滤波器

主讲教师：于淼

有限冲激响应（FIR）数字滤波器

- IIR数字滤波器
  - **优点**：利用了模拟滤波器设计的成果，计算工作量小，设计方便
  - **缺点**：传递函数是具有零点、极点的有理函数，存在稳定性问题；其相频特性一般情况下都是非线性的，信号传输时在通带内可能失真
- FIR数字滤波器
  - **优点**：能够很容易获得严格的线性相频特性；其冲激响应是有限长的，系统传递函数所包含的极点都位于原点，一定是稳定的；可用FFT实现，大大提高了滤波器的运算效率
  - **缺点**：要充分逼近锐截止滤波器，则要求FIR滤波器有较长的冲激响应序列h(n)，也就是M值要大，运算量也大大增加

有限冲激响应（FIR）数字滤波器

2、FIR数字滤波器的设计目标

- 根据要求的频率响应$H_d(\Omega)$，找出一单位冲激响应$h(n)$为有限长的离散时间系统，使其频率响应$H(\Omega)$，尽可能地逼近$H_d(\Omega)$

有限冲激响应（FIR）数字滤波器

3、FIR数字滤波器的原理

- 设FIR滤波器的单位冲激响应为$h(n)$，
- 则其Z变换为 $H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}$

- 如果FIR数字滤波器的单位冲激响应$h(n)$为实数，而且满足以下任一条件：
  - 偶对称 $h(n)=h(N-1-n)$
  - 奇对称 $h(n)=-h(N-1-n)$
  - 其对称中心在 $n=\frac{N-1}{2}$ 处，则可以证明滤波器具有线性的相频特性

有限冲激响应（FIR）数字滤波器

4、FIR数字滤波器的设计方法

- 窗函数法
- 模块法
- 频率抽样法
- 等波纹优化设计法

有限冲激响应（FIR）数字滤波器

5、窗函数法

- FIR滤波器的窗函数法，又称为傅立叶级数法，其给定的设计指标一般为频域指标，如滤波器的频率响应$H_d(\Omega)$。根据DTFT，有

$$h_d(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}H_d(\Omega)e^{j\Omega n}d\Omega$$

$$H_d(\Omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}h_d(n)e^{-j\Omega n}$$

有限冲激响应（FIR）数字滤波器

5、窗函数法

窗函数法：用时域的窗函数$w(n)$乘以无限长的单位冲激响应$h_d(n)$，对无限长的单位冲激响应序列进行截断，构成FIR数字滤波器的$h(n)$

$$h(n) = h_d(n)\,w(n)$$

常用的窗函数有矩形窗函数、三角窗函数、海宁窗函数、海明窗函数、布莱克曼窗函数和凯瑟窗函数等

有限冲激响应（FIR）数字滤波器

例1 设计一个线性相位FIR低通滤波器，该滤波器的截止频率为 Ω_c ，频率响应为

$$H_d(\Omega)=\begin{cases} e^{-j\alpha\Omega} & |\Omega|\le\Omega_c \\ 0 & \Omega_c<|\Omega|\le\pi \end{cases}$$

有限冲激响应（FIR）数字滤波器

解：滤波器的单位冲激响应为

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(\Omega)e^{j\Omega n}d\Omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\Omega_c}^{\Omega_c} e^{-j\alpha\Omega}e^{j\Omega n}d\Omega = \frac{\sin\left(\Omega_c(n-\alpha)\right)}{\pi(n-\alpha)}$$

$H_d(n)$ 是一个以α为中心偶对称的无限长序列

设选择的窗函数为矩形窗

$$w(n) = \begin{cases} 1 & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & 其他 \end{cases}$$

