滤波器

主 讲 教 师 ： 于 淼

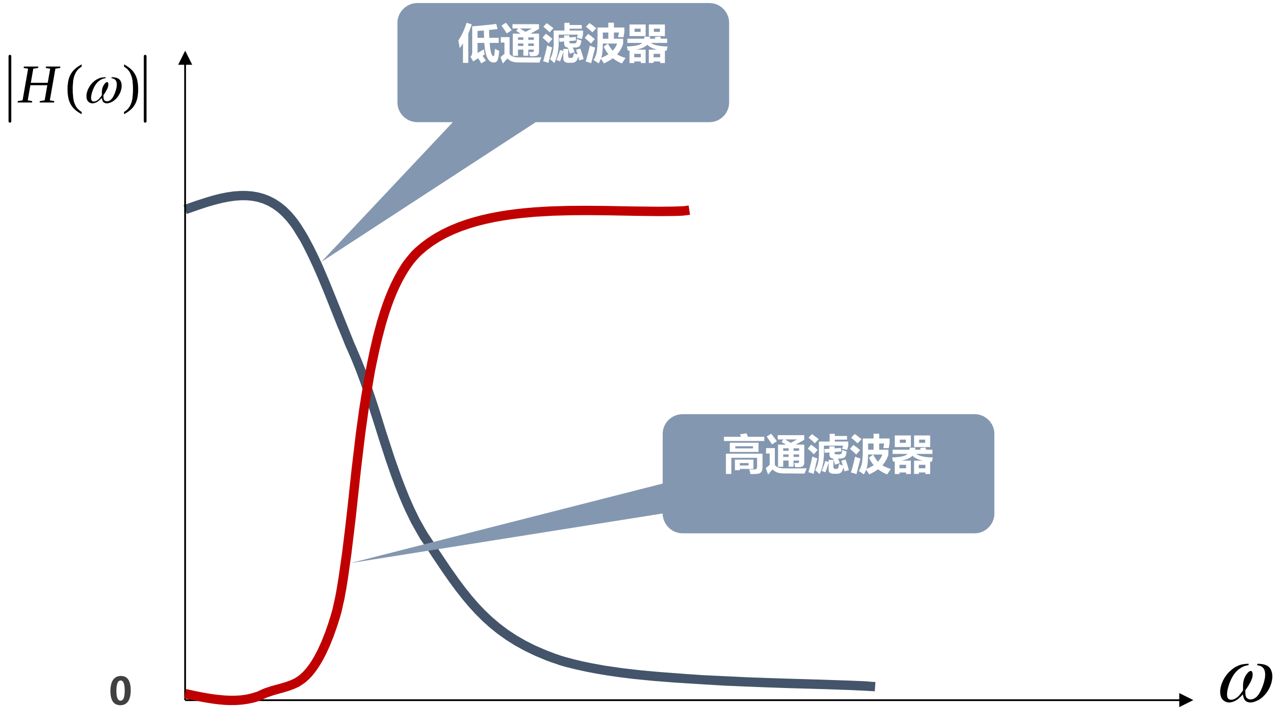
模拟滤波器的频率变换

四、模拟滤波器的频率变换

- 在实际工程中，通常是将设计好的低通滤波器，在传递函数H(s)中通过频率变换，转换成为高通、带通和带阻滤波器

模拟滤波器的频率变换

1、低通滤波器转换成高通滤波器



当低通特性变换为其他特性时，其衰减幅度与波动值均保持不变，仅仅是相应的频率位置产生了变换

模拟滤波器的频率变换

1、低通滤波器转换成高通滤波器

归一化低通到归一化高通的频率变换可表示为

$$s_L = \frac{1}{s_H}$$

将平面上的低通特性变换为平面上的高通特性

归一化频率之间的关系为

$$\omega_L = \frac{1}{\omega_H}$$

当ω_L为0→1时，则ω_H取值为∞→1；当ω_L为1→∞时，则ω_H取值为1→0。滤波器低通的通带变换到高通的通带，而低通的阻带变换到高通的阻带。

模拟滤波器的频率变换

1、低通滤波器转换成高通滤波器

- 当给定高通滤波器的技术指标时，设计步骤:
  - 对给定的技术指标进行频率归一化处理
    - 通常对巴特沃思滤波器以其3dB频率为频率归一化因子
    - 对切比雪夫滤波器以其等波动通带截止频率为归一化因子
  - 将高通的技术指标变换为低通的技术指标
  - 根据转换出的低通滤波器技术指标，设计满足技术指标的低通滤波器
  - 对设计出的归一化低通滤波器的系统函数变换为归一化高通滤波器的系统函数
  - 将归一化高通滤波器进行反归一化处理，得到实际的高通滤波器

