开环传递函数：G(s)H(s)，前向通路传递函数：G(s)，反馈通路传递函数：H(s)

梅逊增益公式：$\sum L_1$：所有不同回路的回路增益之和，$\sum L_2$：每两个互不接触的回路增益乘积之和…信号流图的特征式：$\Delta = 1-\sum L_1+\sum L_2-\sum L_3\cdots$，$T=\frac{1}{\Delta}\sum_i^n T_i\Delta_i$

集总参数线性定常因果动态系统的状态空间模型：$\begin{cases}\dot{x}=Ax+Bu\\ y=Cx+Du\end{cases}$，

有：$X(s)=(sI-A)^{-1}BU(s)$，$Y(s)=[C(sI-A)^{-1}B+D]U(s)$

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=C(sI-A)^{-1}B+D$$

若状态空间模型的D = 0，则称模型是严格因果的。

串联：$A=\begin{bmatrix}A_1 & 0\\ B_2C_1 & A_2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}B_1\\ B_2D_1\end{bmatrix}$，$C=[D_2C_1 \quad C_2]$，$D=D_2D_1$

并联：$A=\begin{bmatrix}A_1 & 0\\ 0 & A_2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}B_1\\ B_2\end{bmatrix}$，$C=[C_1 \quad C_2]$，$D=D_1+D_2$

负反馈（严格因果）：$A=\begin{bmatrix}A_1-B_1D_2C_1 & -B_1C_2\\ B_2C_1 & A_2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}B_1\\ 0\end{bmatrix}$，$C=[C_1 \quad 0]$，$D=0$

机械平移系统与电：力 f 是 i，速度 v 是 u，B = 1/R，$K=1/L$，$M=C$

热力系统：热流率$q=CD(\theta_2-\theta_1)$，$Q=\frac{\theta_0-\theta_m}{RD}=C(\theta_m-\theta_1)$

液位系统：$\Delta q_{out}=\frac{\Delta h}{R}$　纯滞后环节：$G(s)=e^{-\tau s}$

比例环节：K，积分/微分环节：$s^{\pm1}$，惯性环节：$\frac{1}{Ts+1}$，一阶微分环节：Ts + 1

振荡环节：$\frac{1}{T^2s^2+2\zeta Ts+1}$，二阶积分环节：$T^2s^2+2\zeta Ts+1$，正弦输入信号：$R(s)=\frac{k\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$

上升时间$T_r=\frac{\pi-\phi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$，其中$\phi=\arctan\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$，峰值时间：$T_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$

超调量：$\sigma=e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$，调节时间：$T_s=\frac{3}{\zeta\omega_n}/\frac{4}{\zeta\omega_n}$，对于 5%/2%误差，调节时间仅仅取决于复数共轭极点的实部。衰减比：$n=e^{\frac{2\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

主导极点思想：对于系数很小（影响很小）的分量、远离虚轴衰减很快的分量常　常可以忽略，此时高阶系统就可用低阶系统来近似估计。

主导极点（1 个或 2 个）特征：附近无其它零极点；距虚轴较近（其实部绝对值小于其它极点实部绝对值的 1/5）

矩阵指数函数：$\exp(X)=I+\frac{X}{1!}+\frac{X^2}{2!}+\cdots$

状态转移矩阵：$\dot{x}(t)=Ax(t)\rightarrow \ x(t)=e^{At}x(0)$，对线性定常系统$\exp(At)$称为系统的状态转移矩阵，记为：$\Phi(t)=e^{At}=\exp[At]$，拉氏变换求解：$e^{At}=L^{-1}[(sI-A)^{-1}]$

求解状态空间方程：$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$，已知$x(t_0)$和u(t)，则

$$x(t)=\Phi(t)x(0)+\int_0^t\Phi(\beta)Bu(t-\beta)d\beta=x_{zi}(t)+x_{zs}(t)$$

$$X(s)=\Phi(s)x(0)+\Phi(s)BU(s)$$

劳斯判据首列有 0 元素：（1）令 s=1/x，（2）将多项式乘（s+1）。如果出现全零行（1）用一个很小的正数ε代替，(2) 作出上一行的多项式，再用上一行的导数的系数代替该行。

