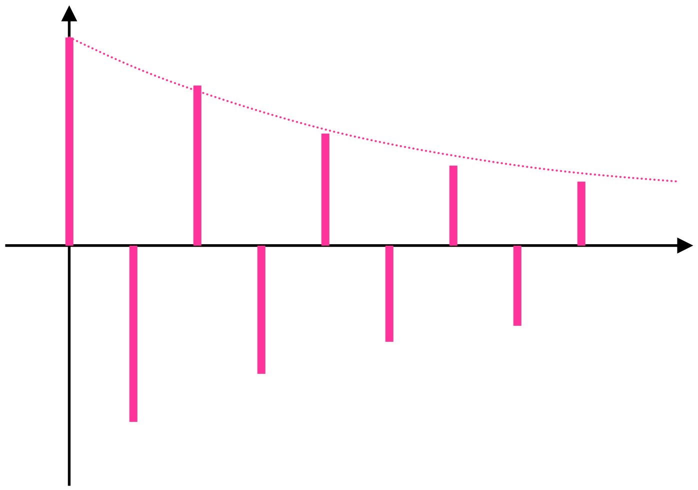
$$x(n)=a^n u(n)$$



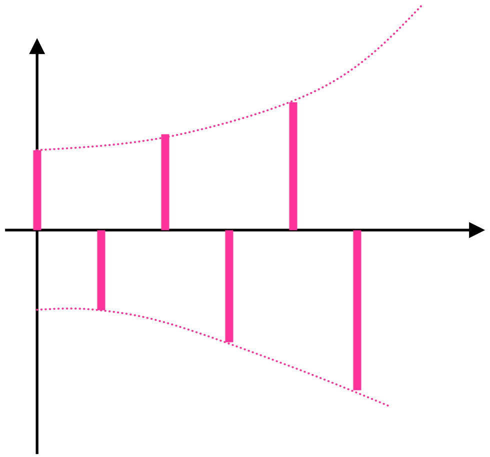
$a>1$



$0<a<1$



$-1<a<0$



$a<-1$

离散信号的时域描述和分析

6、正弦型序列

t = nTs

$$x(t) = A\sin\omega t$$

$$\boxed{\begin{aligned} x(n) &= A\sin(\omega n T_s) \\ &= A\sin(n\Omega) \end{aligned}}$$

$$\Omega = \omega T_s = \frac{\omega}{f_s} = \frac{2\pi}{T} T_s = \frac{2\pi}{N}$$

