春学期复习提纲

绪论

- 确定性信号与随机信号
- 连续信号与离散信号
- 周期信号与非周期信号，辨别

$X(t)= X(t+n\mathrm{T})$　　$X(n)= X(n+k\mathrm{N})$

- 能量信号与功率信号，辨别

$$W = \lim_{T \to \infty} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 dt$$

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x^2(t) dt$$

W为有限值，P=0　　P为不等于零的有限值，W→∞

第二章　连续信号的分析

➲ 常用信号的定义

- **普通信号的时域描述**
  - 正弦信号
  - 指数信号
  - 取样信号
- **奇异信号的描述**
  - 单位斜坡信号
  - 单位阶跃信号
  - 单位冲激信号

$$x(t) = A\sin(\omega_0 t + \phi)$$

$$x(t) = Ae^{st}$$

$$x(t) = Sa(x) = \frac{\sin x}{x}$$

$$r(t) = \begin{cases} t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} \delta(t) = 0 \quad & t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1 & \end{aligned}\right\}$$

第二章 连续信号的分析

➲ 信号的时域计算

- 基本运算
- 叠加和相乘
- 微分和积分
- 卷积运算

→

- 幅度尺度变换
- 时间尺度变换
- 翻转
- 平移

$$x_1(t)*x_2(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x_1(\tau)x_2(t-\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{\infty}x_2(\tau)x_1(t-\tau)d\tau$$

改变自变量→翻转→ 平移→ 相乘→ 积分（注意积分限）

➲ 常用信号之间的转换关系

周期信号的傅立叶级数展开

$$x(t) = \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{j\varphi_n} e^{jn\omega_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(n\omega_0) e^{jn\omega_0 t}$$

$$X(n\omega_0) = \frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

- 周期信号的频谱函数，幅频、相频、频谱图
- 周期信号的频谱特征： 离散性、谐波性、收敛性

第二章　连续信号的分析

非周期信号的傅立叶分析

- **来源**

  从傅立叶级数到傅立叶变换　　$T_0 \to \infty$

- **非周期信号的傅立叶变换定义**

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t}d\omega \qquad X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt$$

- **非周期信号的傅立叶变换物理意义**

频谱密度函数；连续谱；所有频率分量；非谐波性

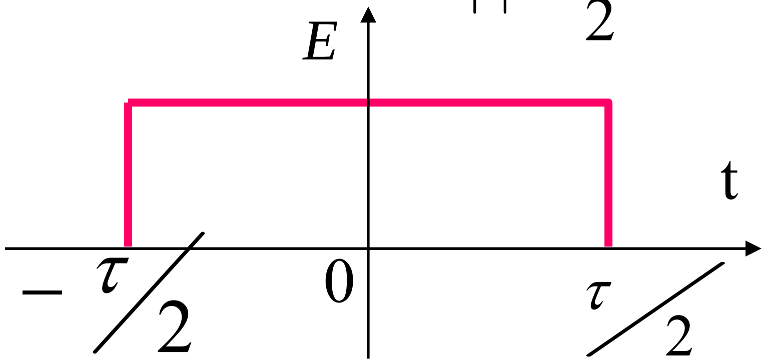
- **非周期信号的傅立叶变换（频谱）特征**

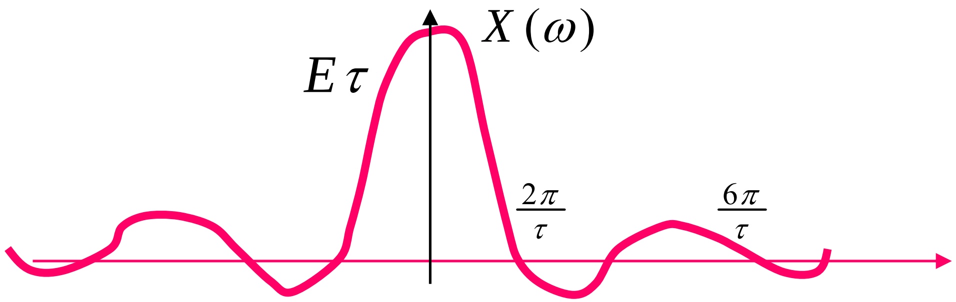
连续性；非谐波性；收敛性

常用非周期信号的傅立叶变换

矩形脉冲信号（门函数）

$$g(t)=\begin{cases}E & |t|<\dfrac{\tau}{2}\\[2mm] 0 & |t|>\dfrac{\tau}{2}\end{cases}\;\xrightarrow{\mathscr{F}}\; X(\omega)=E\tau Sa\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$$