用$s=z-\sigma$代替，可以检测稳定裕度

稳态误差：$e_{ss}=\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{t\to\infty}(r(t)-z(t))$，由参考输入产生$E_r(s)$，由扰动产生$E_f(s)$

型别：$E(s)=\frac{R(s)}{1+G(s)}=\frac{s^m\alpha(s)R(s)}{A(s)}$，m 即为型数。

0 型系统：阶跃$e_{ss}=\lim_{s\to0}\frac{s}{1+K_0}\frac{R_0}{s}=\frac{R_0}{1+K_0}$

1 型系统：斜坡$e_{ss}=\frac{R_1}{K_1}$，2 型系统：$e_{ss}=\frac{R_2}{K_2}$。K_0,K_1，K_2：误差系数

根轨迹上点与负实轴的夹角$\eta=\cos^{-1}\zeta$

点在根轨迹上：$G(s)H(s)=\frac{K(s-z_1)\cdots(s-z_w)}{(s-p_1)\cdots(s-p_n)}=-1$

$$|G(s)H(s)|=\frac{|K||s-z_1|\cdots|s-z_w|}{|s-p_1|\cdots|s-p_n|}=1$$

几何方法：

$$\angle(s-z_1)+\cdots+\angle(s-z_w)-\angle(s-p_1)-\cdots-\angle(s-p_n)=\begin{cases}(2h+1)180°, & K>0\\ h360°, & K<0\end{cases}$$

相角条件成立后，取$K=\frac{|s-p_1|\ldots|s-p_n|}{|s-z_1|\ldots|s-z_w|}>0$

1，根轨迹的分支数等于开环零点数与开环极点数之大者；根轨迹关于实轴对称；根轨迹每个分支都是连续的曲线

2，根轨迹起始(K=0)于开环极点（有限极点和无限极点），终止于开环零点(有限零点和无限零点).

3，（n>w）根轨迹有 n-w 条终止于开环无限零点的分支，这些分支的渐近线为从实轴上

$$\sigma_0=\frac{\sum_{i=1}^n p_i-\sum_{j=1}^w z_j}{n-w},\quad \gamma=\frac{(1+2k)180°}{n-w}$$

4，实轴上的点 s 在根轨迹上，当且仅当 s 右侧实零点数与实极点数之和是奇数

6，根轨迹离开 q 重开环极点p_d的出射角(起始角)

$$\phi_{p_d}=\frac{(1+2k)180°+\sum_{j=1}^w\angle(p_d-z_j)-\sum_{i=1}^n\angle(p_d-p_i)}{q}$$

根轨迹到达 q 重开环零点z_d的入射角(终止角)

$$\psi_{z_d}=\frac{(1+2k)180°+\sum_{i=1}^n\angle(z_d-p_i)-\sum_{j=1}^w\angle(z_d-z_j)}{q}$$

5，分离点：

$$\sum_{i=1}^n\frac{1}{r-p_i}=\sum_{j=1}^w\frac{1}{r-z_j}$$

进入分离点的轨线方向角：$\frac{2k180°}{y}$，离开实分离点的轨线方向角：$\frac{(2k+1)180°}{y}$

7，根轨迹与虚轴相交，意味着闭环系统有虚根. 因此，令$s=j\omega$代入特征方程$1+G(j\omega)H(j\omega)=0$来计算根轨迹与虚轴的交点.