数字频率

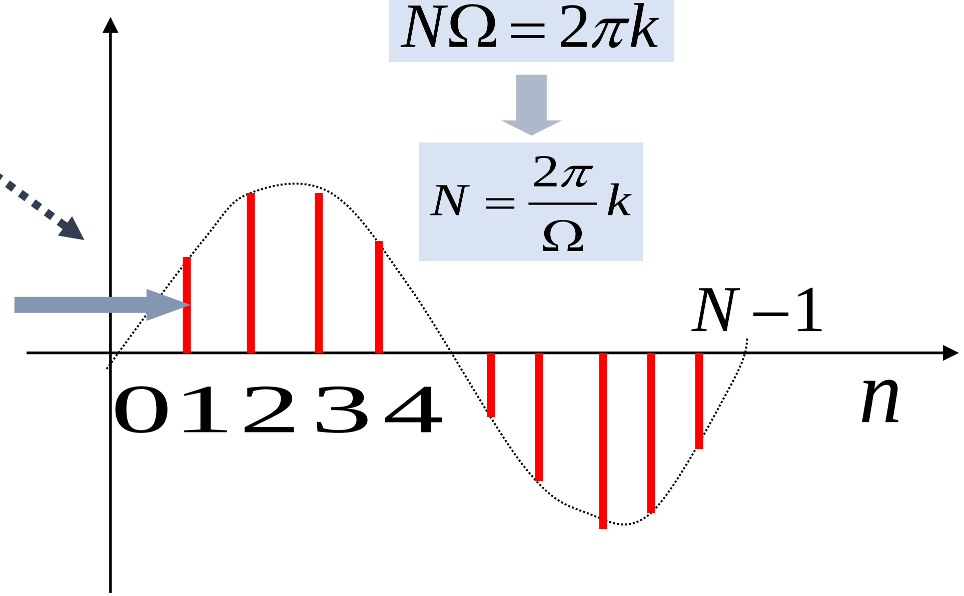
周期序列的特征：

$$x(n+N) = x(n)$$

$$\boxed{x(n) = A\sin(n\Omega + \varphi_0 + N\Omega)}$$

$$N\Omega = 2\pi k$$

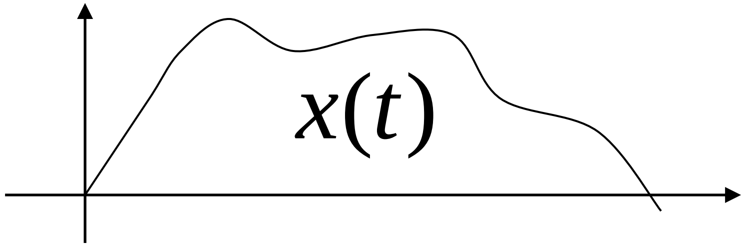
$$N = \frac{2\pi}{\Omega} k$$



离散信号的时域描述和分析

7、复指数序列

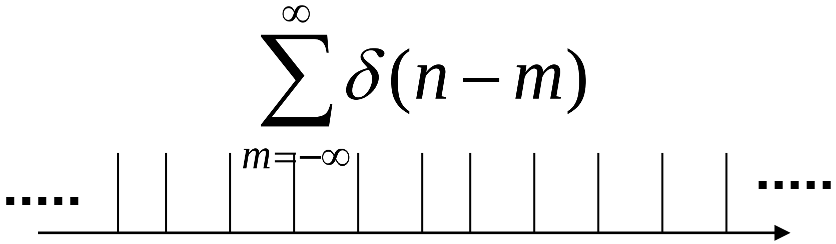
$$x(n) = e^{\sigma n}(\cos n\Omega + j\sin n\Omega)$$
$$= e^{(\sigma + j\Omega)n}$$