用窗函数w(n)截取$H_d(n)$ 在n=0至n= N-1的一段作为$h(n)$

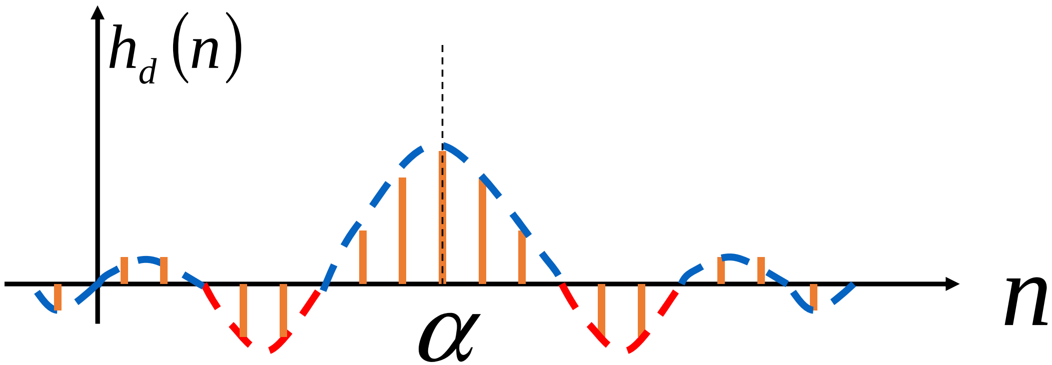
$$h(n) = h_d(n).w(n) = \begin{cases} h_d(n) & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & 其他 \end{cases}$$

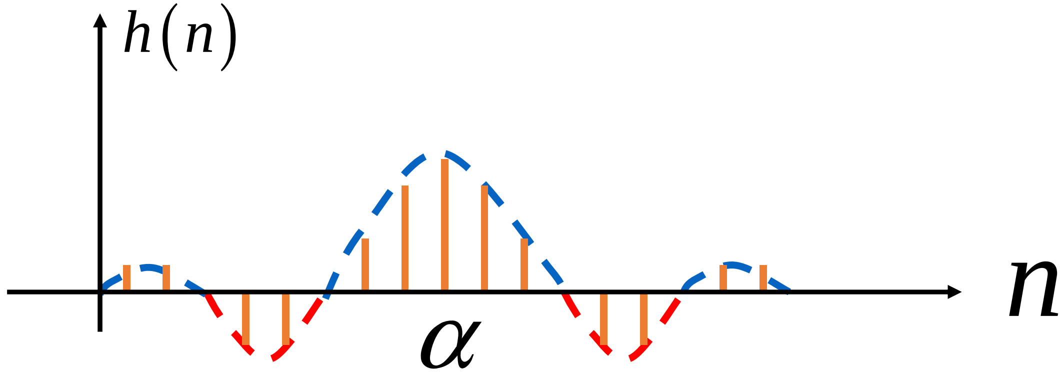
有限冲激响应（FIR）数字滤波器

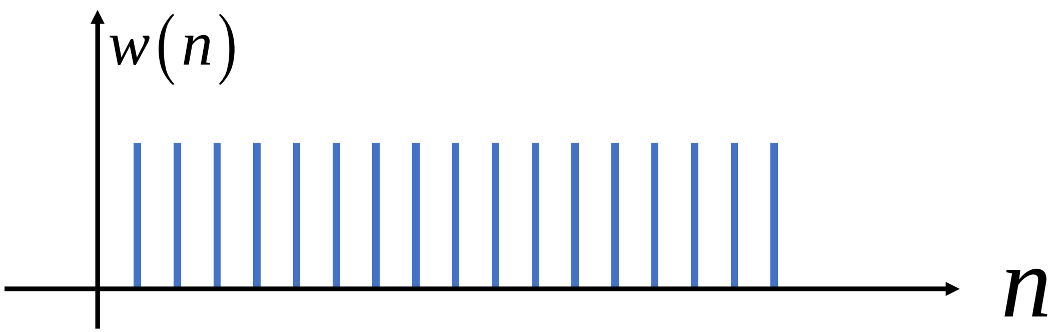
- 在截取时，必须保证满足线性相位的约束条件，即保证h（n）以 $\alpha=\frac{N-1}{2}$ 偶对称，则必须要求

- 以这样得到的h（n）作为所设计的滤波器的单位冲激响应，通过对h（n）作z变换即可得到线性相位FIR滤波器的传递函数H(z)

有限冲激响应（FIR）数字滤波器







有限冲激响应（FIR）数字滤波器

窗函数法设计线性相位FIR滤波器的步骤

- 根据需要确定理想滤波器的特性$H_d(\Omega)$
- 根据DTFT，由 $H_d(\Omega)$ 求出$h_d(n)$
- 选择合适的窗函数，并根据线性相位的条件确定长度N
- 由$h(n) = h_d(n)\ w(n)$ ，求出单位冲激响应$h(n)$
- 对$h(n)$作z变换，得到线性相位FIR滤波器传递函数$H(z)$