8，系统根之和守恒$(n-2\geq w)$：$\sum_{j=1}^n p_j=\sum_{j=1}^n\lambda_j$

由两个开环极点（实极点或复数极点）和一个开环实零点组成的二阶系统，只要实零点没有位于两个实极点之间，当开环根轨迹增益由零变到无穷大时，复平面上的闭环根轨迹，一定是以实零点为圆心，以实零点到分离点的距离为半径的一个圆（当开环极点为两个实极点时）或圆的一部分（当开环极点为一对共轭复数极点时）。

正反馈根轨迹的相角条件：$\angle G(s)H(s)=k\cdot360°$

3，根轨迹的渐近线与实轴的夹角$\gamma=\frac{2k\pi}{n-w}$

4，若实轴上的搜索点 s 右侧实数零极点数是偶数，则该点在根轨迹上

6，出射角和入射角都没有$(1+2k)180°$

5，分离点：$K=K(s)$，$K'(s)=0$

含纯滞后：

幅值条件：$|G_1(\sigma+j\omega)H_1(\sigma+j\omega)|e^{-\sigma\tau}=1$

相角条件：$\angle G_1(\sigma+j\omega)H_1(\sigma+j\omega)=(2h+1)\pi+\omega\tau$

实轴上分离点与分离角依然成立，但当$\omega=\infty$时，虚部值固定

Pade 近似：$e^{-\tau s}=\frac{e^{-\frac{\tau}{2}s}}{e^{\frac{\tau}{2}}}=-\frac{s-\frac{2}{\tau}}{s+\frac{2}{\tau}}$

根轨迹上的点的模是ω_n，与负实轴夹角是$\cos^{-1}\zeta$，有 m 个极点位于原点：m 型系统

频率特性：$G(j\omega)$，正弦输出：$|G(j\omega)|\sin(\omega x+\angle G(j\omega))$

微分/积分环节：为斜率 1/-1 过点（1,0）的直线，角度 90/-90

惯性环节：在1/|T|处向下转折，T>0 相位滞后，T<0 相位超前

一阶微分环节：在1/|T|处向上转折，T>0 相位超前，T<0 相位滞后

振荡环节：在1/|T|处向下转折（40），相位滞后（180），若$-1<\zeta<0$，则相位超前。

谐振峰值$M_r=\frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$，谐振频率$\omega_r=\omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}$

特殊的震荡环节：$\zeta=0$，相角在转折频率处跳变$0\rightarrow-180°$

二阶微分环节：在1/|T|处向上转折（40），相位超前（180）。若$-1<\zeta<0$，则相位滞后。

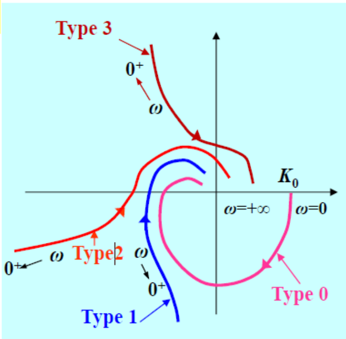
0 型系统的开环幅相曲线：G(jω) 的极坐标图起始于 G(jω)=K∠0°（ω=0），首先穿过第四象限，然后穿过第三象限，　当频率接近无穷大时，　达到 limω→∞=0∠-180°。G(jω)的相角持续减小，顺时针方向从 0°变化到-180°。

1 型系统的开环幅相曲线：当ω由 0 到∞变化时，G(jω)的相角变化由–90 到-360°单调减

小。

2 型系统的开环幅相曲线：当ω 从 0 增加到∞时，相角由–180 °连续减少到-360°

系统的型别为 m，决定了系统极坐标图的起点 limω→0G(jω)



幅角原理：设复变函数$G(s)$在复平面上除有限个点外处处解析，顺时针围线Γ上没有$G(s)$的零点和极点，Γ内部有$G(s)$的极点p_1(q_1阶)、…、极点p_m(q_m阶)和零点z_1(r_1阶)、…、零点z_l(r_l阶)，则Γ_G逆时针包围原点的次数

$$N=\sum_{j=1}^{m} q_j-\sum_{i=1}^{l} r_i$$

$N>0$表示逆时针包围，$N<0$表示顺时针包围，$N=0$表示不包围

Nyquist稳定判据：设因果的开环传递函数$G(s)H(s)$在右半开平面有P_R个极点，(−1)点不在Q_{GH}上，则闭环传递函数$\Phi(s)=\dfrac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$稳定的充分必要条件是$Q_{GH}$逆时针包围(−1)点$P_R$次