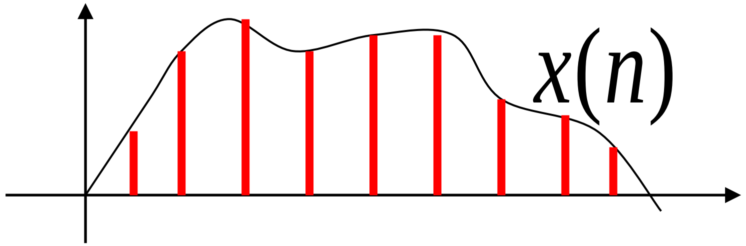


8、任意离散序列

$$x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m)$$

加权表示





离散信号的时域描述和分析

数字频率Ω和连续频率ω

- 对于连续时间信号而言，其频率值 $-\infty < \omega < \infty$

- 离散信号的数字频率的有效取值范围是

$$0 < \Omega \leq 2\pi$$

$$-\pi < \Omega \leq \pi$$

经过采样周期为T的离散化后，原来连续信号所具有的无限频率映射到离散信号的有限频率范围2π

离散信号的时域描述和分析

五、离散信号的时域运算

- 平移、翻转
- 和、积
- 累加
- 差分运算
- 序列的时间尺度（比例）变换
- 卷积和
- 两序列相关运算

离散信号的时域描述和分析

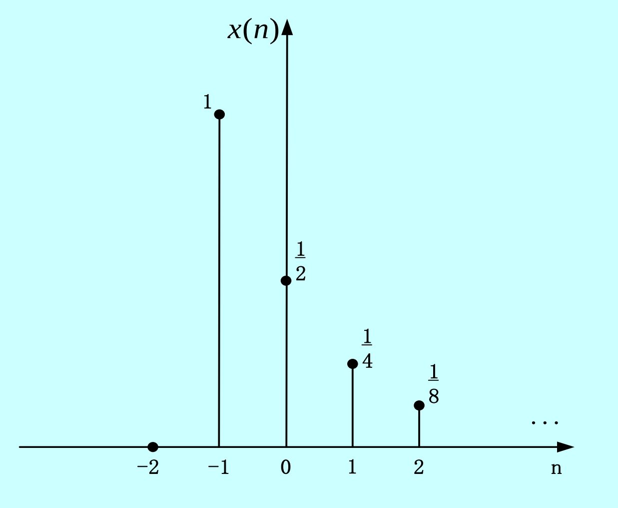
1、平移和翻转

- 设某一序列为x(n)，当m为正时，则x(n–m)是指序列x(n)逐项依次延时（右移）m位而给出的一个新序列，而x(n+m)则指依次超前（左移）m位。m为负时，则相反
- 如果序列为x(-n)，则是以n=0的纵轴为对称轴将序列x(n)加以翻转

离散信号的时域描述和分析

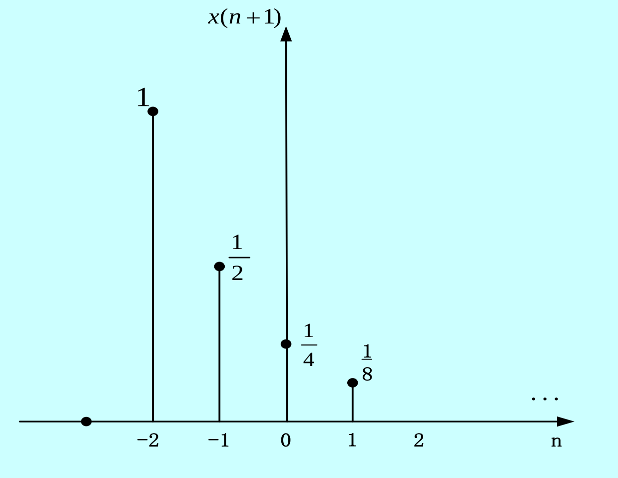
例 1：已知x(n)，求x(n+1)

$$x(n)=\begin{cases}\frac{1}{2}(\frac{1}{2})^n, & n\ge -1\\ 0, & n<-1\end{cases}$$



解：

$$x(n+1)=\begin{cases}\frac{1}{2}(\frac{1}{2})^{n+1}, & n+1\ge -1\\ 0, & n+1<-1\end{cases}$$



离散信号的时域描述和分析

2、和、积

- 两序列的和（积）是指同序号（n）的序列值逐项对应相加（相乘）而构成一个新的序列，表示为

$$z(n) = x(n) + y(n)$$

$$z(n) = x(n) \cdot y(n)$$

离散信号的时域描述和分析

3、累加

- 设某序列为x(n)，则x(n)的累加序列y(n)定义为

$$y(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}x(k)$$

它表示在某一个n_0上的值等于这一个n_0上的$x(n_0)$值以及n_0以前的所有n上的值之和。

离散信号的时域描述和分析

4、差分运算

- 前向差分 $\Delta x(n) = x(n+1) - x(n)$
- 后向差分 $\nabla x(n) = x(n) - x(n-1)$
- 由此得出 $\nabla x(n) = \Delta x(n-1)$

