

港口运输问题

问题建模

对于这一问题，该公司所需要的配备船只数量包括三部分：

- 航线运行载货所需要的船只数量(N_l)：实际上就是完成四条航线的航运任务所需要的船只数目，由每条航线的船只数和航程天数共同决定。基本的原则是每天都要存在在航线上运行的船只。
- 港口之间周转所需要的船只数量(N_t)：由于每个港口的出入船只数目不同，所以为了航线的正常运行需要在各个港口之间进行货物的调度（使用同型号船只）。这样能够使得在单位时间之内，每个港口的出入航班数目各自相等，达到平衡。这样实际上造成了一个产销平衡运输问题。
- 为维修等所需要的备用船只数量(N_s)：占总船只数目的 20%，可以由其他两者计算得到。

首先计算航线运行载货所需要的船只数量，对某一航线，应有：

$$\text{航线运行载货所需要的船只数量} = (\text{航程天数} + \text{载货天数} + \text{卸货天数}) \times (\text{每天的航班数})$$

航线	每天航班数	航程天数	航线载货要求船只数
1	3	17	$(17 + 1 + 1) \times 3 = 57$
2	2	3	$(3 + 1 + 1) \times 2 = 10$
3	1	7	$(7 + 1 + 1) \times 1 = 9$
4	1	13	$(13 + 1 + 1) \times 1 = 15$

计算得到：

$$N_l = 57 + 10 + 9 + 15 = 91$$

为了分析港口之间周转所需要的船只数量，我们要分析**每天**各个港口城市的出入船只量情况：

港口城市	进入船只数	离开船只数	出入船只差
A	0	1	-1
B	1	2	-1
C	2	0	2
D	3	1	2
E	0	3	-3
F	1	0	1

基于此我们构建一个产销平衡的运输问题，问题数据如下：

	$B_1(A)$	$B_2(B)$	$B_3(E)$	产量
$A_1(C)$	2	3	5	2
$A_2(D)$	14	13	17	2
$A_3(F)$	7	8	3	1
销量	1	1	3	

- 每天的出入船只差值当作产销问题中的物资(a_i, b_j)，并根据其值的正/负把港口城市划分为产地(A_i)/销售地(B_j)。
- 以 A_i 到 B_j 的航运天数作为运价 c_{ij}
- 以 A_i 到 B_j 每天需要的周转船只数作为运量 x_{ij}

则问题的数学模型如下：

$$\min z = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{cases} \sum_{j=1}^3 x_{ij} = a_i, & (i = 1, 2, 3) \\ \sum_{i=1}^3 x_{ij} = b_j, & (j = 1, 2, 3) \\ x_{ij} \geq 0, \end{cases}$$

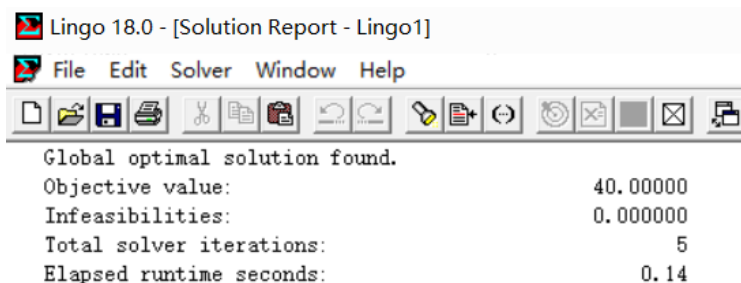
代码

```
MODEL:
sets:
row/1..3/:a;
arrange/1..3/:b;
link(row,arrange):c,x;
endsets

data:
a=2,2,1;
b=1,1,3;
c=2,3,5
  14,13,17
  7,8,3;
enddata

[OBJ]min=@sum(link(i,j):c(i,j)*x(i,j));
@for(row(i):@sum(arrange(j):x(i,j))=a(i));
@for(arrange(j):@sum(row(i):x(i,j))=b(j));
@for(link(i,j):x(i,j)>=0);
END
```

结果



Lingo 18.0 - [Solution Report - Lingo1]

File Edit Solver Window Help

Variable	Value	Reduced Cost
A(1)	2.000000	0.000000
A(2)	2.000000	0.000000
A(3)	1.000000	0.000000
B(1)	1.000000	0.000000
B(2)	1.000000	0.000000
B(3)	3.000000	0.000000
C(1, 1)	2.000000	0.000000
C(1, 2)	3.000000	0.000000
C(1, 3)	5.000000	0.000000
C(2, 1)	14.000000	0.000000
C(2, 2)	13.000000	0.000000
C(2, 3)	17.000000	0.000000
C(3, 1)	7.000000	0.000000
C(3, 2)	8.000000	0.000000
C(3, 3)	3.000000	0.000000
X(1, 1)	1.000000	0.000000
X(1, 2)	0.000000	2.000000
X(1, 3)	1.000000	0.000000
X(2, 1)	0.000000	0.000000
X(2, 2)	1.000000	0.000000
X(2, 3)	1.000000	0.000000
X(3, 1)	0.000000	7.000000
X(3, 2)	0.000000	9.000000
X(3, 3)	1.000000	0.000000

也即:

	$B_1(A)$	$B_2(B)$	$B_3(E)$	每天多余船只
$A_1(C)$	1	0	1	2
$A_2(D)$	0	1	1	2
$A_3(F)$	0	0	1	1
每天缺少船只	1	1	3	

从而

$$N_l = 91$$

$$N_t = 40$$

$$N_s = (N_l + N_t) \times 0.25 = 33$$

$$N = N_l + N_t + N_s = 164$$

即总共需要164只船