

FUNCIONES TRASCENDENTES

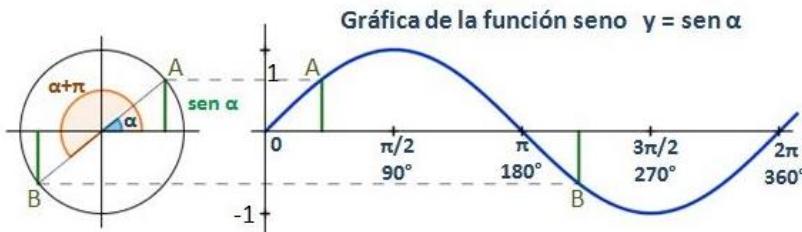
Es una función que no satisface una ecuación polinomial cuyos coeficientes sean a su vez polinomios; ésto contrasta con las funciones algebraicas, las cuales satisfacen dicha ecuación. En otras palabras, una función trascendente es una función que trasciende al álgebra en el sentido que no puede ser expresada en términos de una secuencia infinita de operaciones algebraicas de suma, resta y extracción de raíces

1. FUNCIONES TRIGONOMETRICAS: son aquellas que están asociadas a una razón trigonométrica.

Las razones trigonométricas de un ángulo α son las obtenidas entre los tres lados de un triángulo rectángulo. Es decir, las comparaciones por su cociente de sus tres lados a , b y c .

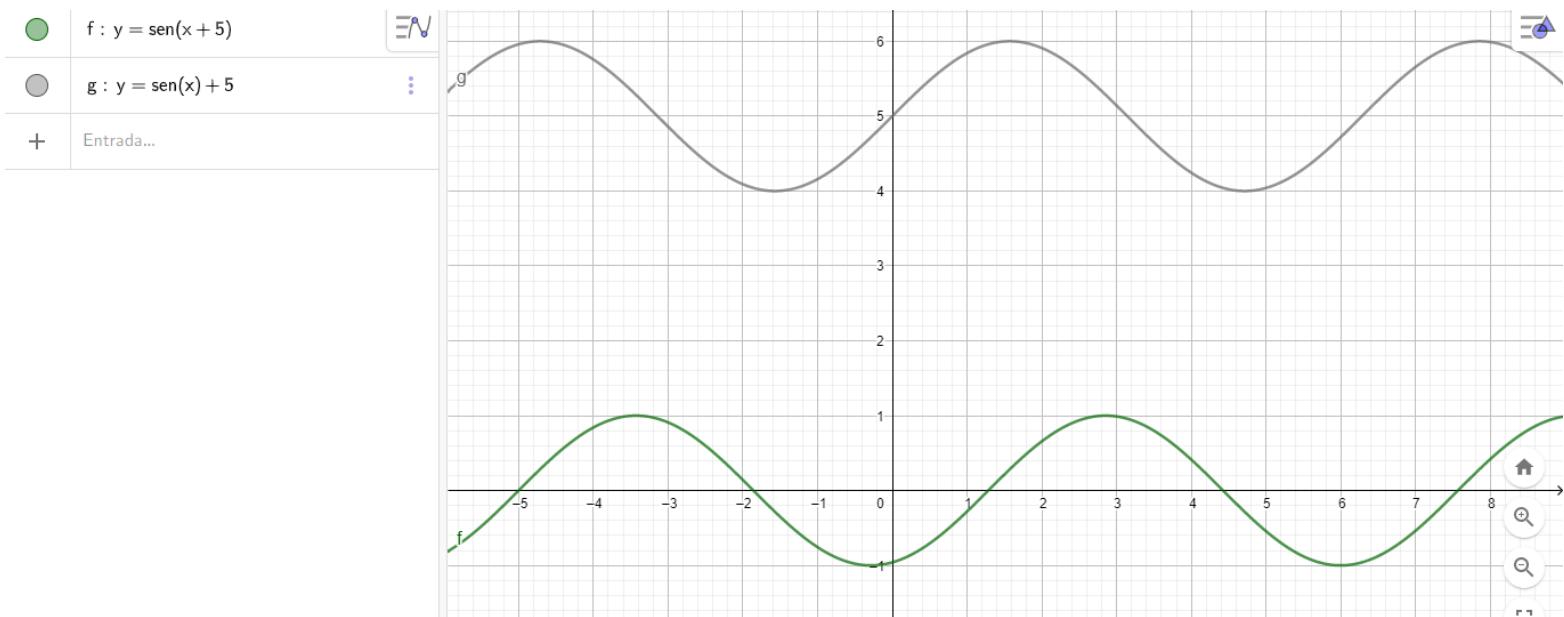
- A) DIRECTAS: Son seis: seno, coseno, tangente, cosecante, secante, tangente