离散信号的时域描述和分析

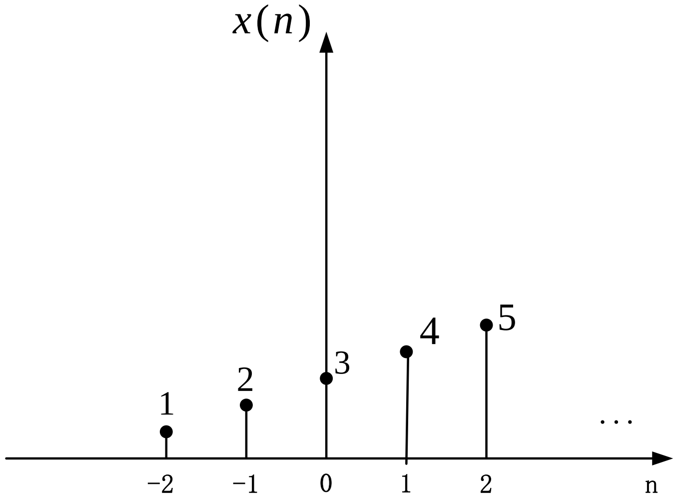
5、序列的时间尺度（比例）变换

- 对某序列x(n)，其时间尺度变换序列为x(mn)或x(n/m)，其中m为正整数
- 以m=2为例来说明。 x(2n)不是x(n)序列简单地在时间轴上按比例增一倍，而是以低一倍的抽样频率从x(n)中每隔2点取1点，如果x(n)是连续时间信号x(t)的抽样，则相当于将x(n)的抽样间隔从T增加到2T，即，若 $x(n)=x(t)\big|_{t=nT}$

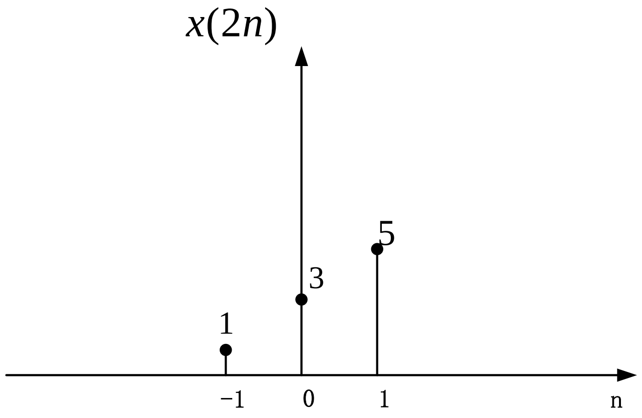
  则 $x(2n)=x(t)\big|_{t=n2T}$

- 把这种运算称为抽取，即x(2n)是x(n)的抽取序列

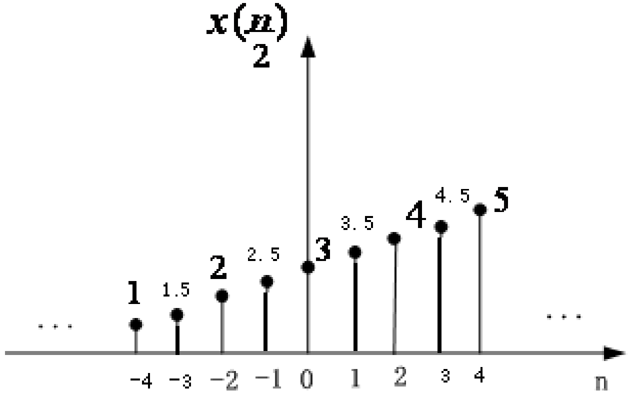
离散信号的时域描述和分析



(*a*)



(*b*)



离散信号的时域描述和分析

6、卷积和

- 设两序列为x(n)和h(n)，则x(n)和h(n)的卷积和定义为

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m)=x(n)*h(n)$$

离散信号的时域描述和分析

[例] 设 $h(n)=\{-1,2,4,0,5\},\ x(n)=\{1,3,6,1,-1,4\}$

求 $y(n)=h(n)*x(n)$

- **解：这一方法的算式如下：**
- 1 3 6 1 -1 4 （被卷行）
- × -1 2 4 0 5 （卷行）
- -1 -3 -6 -1 1 -4
- 2 6 12 2 -2 8
- 4 12 24 4 -4 16
- 0 0 0 0 0 0
- \+ 5 15 30 5 -5 20
- -1 -1 4 23 32 13 34 21 -5 20
- 即 $y(n)=\{-1,-1,4,23,32,13,34,21,-5,20\}$

离散信号的时域描述和分析

7、两序列相关运算

- 序列的相关运算被定义为

$$\Re_{xy}(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)y(n+m)$$

- 可以用卷积符号“ * ”来表示相关运算

$$\Re_{xy}(n) = x(n) * y(-n)$$

作业与预习

- **P186**
  - 习题1、习题2、习题3
  - 22，23（MATLAB）

- **预习内容**：
  - **离散信号的频域分析**

- **实验1：连续时间信号分析**
  - **4月19日，周四1-2节**
  - **MATLAB仿真实验**
  - **通过钉钉群直播**

谢谢大家