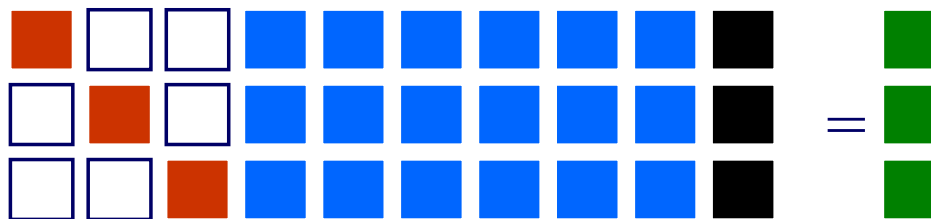


构造初始基可行解

➤ 希望初始基矩阵是一个单位矩阵，有

$$(\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_m) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$


方法：通过增加人工变量或松弛变量，可以使

$$\mathbf{A}_a = [\mathbf{A} \mathbf{I}]$$

人工变量法举例

$$\max \quad z = -3x_1 + x_3$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 + x_3 \leq 4$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 1$$

$$3x_2 + x_3 = 9$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

人工变量法举例

$$\max \quad z = -3x_1 + x_3 + 0x_4 + 0x_5 - Mx_6 - Mx_7$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 + x_6 = 1$$

$$3x_2 + x_3 + x_7 = 9$$

$$x_j \geq 0 \quad j=1,2,\dots,7$$

大M法：初始单纯形表

			-3	0	1	0	0	-M	-M
C_B	基	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	x_4	4	1	1	1	1	0	0	0
-M	x_6	1	-2	1	-1	0	-1	1	0
-M	x_7	9	0	3	1	0	0	0	1
σ_j			-2M-3	4M	1	0	-M	0	0

大M法：最优单纯形表

			-3	0	1	0	0	-M	-M
C_B	基	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	x_4	0	0	0	0	1	-1/2	1/2	-1/2
0	x_2	5/2	-1/2	1	0	0	-1/4	1/4	1/4
1	x_3	3/2	3/2	0	1	0	3/4	-3/4	1/4
σ_j			-3/2	0	0	0	-3/4	-M+3/4	-M-1/4

两阶段法

问题实质： 问题隐含了约束 $x_a=0$ ，最优解需同时满足 $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$ 和 $x_a=0$ 。

步骤：

第一阶段： 在 $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$ 的解空间中寻找满足 $x_a=0$ 的解。

第二阶段： 以上述解为初始解，在 $x_a=0$ 的子空间（降维空间）中寻找满足 $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$ 的最优解。

第一阶段:

$$\max \quad w = -x_6 - x_7$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4$$

$$-2x_1 + x_2 - x_3 - x_5 + x_6 = 1$$

$$3x_2 + x_3 + x_7 = 9$$

$$x_j \geq 0 \quad j=1,2,\dots,7$$

两阶段法:最优单纯形表

			0	0	0	0	0	-1	-1
C_B	基	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	x_4	0	0	0	0	1	-1/2	1/2	-1/2
0	x_2	3	0	1	1/3	0	0	0	1/3
0	x_1	1	1	0	2/3	0	1/2	-1/2	1/6
σ_j			0	0	0	0	0	-1	-1

第一阶段

$$\max \quad z = -3x_1 + x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

$$\text{s.t.} \quad x_4 - 1/2 * x_5 = 0$$

$$x_2 - 1/3 * x_3 = 3$$

$$x_1 + 2/3 * x_3 + 1/2 * x_5 = 1$$

$$x_j \geq 0 \quad j=1,2,\dots,7$$

第二阶段：初始单纯形表

			-3	0	1	0	0
C_B	基	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	x_4	0	0	0	0	1	-1/2
0	x_2	3	0	1	1/3	0	0
0	x_1	1	1	0	2/3	0	1/2
σ_j			0	0	3	0	3/2

第二阶段:最优单纯形表

			-3	0	1	0	0
C_B	基	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	x_4	0	0	0	0	1	-1/2
0	x_2	5/2	-1/2	1	0	0	-1/4
0	x_3	3/2	3/2	0	1	0	3/4
σ_j			-3/2	0	0	0	-3/4