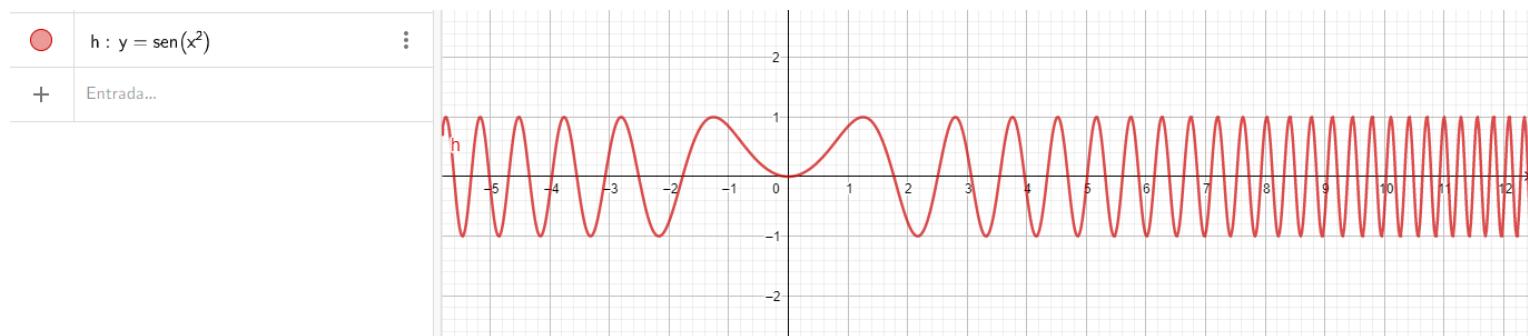
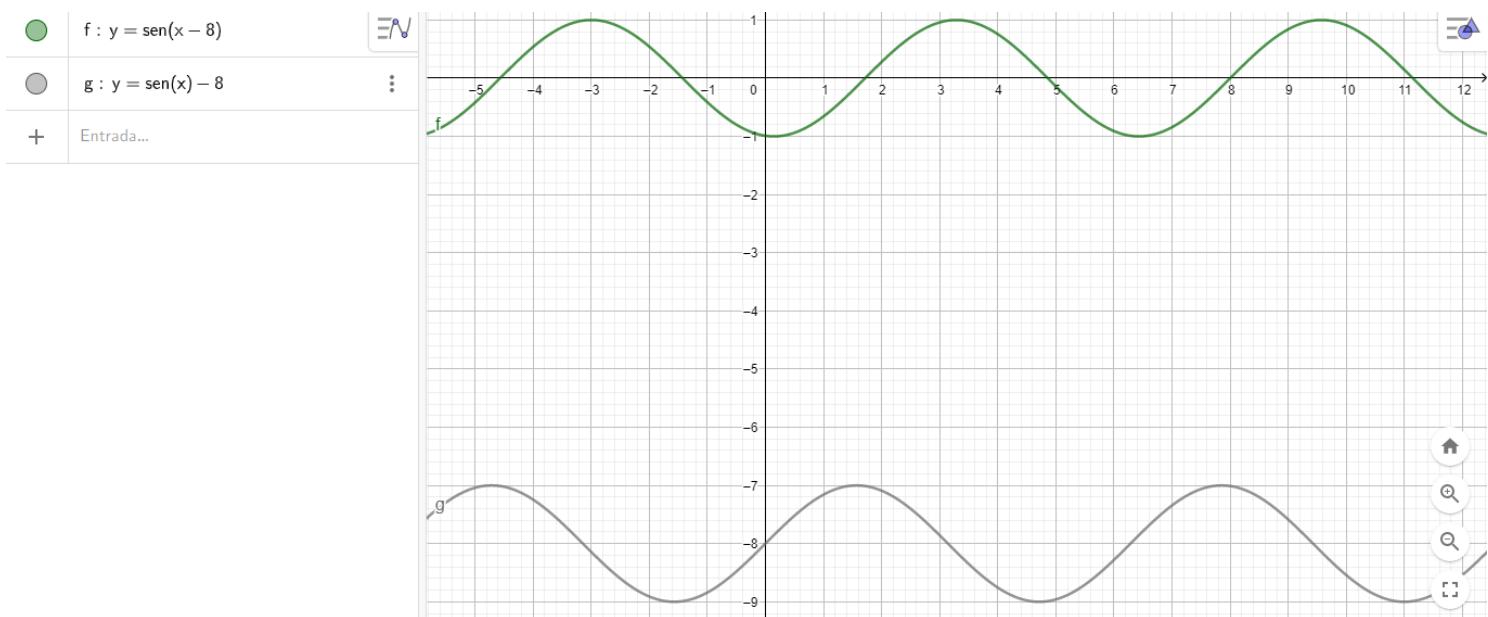
- Seno