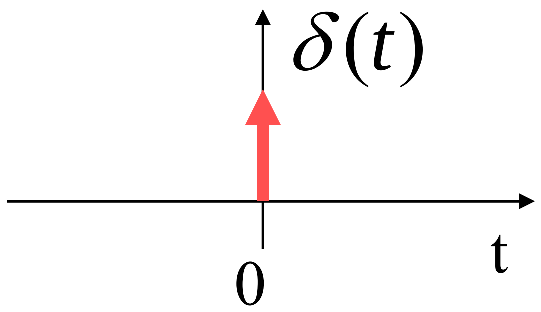


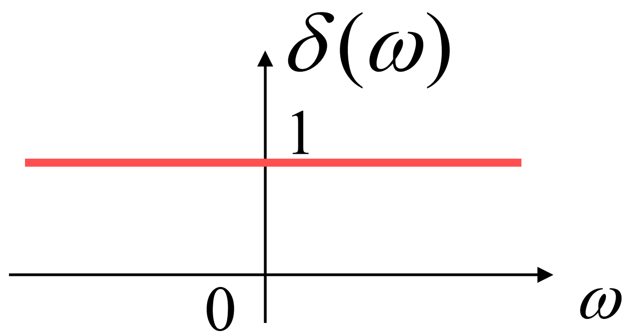
利用对偶性　$x(t)=Sa(\omega_c t)\longrightarrow X(\omega)=\dfrac{\pi}{\omega_c}g(\omega)$

常用非周期信号的傅立叶变换

单位冲激信号

$$\delta(t) \xrightarrow{\mathscr{F}} 1$$

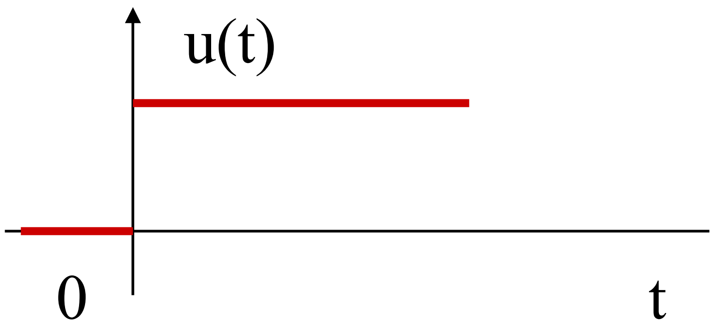


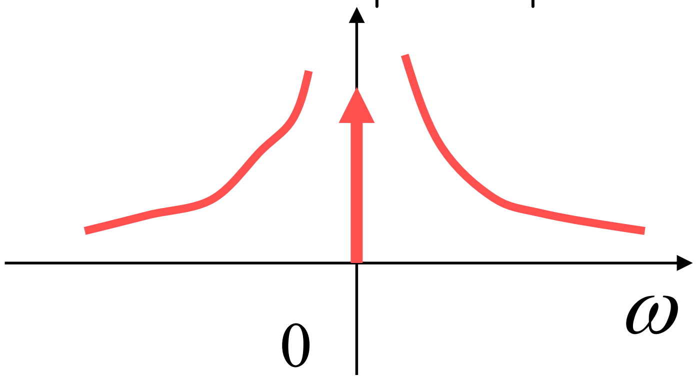


常用非周期信号的傅立叶变换

单位阶跃信号

$$u(t) \xrightarrow{\mathscr{F}} X(\omega) = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$





常用非周期信号的傅立叶变换

复指数信号

$$e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\mathscr{F}} 2\pi\delta(\omega-\omega_0)$$

正弦信号

$$\sin\omega_0 t \xrightarrow{\mathscr{F}} -j\pi\delta(\omega-\omega_0)+j\pi\delta(\omega+\omega_0)$$

$$\cos\omega_0 t \xrightarrow{\mathscr{F}} \pi\delta(\omega-\omega_0)+\pi\delta(\omega+\omega_0)$$

一般周期信号

$$x(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}X(n\omega_0)e^{jn\omega_0 t} \xrightarrow{\mathscr{F}} \sum_{n=-\infty}^{\infty}2\pi X(n\omega_0)\delta(\omega-n\omega_0)$$