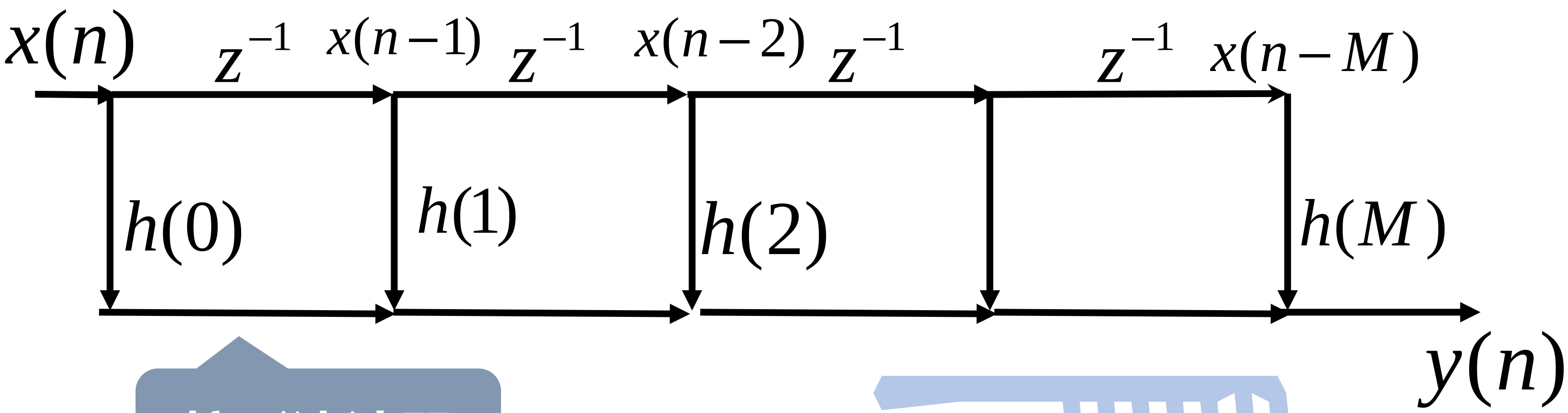
有限冲激响应（FIR）数字滤波器

6、FIR滤波器的网络结构

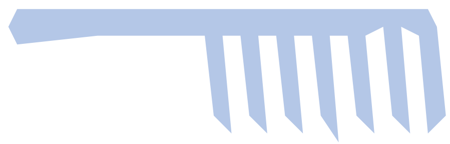
• **直接型：又称为横截型或卷积型**

$$y(n)=\sum_{r=0}^{M}h(r)x(n-r)$$

$$H(z)=\sum_{r=0}^{M}h(n)z^{-r}$$



梳形滤波器

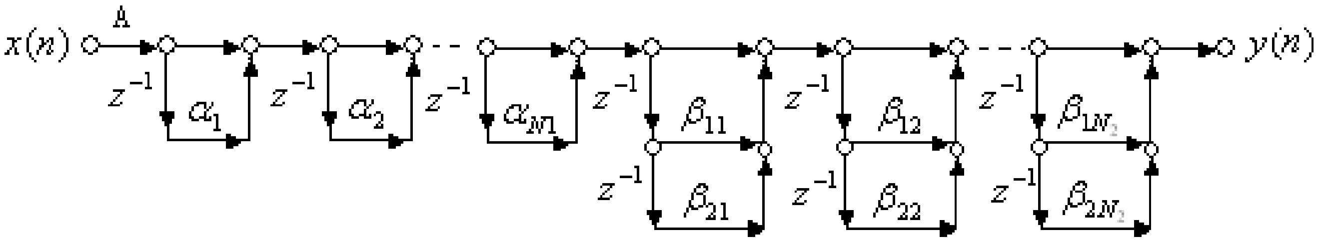


有限冲激响应（FIR）数字滤波器

- 级联型 ：若h（n）均为实数，则H（z）可分解为若干个实系数的一阶和二阶因子的乘积形式

$$H(z)=A\prod_{i=1}^{N_1}H_{1i}(z)\prod_{i=1}^{N_2}H_{2i}(z)$$

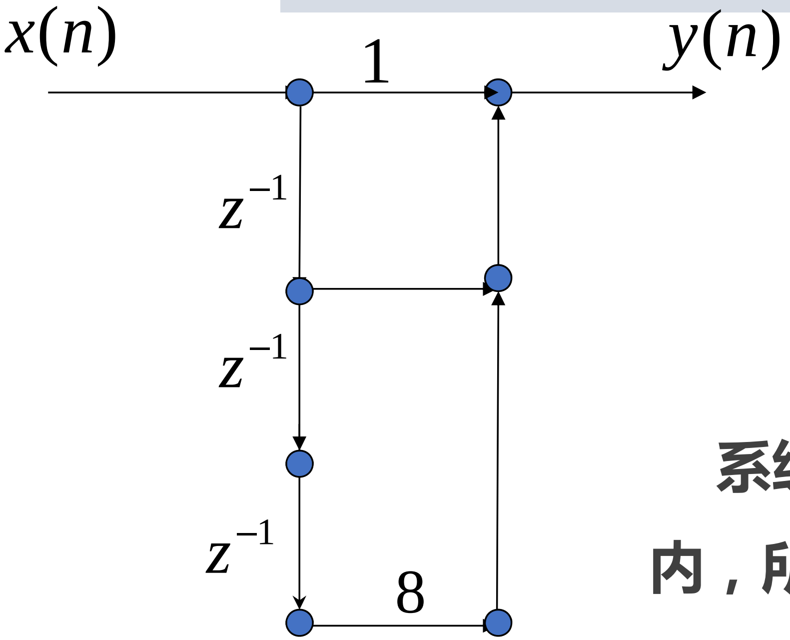
$$=A\prod_{i=1}^{N_1}\left(1+\alpha_i z^{-1}\right)\prod_{i=1}^{N_2}\left(1+\beta_{1i}z^{-1}+\beta_{2i}z^{-2}\right)$$



有限冲激响应（FIR）数字滤波器