模拟滤波器的频率变换

例5 - 5 设计一个巴特沃思高通滤波器，要求

$f_p = 4kHz$ 时，$\alpha_p \leq 3dB$ ，$f_s = 2kHz$，$\alpha_s \geq 15dB$。

- 解：对高通滤波器进行频率归一化，以fp为归一化因子，有

$$\overline{\omega}_{Hp} = 1 \qquad \overline{\omega}_{Hs} = 0.5$$

相应低通滤波器的归一化截止频率为

$$\overline{\omega}_{Lp} = \frac{1}{\overline{\omega}_{Hp}} = 1 \qquad \overline{\omega}_{Ls} = \frac{1}{\overline{\omega}_{Hs}} = 2$$

低通滤波器的技术指标为

$$\overline{\omega}_{Lp} = 1, \alpha_p \leq 3dB; \overline{\omega}_{Ls} = 2, \alpha_s \geq 15dB$$

模拟滤波器的频率变换

- 设计出的归一化低通滤波器为3阶的巴特沃思滤波器，其系统函数为

$$H_L(\bar{s}) = \frac{1}{\bar{s}^3 + 2\bar{s}^2 + 2\bar{s} + 1}$$

由 $s_L = \dfrac{1}{s_H}$，归一化高通滤波器的系统函数为 $H_H(\bar{s}) = \dfrac{\bar{s}^3}{\bar{s}^3 + 2\bar{s}^2 + 2\bar{s} + 1}$

