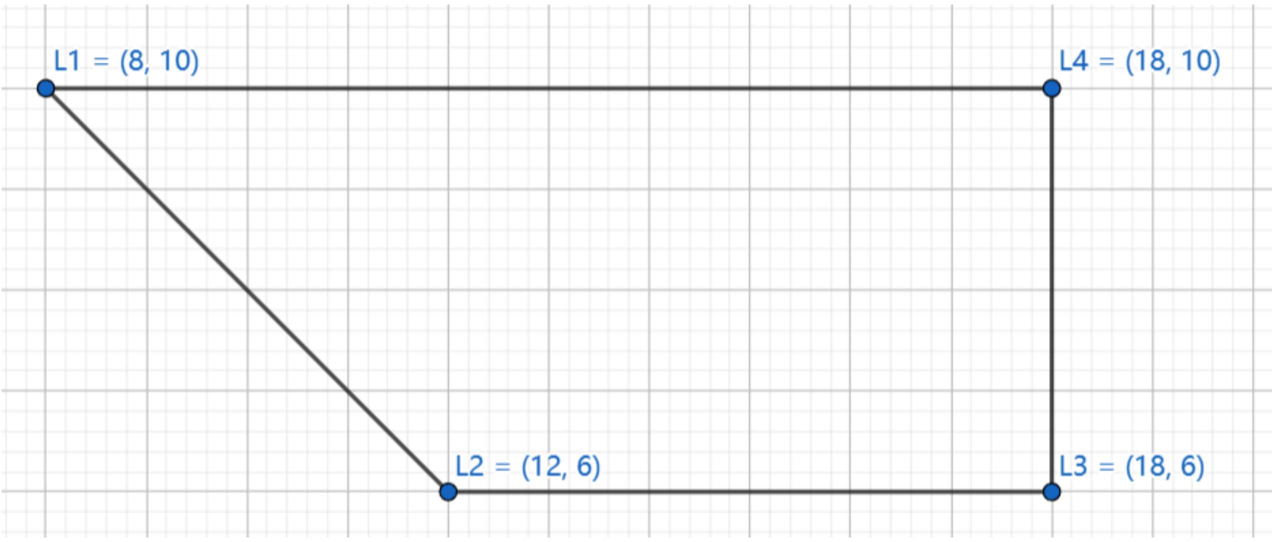
货物供应中心的选址问题

问题建模

根据题意，我们设选址的位置为s，坐标为x_s,y_s。我们在如图所示的区域中选址s，四个边界点分别记为L_1,L_2,L_3,L_4。



那么在单位运费$k=1$一定的情况下，保证运费最少也即保证选址s到各个销售点的加权距离之和最小，而这个权重事实上就是每天的货物销售量。我们记$p_i=(x_i,y_i)$为销售点i的位置，c_i为该销售点的每日货物销售量($i=1,2\cdots5$分别对应$ABCDE$)。考虑欧几里得距离而非曼哈顿距离，从而可以得到以下的二次规划模型：

$$\min z=\sum_{i=1}^{5}c_i\sqrt{[(x_s-x_i)^2+(y_s-y_i)^2]}$$

$$\text{s.t.}\quad\begin{cases}y_s\geq 6\\ y_s\leq 10\\ x_s\leq 18\\ x_s+y_s\geq 18\end{cases}$$

根据题目，对应数据如下：

专卖店名称	x_i	y_i	每日销售量c_i
A	3	12	18
B	6	6	11
C	10	2	5
D	18	12	16
E	12	14	9

代码

```
MODEL:
sets:
num_i/1,2/:x;
endsets

[OBJ]min=18*@sqrt((x(1)-3)^2+(x(2)-12)^2)
        +11*@sqrt((x(1)-6)^2+(x(2)-6)^2)
        +5*@sqrt((x(1)-10)^2+(x(2)-2)^2)
        +16*@sqrt((x(1)-18)^2+(x(2)-12)^2)
        +9*@sqrt((x(1)-12)^2+(x(2)-14)^2);
```

```
x(2)>=6;
x(2)<=10;
x(1)<=18;
x(1)+x(2)>=18;
@for(num_i(i):x(i)>=0);
END
```

结果

```
Lingo 18.0 - [Solution Report - Lingo3]
File  Edit  Solver  Window  Help

  Local optimal solution found.
  Objective value:                              401.0859
  Infeasibilities:                              0.000000
  Extended solver steps:                               5
  Best multistart solution found at step:              1
  Total solver iterations:                            43
  Elapsed runtime seconds:                          0.20

  Model Class:                                       NLP

  Total variables:                      2
  Nonlinear variables:                  2
  Integer variables:                    0

  Total constraints:                    7
  Nonlinear constraints:                1

  Total nonzeros:                       9
  Nonlinear nonzeros:                   2


                        Variable           Value        Reduced Cost
                           X( 1)        8.434187            0.000000
                           X( 2)        10.00000           -1.905899

                             Row    Slack or Surplus      Dual Price
                             OBJ        401.0859           -1.000000
                               2        4.000000            0.000000
                               3        0.000000            0.000000
                               4        9.565813            0.000000
                               5       0.4341869            0.000000
                               6        8.434187            0.000000
                               7        10.00000            0.000000
```

如图所示，其中`X(1)`对应于题目中的x_s，`X(2)`对应于题目中的y_s。可以看到最优解为：

$$x_s \approx 8.43, \quad y_s = 10$$

即最优的选址位置。此时的每日总运输费用：$cost \approx 401$
（上述数值单位均为题目中默认单位）