1 型系统顺时针旋转 180（半圈）

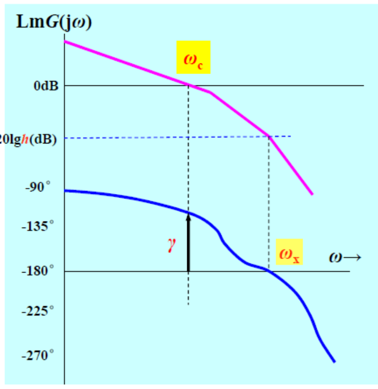
2 型系统顺时针旋转 360（一圈）

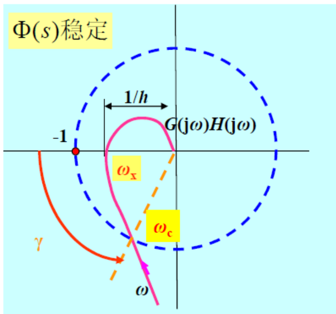
3 型系统顺时针旋转 540（一圈半）

穿越频率ω_x，幅相曲线G(jω) 与负实轴交点处的频率

截止频率ω_c，对数幅频曲线与 0dB 线交点处的频率

带宽频率ω_b，福相曲线与单位圆交点处的频率，也是对数幅频曲线与$20\lg|G(0)|-3dB$线的交点





不稳定时，h<1，γ < 0

相位裕度：$\gamma=\Phi(\omega_c)-(-180°)$

幅值裕度：$20\lg h=-20\lg|G(j\omega_x)H(j\omega_x)|$

对于开环非最小相位系统，不能简单地用系统的相位裕度和幅值裕度的大小来判断系统的稳定性

为保证闭环稳定，设计开环对数幅频曲线（折线）时，截止频率处的斜率需为-20dB/dec

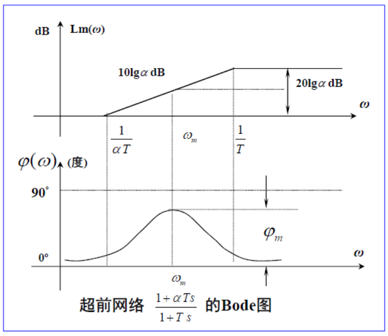
域 特性	时域 微分方程 分析法	复域 传递函数 根轨迹法	频域 频率特性 频率法（开环Bode图法） 开环因果且最小相位 主要用于0型、1型和2型
稳定性	自由响应收敛到零	闭环极点位于左半开平面	相位裕度大于0、幅值裕度大于1 截止频率附近相当宽的频段内斜率为-20dB/dec
稳态	对阶跃、斜坡、加速度等的稳态响应与输入信号间的差	原点处的开环极点数 工作点处的开环根轨迹增益	对数幅频曲线的起始斜率 低频段幅值
动态	调节时间T_s 最大超调量σ	主导极点的阻尼比ζ 主导极点的自然频率ω_n	相位裕度γ 截止频率ω_c

稳：相位裕度γ不低于 45 度，幅值裕度不低于 6dB

快：γ在 45-60 度之间，尽可能大的开环截止频率ω_c

准：开环幅频起始斜率为-20dB 或-40dB

无源超前网络的传递函数：$G(s)=\frac{1}{\alpha}\frac{1+\alpha Ts}{1+Ts}$，一般接一个比例放大器,$G_1(s)=\alpha G(s)$



,$\phi_m=\arcsin\frac{\alpha-1}{\alpha+1}$

设计时需要考虑增量ε（5-12 度）

滞后矫正：$G_c(s)=\frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$，$\beta>1$