消防站问题

问题建模

设

$$c_{ij}=\begin{cases}1, & \text{地区}i\text{由消防站}j\text{负责时}\\0, & \text{地区}i\text{不由消防站}j\text{负责时}\end{cases}$$

$$x_j=\begin{cases}1, & \text{消防站}j\text{启用}\\0, & \text{消防站}j\text{关闭}\end{cases}$$

其中

$$i=1,\cdots,11$$

$$j=1,2,3,4$$

根据题目得到c_{ij}情况如下:

地区\消防站	①	②	③	④
1	1	1	0	0
2	1	1	0	0
3	1	0	0	0
4	1	0	1	0
5	0	0	1	0
6	1	0	1	1
7	1	0	0	1
8	1	1	0	1
9	0	1	0	1
10	0	0	0	1
11	0	0	1	1

则建立如下整数规划问题数学模型:

$$\min z=x_1+x_2+x_3+x_4$$

$$\text{s.t.}\ \begin{cases}\sum_{j=1}^{4}c_{ij}x_j\geq 1, & (i=1,\cdots,11)\\x_j\in\{0,1\}\end{cases}$$

代码

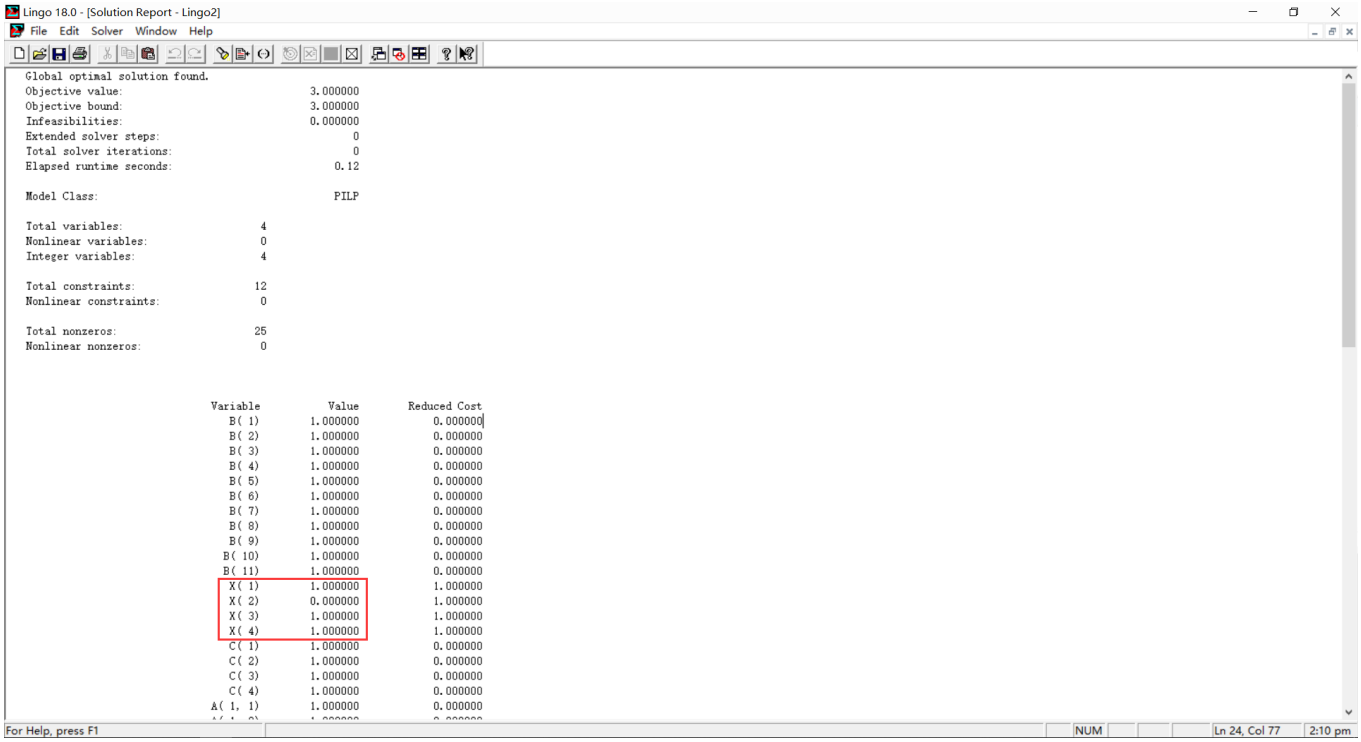
```
MODEL:
sets:
num_i/1..11/:b;
num_j/1..4/:x,c;
link(num_i,num_j):a;
endsets

data:
b=1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1;
c=1,1,1,1;
a=1,1,0,0,
1,1,0,0,
1,0,0,0,
```

```
1,0,1,0,
0,0,1,0,
1,0,1,1,
1,0,0,1,
1,1,0,1,
0,1,0,1,
0,0,0,1,
0,0,1,1;
enddata

[OBJ]min=@sum(num_j(j):c(j)*x(j));
@for(num_i(i):@sum(num_j(j):a(i,j)*x(j))>=b(i););
@for(num_j(j):@BIN(x(j)));
END
```

结果



可以看到解为$(1,0,1,1)$
从而可以减少消防站的数量，应关闭消防站②