La función del **seno** es **periódica** de período 360° (2π radianes), por lo que esta sección de la gráfica se repetirá en los diferentes períodos.

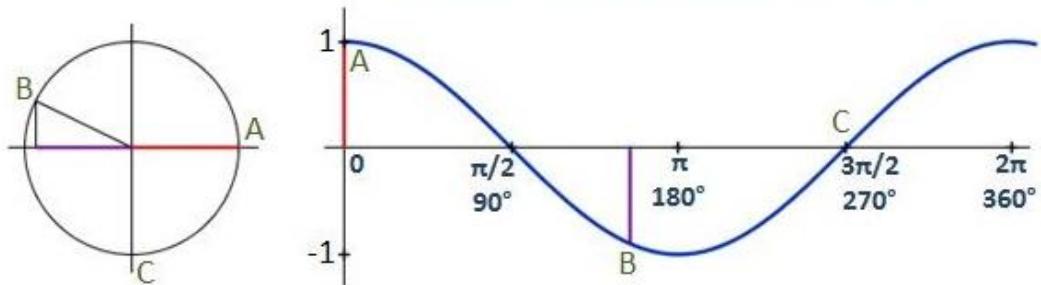
- **Dominio:** \mathbb{R}
- **Codominio:** $[-1, 1]$





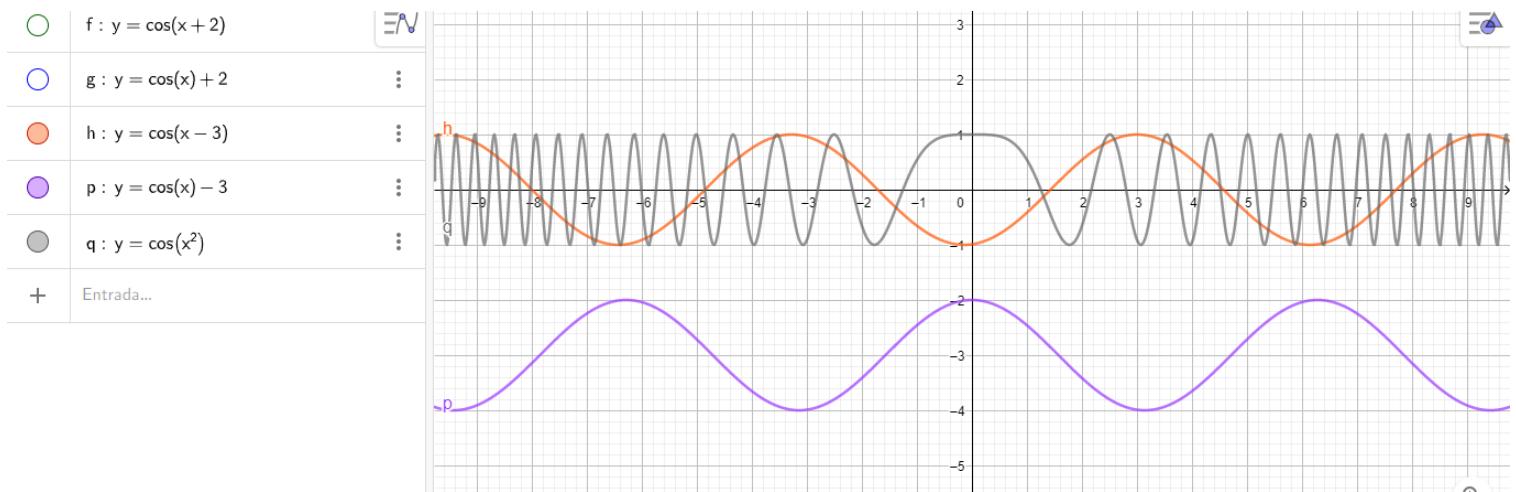
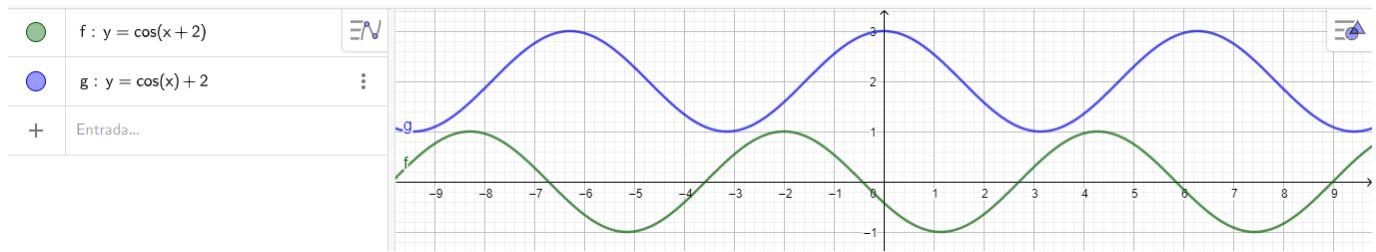
- Coseno

Gráfica de la función coseno $y = \cos \alpha$

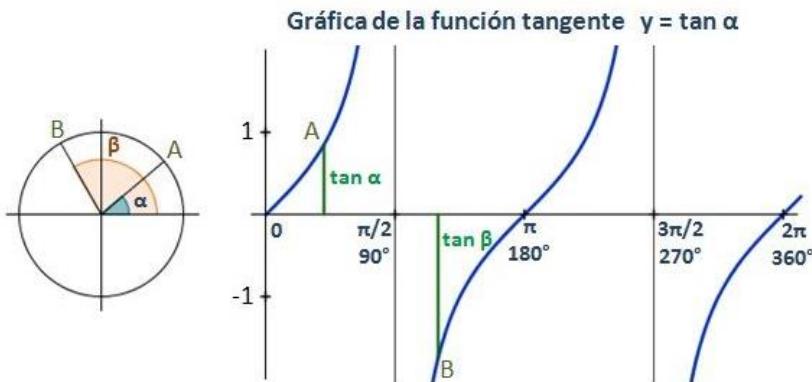


La función del **coseno** es **periódica** de período 360° (2π radianes).