例：由下列差分方程求出网络结构，并求其系统函数 H(z) 和单位冲激响应 h(n)，并判断系统的稳定性，求出系统的频率特性函数

$$(1)\quad y(n)=x(n)-5x(n-1)+8x(n-3)$$



解

$$Y(z)=(1-5z^{-1}+8z^{-3})X(z)$$

$$H(z)=1-5z^{-1}+8z^{-3}$$

$$h(n)=\delta(n)-5\delta(n-1)+8\delta(n-3)$$

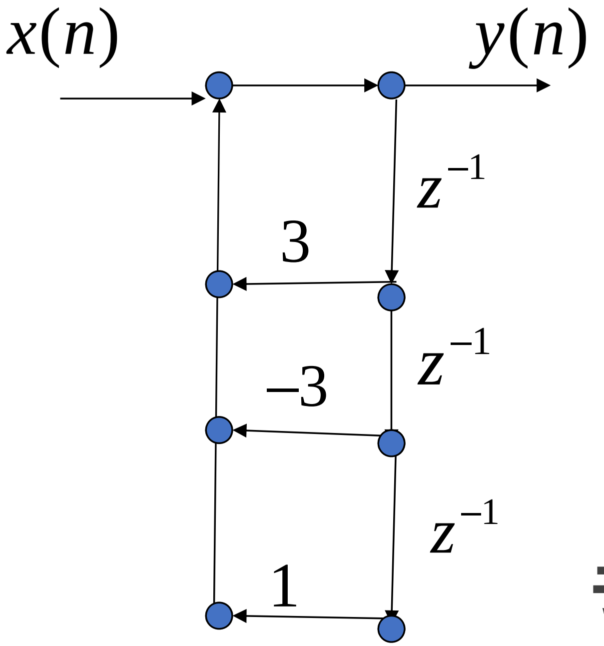
系统函数H(z)的所有极点均位于单位圆内，所以系统是稳定的

$$H(\Omega)=1-5\mathrm{e}^{-j\Omega}+8e^{-3j\Omega}$$

有限冲激响应（FIR）数字滤波器

(2) $y(n)-3y(n-1)+3y(n-2)-y(n-3)=x(n)$

解 $(1-3z^{-1}+3z^{-2}-z^{-3})Y(z)=X(z)$



$$H(z)=\frac{1}{(1-z^{-1})^3}$$

$$h(n)=\frac{1}{2}(n+1)(n+2)u(n)$$

系统函数H(z)的所有极点均位于单位圆内，所以系统是稳定的

$$H(\Omega)=\frac{1}{(1-\mathrm{e}^{-j\Omega})^3}$$

谢谢大家