夏学期第一周作业参考答案

4-6 已知系统如图 4-18 所示，试判定系统的稳定性，并计算系统的给定稳态误差和扰动稳态误差。

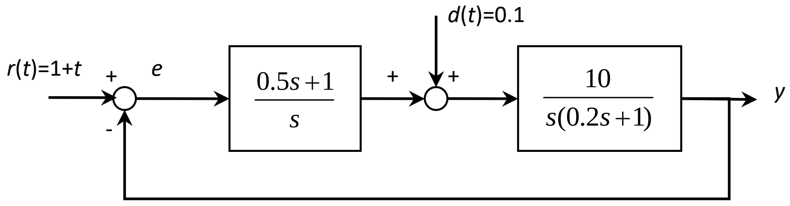

图 4-18　题 4-6 图

答案：

闭环特征方程：$0.2s^3+s^2+5s+10=0$

系统稳定。

$$R(s)=\frac{1}{s}+\frac{1}{s^2}$$

$$e_{\mathrm{sr}}=\lim_{s\to 0}\frac{s}{1+\frac{0.5s+1}{s}\frac{10}{s(0.2s+1)}}R(s)=0$$

$$D(s)=\frac{0.1}{s}$$

$$e_{\mathrm{sd}}=\lim_{s\to 0}\frac{-s\frac{10}{s(0.2s+1)}}{1+\frac{0.5s+1}{s}\frac{10}{s(0.2s+1)}}D(s)=0$$

4-8 设单位反馈系统开环传递函数 $G(s)=\frac{K}{(s+2)(s+4)(s^2+6s+25)}$，试应用劳斯判据确定 K 为多大时，将使系统振荡，并求出振荡频率。

答案：

闭环特征方程：$s^4+12s^3+69s^2+198s+200+K=0$

劳斯阵列：

$$
\begin{array}{c|ccc}
s^4 & 1 & 69 & 200+K \\
s^3 & 12 & 198 & 0 \\
s^2 & 52.5 & 200+K & \\
s^1 & 7995-12K & 0 & \\
s^0 & 200K & &
\end{array}
$$

K=666.25 时系统振荡。

由 $52.5s^2+(200+666.25)=0$ 得一对虚根为 $\pm j\sqrt{16.5}$，振荡频率为 $\sqrt{16.5}$。

4-10 单位反馈系统开环传递函数 $G(s)=\dfrac{K(2s+1)(s+1)}{s^2(Ts+1)}$，$K$>0, T>0。确定当闭环稳定时，T、K 应满足的条件。

答案：

闭环特征方程：$Ts^3+(2K+1)s^2+3Ks+K=0$

劳斯阵列：

$$
\begin{array}{c|cc}
s^3 & T & 3K \\
s^2 & 2K+1 & K \\
s^1 & 3K(2K+1)-TK & 0 \\
s^0 & K &
\end{array}
$$

系统稳定应满足：

$$
\begin{cases}
T>0 \\
2K+1>0 \\
3K(2K+1)-TK>0 \\
K>0
\end{cases}
$$

整理得：

$$
\begin{cases}
K>0 \\
T<6K+3
\end{cases}
$$

4-16 已知单位负反馈系统的开环传递函数为：

$$G(s)=\frac{K(s+30)}{(s+1)(s^2+20s+116)}$$

试确定使系统稳定的 K 的最大值，并选择合适的 K，使得系统对单位阶跃输入的稳态误差小于 0.1。

答案：

闭环特征方程：$s^3+21s^2+(136+K)s+116+30K=0$

劳斯阵列：

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 136+K \\ s^2 & 21 & 116+30K \\ s^1 & 2740-9K & 0 \\ s^0 & 116+30K & \end{array}$$

K 最大为 $\dfrac{2740}{9}$ 。

$K_{\mathrm{p}}=\dfrac{30K}{116}$，对单位阶跃输入的稳态误差：$e_{\mathrm{ss}}=\dfrac{1}{1+K_{\mathrm{p}}}=\dfrac{116}{116+30K}$，在系统稳定的范围内 K>34.8。

5-1 设单位负反馈控制系统的开环传递函数为： $G(s)=\dfrac{K}{s+2}$，试用相角条件检查下列各点是否在根轨迹上：（-1，j0），（－3，j0），（-2，j1）， （-5，j0）。并求出相应的 K 值。

答案：

用相角条件检查：（考虑 K>0）

1）对（-1, j0）：$-\angle(-1-(-2)=-\angle 1=-0^{\circ}\neq(1+2n)\pi$；不满足相角条件

2）对（-3, j0）：$-\angle(-3-(-2)=-\angle -1=-\pi$；满足相角条件，K=1

3）对（-2, j1）：$-\angle(-2+j-(-2)=-\angle -2+j2=-135^{\circ}\neq(1+2n)\pi$；不满足相角条件

4）对(-5, j0)：$-\angle(-5-(-2)=-\angle -3=-\pi$；满足相角条件，K=3

5-2 系统的开环传递函数为： $G(s)H(s)=\dfrac{K}{(s+1)(s+2)(s+4)}$，试证明 $s_1=-1+j\sqrt{3}$ 点在根轨迹上，并求出相应的 K 值和系统的开环放大系数 K^* 。

答案：

1）由题意可得该系统有三个开环极点，分别为-1，-2 和-4，

要证明 $s_1=-1+j\sqrt{3}$ 点在根轨迹上，只要证明该点满足根轨迹的相位条件，因为根轨迹的幅度条件总可以找到一个 K 值来满足。

又因为 s_1 点到三个开环极点-1，-2，-4 的角度分别为：90°，60°，30° 。和为180°，即

满足根轨迹的相位条件，也就是说 s_1 点在根轨迹上。　　　　　　证毕

2）由幅度条件：$|G(s_1)H(s_1)|=1$　解得 K=12

3）根据开环放大系数的定义有：

$$G(s)H(s)=\frac{K}{(s+1)(s+2)(s+4)}=\frac{K^*}{(s+1)(0.5s+1)(0.25s+1)}$$　　即　$K^*=\frac{K}{8}$=1.5