- **Dominio:** \mathbb{R}
- **Codominio:** $[-1, 1]$



- Tangente

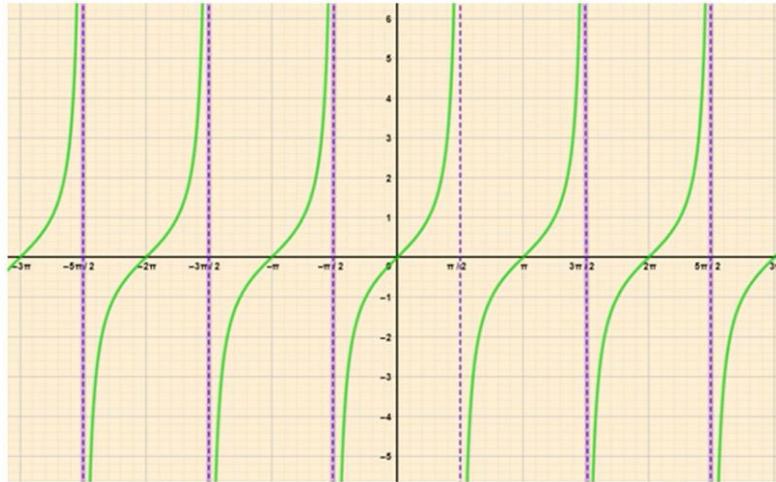


La función de la **tangente** es **periódica** de período 180° (π radianes).

- **Dominio:** \mathbb{R} (excepto $\pi/2 + a \cdot \pi$, siendo a un número entero. O, con esta casuística: $x \neq \pm\pi/2; \pm 3\pi/2; \pm 5\pi/2; \dots$)
- **Codominio:** \mathbb{R}

