

## 第七周作业参考答案

**3-10** 已知二阶系统的单位阶跃响应为： $h(t) = 10 - 12.5e^{-1.2t} \sin(1.6t + 53.1^\circ)$ 。请求出该系统的百分比超调量  $\sigma\%$ ，峰值时间  $T_p$  以及调节时间  $T_s$ 。

解：方法一：从已知的系统单位阶跃响应  $h(t)$  易知

$$\frac{10}{\sqrt{1-\zeta^2}} = 12.5; \quad \sqrt{1-\zeta^2} = 0.8; \quad \text{故 } \zeta = 0.6$$

$$\text{又, } -\zeta\omega_n = 1.2; \quad \text{代入 } \zeta = 0.6, \quad \text{得 } \omega_n = 2; \quad \omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} = 1.6$$

以下即可直接求得系统的超调量  $\sigma\%$ 、峰值时间  $t_p$  和调节时间  $t_s$ 。

方法二：

$$(1) \text{ 因为: 超调量 } \sigma\% = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \cdot 100\%$$

$$\text{而 } \zeta = \cos\beta = \cos 53.1^\circ = 0.6$$

$$\text{故: } \sigma\% = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \cdot 100\% = 9.48\%$$

$$(2) \text{ 因为: } t_p = \frac{\pi}{\omega_d}; \quad \text{从已知的 } h(t) \text{ 中 } \sin(1.6t + 53.1) \text{ 可知: } \omega_d = 1.6$$

$$\text{故: 其 } t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{3.14}{1.6} = 1.9625 \text{ s}$$

$$(3) \text{ 因为: } t_s = \frac{3.5}{\zeta\omega_n}; \quad \text{从已知的 } \omega_d = 1.6 = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \text{ 中可知: } \omega_n = 2$$

$$\text{故: } t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n} = \frac{3}{0.6 \cdot 2} = 2.5, \quad \Delta = 0.05 \text{ 或 } t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{0.6 \cdot 2} = 3.3, \quad \Delta = 0.02$$

$$\text{或 } t_s = \left| \frac{\ln(\Delta\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n} \right| = 2.68, \quad \Delta = 0.05 \text{ 或 } t_s = \left| \frac{\ln(\Delta\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n} \right| = 3.45, \quad \Delta = 0.02$$

**3-12** 已知某一系统的广义对象传递函数是  $G(s) = \frac{4}{(2s+1)^2}$ ，控制器是比例作用，比例系

数为  $K_c$ ，求：

(1) 使衰减比达到 4: 1 时的  $K_c$  值；

(2) 如果采用  $K_c=0.75$ ，问衰减比和振荡频率是多少？

解：(1) 系统的开环传递函数：  $G_{open}(s) = \frac{4K_c}{(2s+1)^2}$

系统的特征方程：  $\Delta = s^2 + s + 0.25 + K_c = 0$

写成标准形式：  $\Delta = s^2 + s + 0.25 + K_c = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$

当系统产生 4: 1 衰减振荡时，因为  $n = e^{\frac{2\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 4 \Rightarrow \frac{2\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \ln 4 \Rightarrow \zeta = 0.2156$

当  $\zeta = 0.216 \Rightarrow \omega_n = \frac{1}{2\zeta} = 2.32$

$0.25 + K_c = \omega_n^2 = 5.38 \Rightarrow K_c = 5.128$

(2) 如果采用  $K_c=0.75$ ，则  $\omega_n^2 = 0.25 + K_c = 1 \Rightarrow \omega_n = 1 \Rightarrow \zeta = 0.5$

$n = e^{\frac{2\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{3.63} = 37.6$ ，  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} = 0.866$

3-13 设图 3-36 是简化的飞行控制系统结构图，试选择参数  $K_1$  和  $K_t$ ，使系统的

$\omega_n = 6, \zeta = 1$ 。

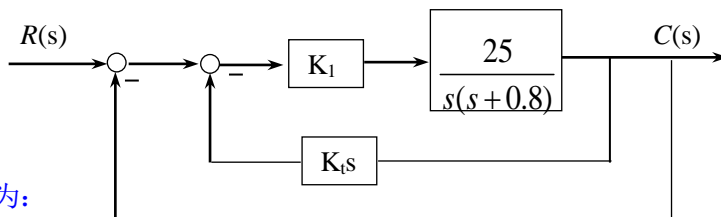


图 3-36 简化的飞行控制系统结构图

解：(1) 系统的内环传递函数为：

$$G(s) = \frac{25K_1}{s(s+0.8) + 25K_1K_t s}$$

系统的闭环传递函数为

$$G(s) = \frac{25K_1}{s(s+0.8) + 25K_1K_t s + 25K_1} = \frac{25K_1}{s^2 + s(0.8 + 25K_1K_t) + 25K_1}$$

比较得：  $\begin{cases} 25K_1 = \omega_n^2 = 6^2 = 36 \\ 0.8 + 25K_1K_t = 2\zeta\omega_n = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_1 = 1.44 \\ K_t = 0.31 \end{cases}$