傅立叶变换的性质—线性

$$x_1(t) \leftrightarrow X_1(\omega)$$

$$x_2(t) \leftrightarrow X_2(\omega)$$

$$\Downarrow$$

$$a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \leftrightarrow a_1 X_1(\omega) + a_2 X_2(\omega)$$

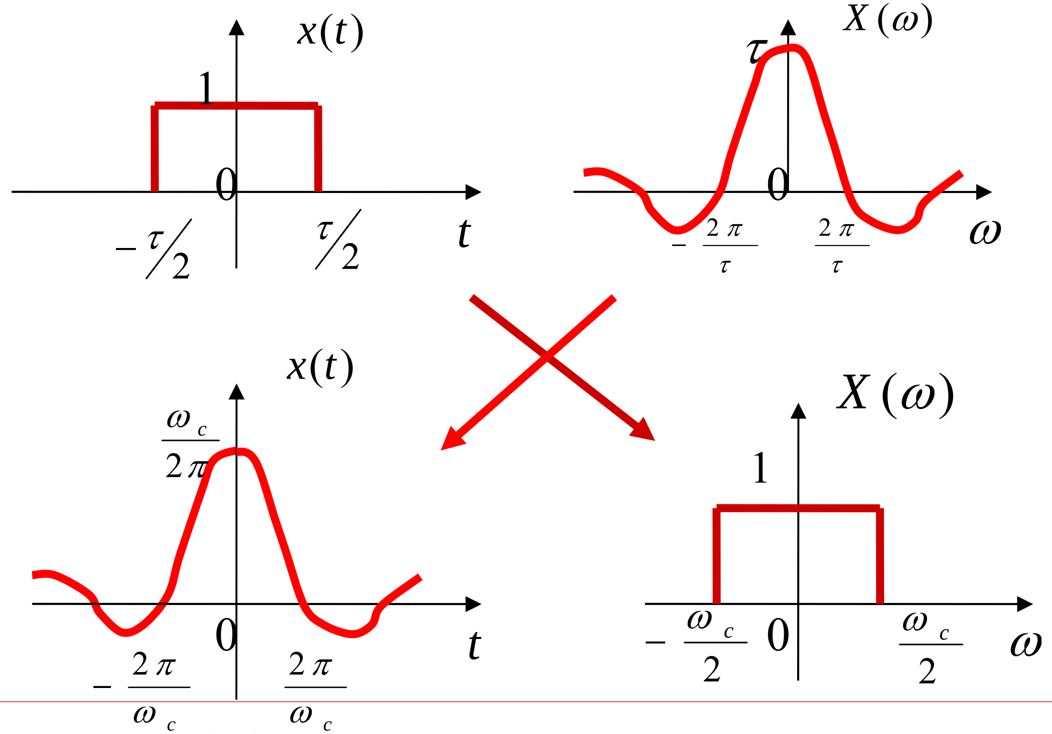
傅立叶变换的性质—奇偶性

$$F[x(t)] = X(\omega)$$

$$F[x^*(t)] = X^*(-\omega)$$

➲ 傅立叶变换的性质—对偶性

$$x(t) \leftrightarrow X(\omega) \quad \Rightarrow \quad X(t) \leftrightarrow 2\pi x(-\omega)$$



傅立叶变换的性质—尺度变换特性

$$x(t) \leftrightarrow X(\omega) \quad \Rightarrow \quad x(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} X\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

傅立叶变换的性质—时移特性

$$x(t) \leftrightarrow X(\omega) \quad \Rightarrow \quad x(t \pm t_0) \leftrightarrow e^{\pm j\omega t_0} X(\omega)$$

$$F\left[x(at - t_0)\right] = \frac{1}{|a|} X\left(\frac{\omega}{a}\right) e^{-j\frac{\omega t_0}{a}}$$

傅立叶变换的性质—频移特性（调制原理）

$$x(t) \leftrightarrow X(\omega) \quad \Rightarrow \quad x(t)e^{\pm j\omega_0 t} \leftrightarrow X(\omega \mp \omega_0)$$

傅立叶变换的性质—微分特性

$$x(t) \leftrightarrow X(\omega) \quad \Rightarrow \quad \frac{d^n x(t)}{dt^n} \leftrightarrow (j\omega)^n X(\omega)$$

傅立叶变换的性质—积分特性

$$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau \quad \Rightarrow \quad \frac{X(\omega)}{j\omega} + \pi X(0)\delta(\omega)$$