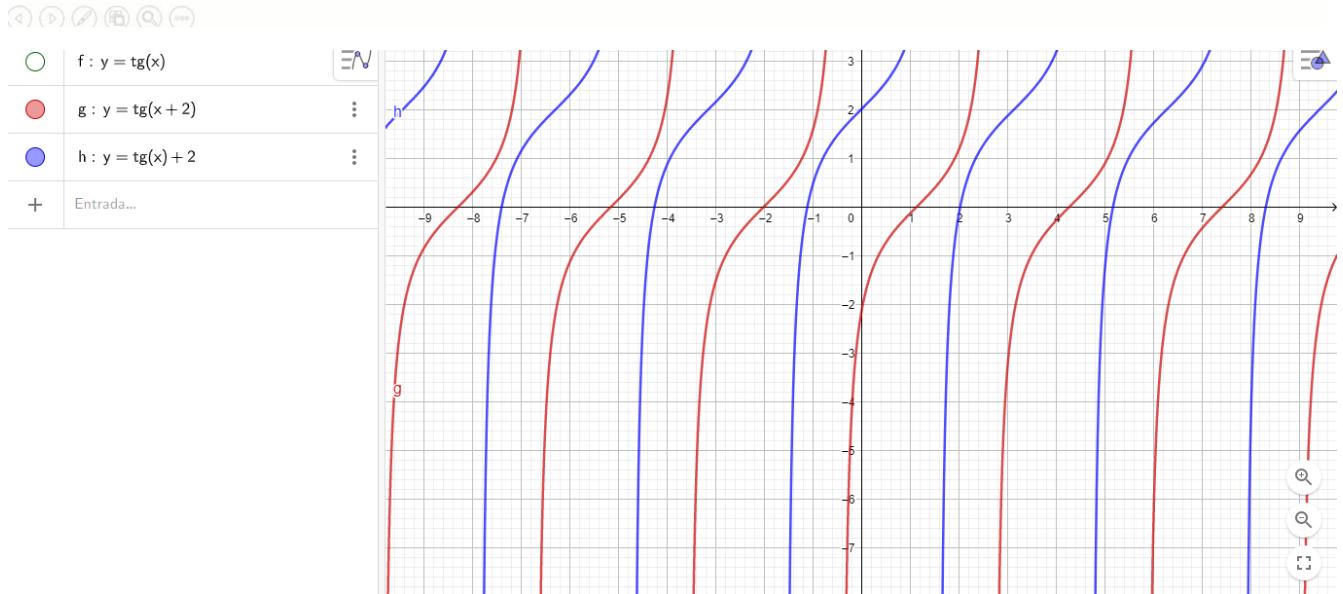
Dominio y rango de la función tangente

Hallar el dominio y rango de la función $f(x) = \tan x$

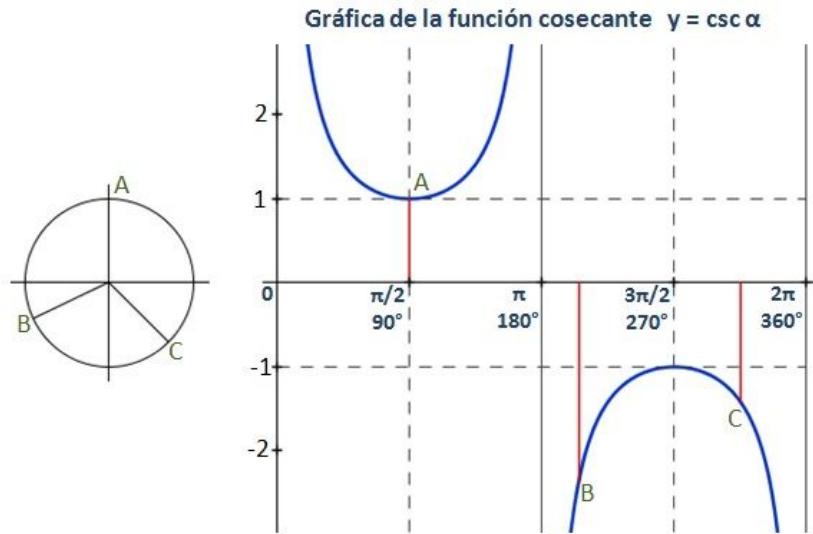


$$D_f = x \in \mathbb{R} - \left\{ -\frac{5}{2}\pi, -\frac{3}{2}\pi, -\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi \right\}$$