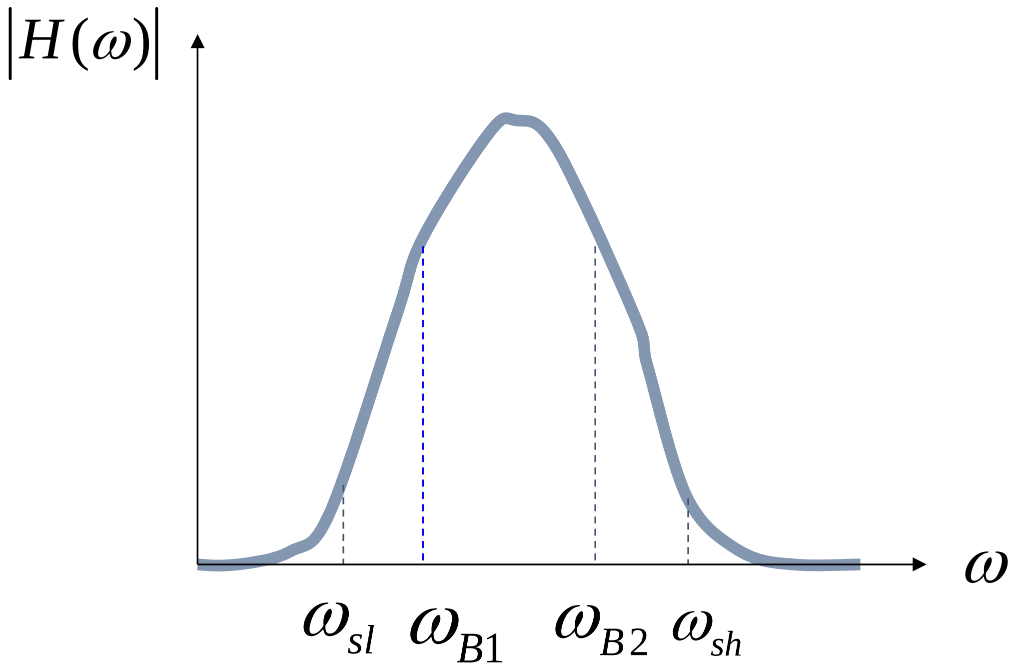
进行反归一化处理，得到实际的巴特沃思高通滤波器为

$$H_H(s) = \frac{s^3}{s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3}$$

$$\omega_c = 2\pi f_p = 8\pi \times 10^3 \, rad/s$$

模拟滤波器的频率变换

2、低通滤波器转换成带通滤波器



ω_{B1} 通带下限截止频率

ω_{B2} 通带上限截止频率

ω_{sl} 阻带下限截止频率

ω_{sh} 阻带上限截止频率

模拟滤波器的频率变换

2、低通滤波器转换成带通滤波器

- 从归一化低通到带通的频率变换比较复杂，最常用的公式为

$$s_L = \frac{s_B^2 + \omega_0^2}{Bs_B}$$

将jω代入上式，有

$$\omega_L = \frac{\omega_B^2 - \omega_0^2}{B\omega_B}$$

式中 ω_L 、ω_B 表示低通和带通滤波器的频率变量，ω_0、B分别表示带通通带中心频率和通带宽度

模拟滤波器的频率变换

2、低通滤波器转换成带通滤波器

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{B1}\omega_{B2}}$$

$$B = \omega_{B2} - \omega_{B1}$$

- 带通的中心频率 ω_0 通过频率变换变成低通的原点，它们之间的通带、阻带有着对应关系

模拟滤波器的频率变换

例5 - 6 设计一个切比雪夫带通滤波器满足下列指标：

（1）通带中心频率 $\omega_0 = 10^6 rad/s$

（2）带宽 $B = 10^5 rad/s$

（3）在通带 $950\times10^3 rad/s \le \omega \le 1050\times10^3 rad/s$

最大衰耗 $\alpha_p \le 1dB$

（4）在阻带 $\omega \ge 1250\times10^3 rad/s$

最小衰耗 $\alpha_s \ge 40dB$

模拟滤波器的频率变换

解： 将给定的指标转换为归一化低通指标。求得归一化低通通带边界频率为

$$\omega_L = \frac{\omega_B^2 - \omega_0^2}{B\omega_B} = \frac{(1.05\times10^6)^2 - (10^6)^2}{10^5 \times 1.05\times10^6} = 0.976 \approx 1 = \omega_c$$

求得归一化低通阻带边界频率为

$$\omega_s = \frac{\omega_B^2 - \omega_0^2}{B\omega_B} = \frac{(1.25\times10^6)^2 - (10^6)^2}{10^5 \times 1.25\times10^6} = 4.5$$

切比雪夫低通滤波器的参数为

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0.1\alpha_p} - 1} = \sqrt{10^{0.1} - 1} = 0.5088$$

模拟滤波器的频率变换

$$n=\frac{\mathrm{ch}^{-1}\left[\sqrt{\left(10^{0.1\alpha_s}-1\right)/\left(10^{0.1\alpha_p}-1\right)}\right]}{\mathrm{ch}^{-1}\left(\frac{\omega_s}{\omega_c}\right)}=\frac{6}{2.2}=2.72$$

取阶数*n*=3。归一化三阶切比雪夫低通滤波器为

$$H(\bar{s})=\frac{0.494}{\bar{s}^3+0.9889\bar{s}^2+1.2384\bar{s}+0.4913}$$

将带通变换式代入上式，求得六阶的切比雪夫带通滤波器系统函数为

$$H_B(s)=H\left(\frac{s^2+10^{12}}{10^5 s}\right)$$

$$=\frac{4.94\times10^{14}s^3}{s^6+9.889\times10^{14}s^5+3.012\times10^{12}s^4+1.982\times10^{17}s^3+3.012\times10^{24}s^2+9.889\times10^{28}s+10^{36}}$$

模拟滤波器的频率变换

3、低通滤波器转换成带阻滤波器

低通滤波器变换到带阻滤波器的变换关系式

$$s_L = \frac{Bs_R}{s_R^2 + \omega_0^2}$$

式中 s_L 和 s_R 分别表示低通和带阻滤波器系统函数的频率变量； ω_0 和B分别是带阻的阻带中心频率和阻带宽度

课后作业

- **作业**：P318:　2、4
- **预习**：数字滤波器设计

谢谢大家