第二章　连续信号的分析

- 傅立叶变换的性质—卷积特性

$$x_1(t) * x_2(t) \Rightarrow X_1(\omega) \cdot X_2(\omega)$$

$$x_1(t) \cdot x_2(t) \Rightarrow \frac{1}{2\pi} X_1(\omega) * X_2(\omega)$$

- 利用傅里叶变换的性质以及已知常用信号的傅里叶变换求解信号的傅里叶变换
- 周期信号傅里叶变换定义及其推导方法，周期信号傅里叶变换与周期信号傅里叶级数以及单周期傅里叶变换的关系，利用单周期信号傅里叶变换求取周期信号傅里叶变换

第三章 离散信号的分析

连续信号的离散化

$$x_s(t) = x(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$$

（1）抽样得到的信号$x_s(t)$在频域上有什么特性，它与原连续信号x(t)的频域特性有什么联系？

（2）连续信号被抽样后，它是否保留了原信号的全部信息，或者说，从抽样的信号$x_s(t)$能否无失真的恢复原连续信号？

第三章 离散信号的分析

- 时域采样定理
- 奈奎斯特频率
- 采样信号恢复连续信号，抽样恢复的频域分析

第三章 离散信号的分析

离散信号的描述

- 单位脉冲序列 $\delta(n)$
- 单位阶跃序列 $u(n)$
- 矩形序列 $G_n(n)$
- 斜变序列 $R(n) = nu(n)$
- 实指数序列 $a^n u(n)$
- 正弦型序列 $A\sin(n\Omega_0)$
- 复指数序列 $|x(n)|e^{j(n\Omega_0+\varphi)}$
- 任意离散序列

$$x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m)$$

➲ 离散信号的时域计算

- 平移、翻转
- 和、积
- 累加
- 差分运算
- 序列的时间尺度（比例）变换
- 卷积和 （两个序列的线性卷积）

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m)=x(n)*h(n)$$

换坐标 ➡ 翻转 ➡ 平移 ➡ 相乘 ➡ 累加

- **DFS的定义**

$$x(n)=\sum_{k=0}^{N-1}X(k\Omega_0)e^{jk\Omega_0 n}$$

$$X(k\Omega_0)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-jk\Omega_0 n}$$

- **混叠与泄漏**

- 从DFS到DTFT　　$N \to \infty$

- DTFT的定义

$$X(\Omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\Omega n}$$

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega$$

DTFT的性质

线性	$ax(n)+by(n)$	$aX(\Omega)+bY(\Omega)$
位移	$x(n-n_0)$	$e^{-j\Omega n_0}X(\Omega)$
时间反向	$x(-n)$	$X(-\Omega)$
调制	$e^{j\Omega_0 n}x(n)$	$X(\Omega-\Omega_0)$
卷积	$x(n)*y(n)$	$X(\Omega)Y(\Omega)$
共轭	$x^*(n)$	$X^*(-\Omega)$
微分	$nx(n)$	$j\dfrac{dX(\Omega)}{d\Omega}$
乘积	$x(n)y(n)$	$\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}X(\theta)Y(\Omega-\theta)d\theta$

信号的频谱特征

- 连续时间信号的频谱是非周期的
- 离散时间信号的频谱是周期的
- 周期信号具有离散频谱
- 非周期信号具有连续频谱

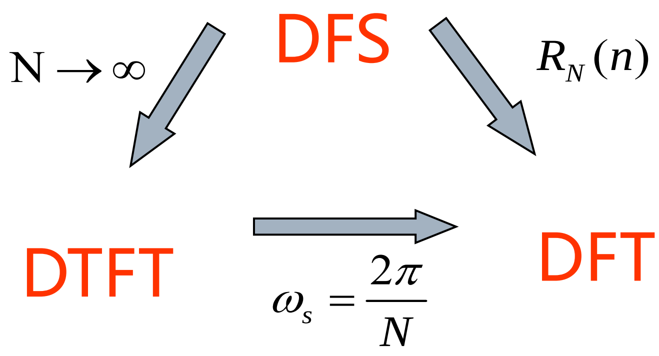
➲ DFT的定义

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} \qquad x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$$

➲ DFS，DTFT，DFT的关系

➲ DFT的性质

- 线性
- 对称性
- 圆周位移
- 圆周卷积



第三章　离散信号的分析

- 利用DFT或IDFT定义和性质求解序列
- 利用DFT对信号进行频谱分析，出现误差后的解决策略等