$$R_f = y \in \mathbb{R}$$

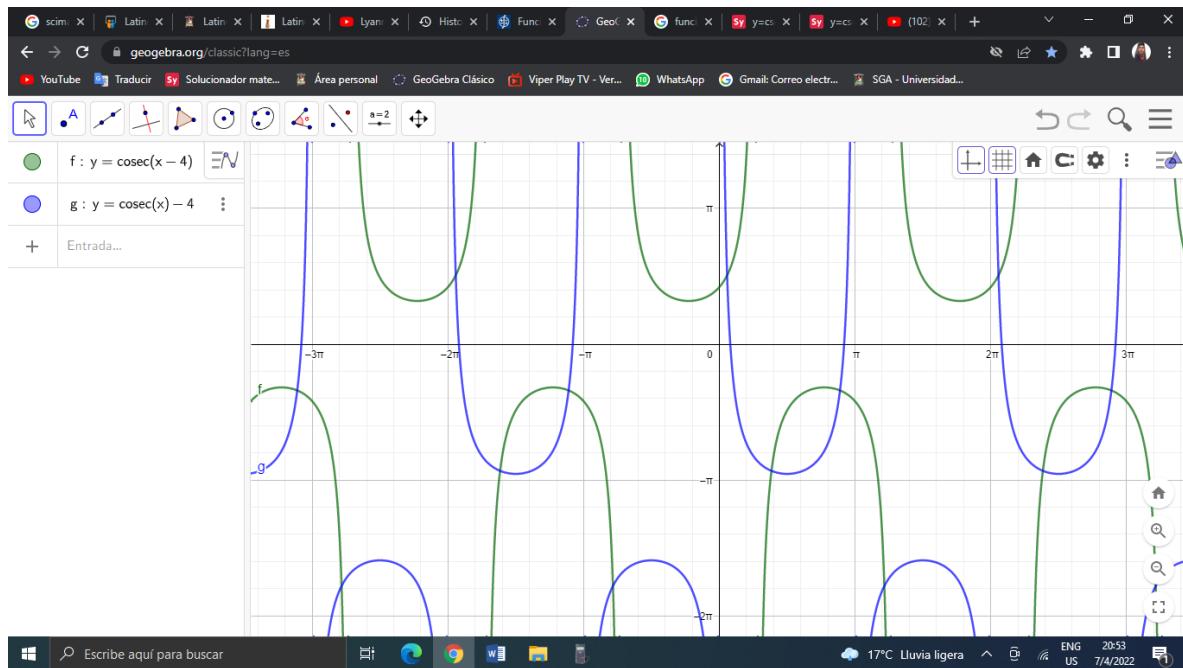


- Cosecante

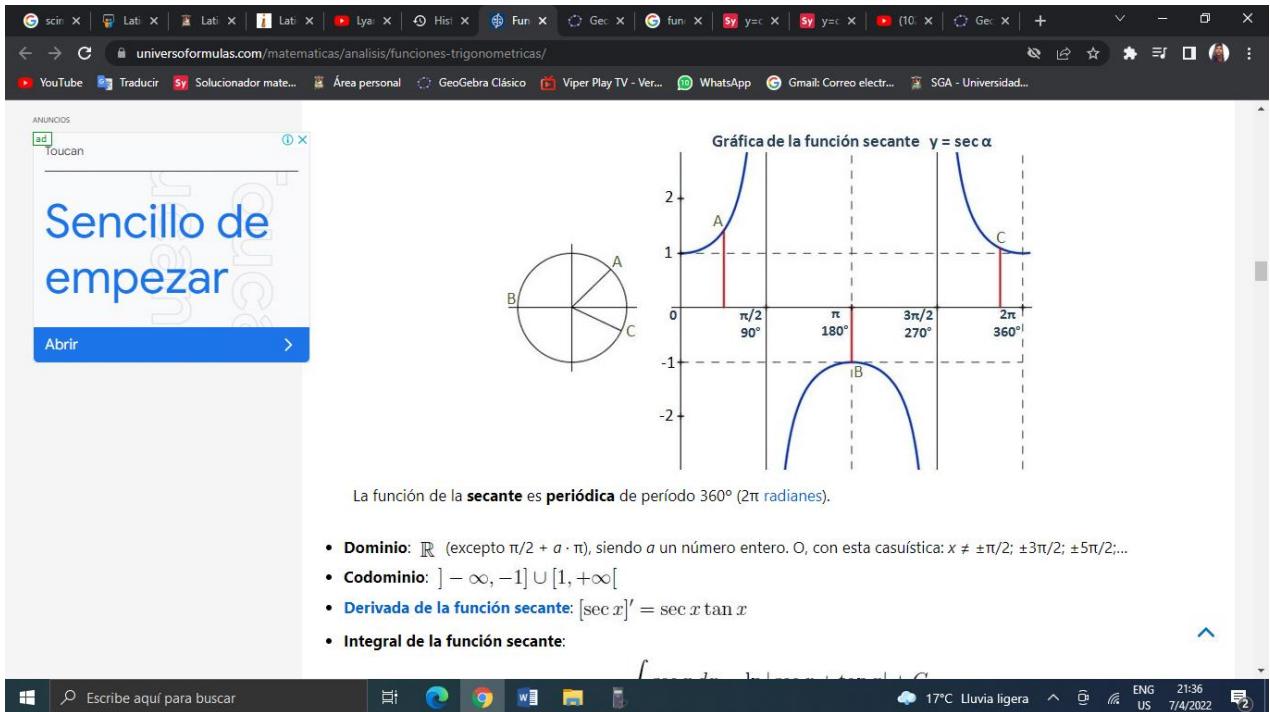


La función de la **cosecante** es **periódica** de período 360° (2π radianes).

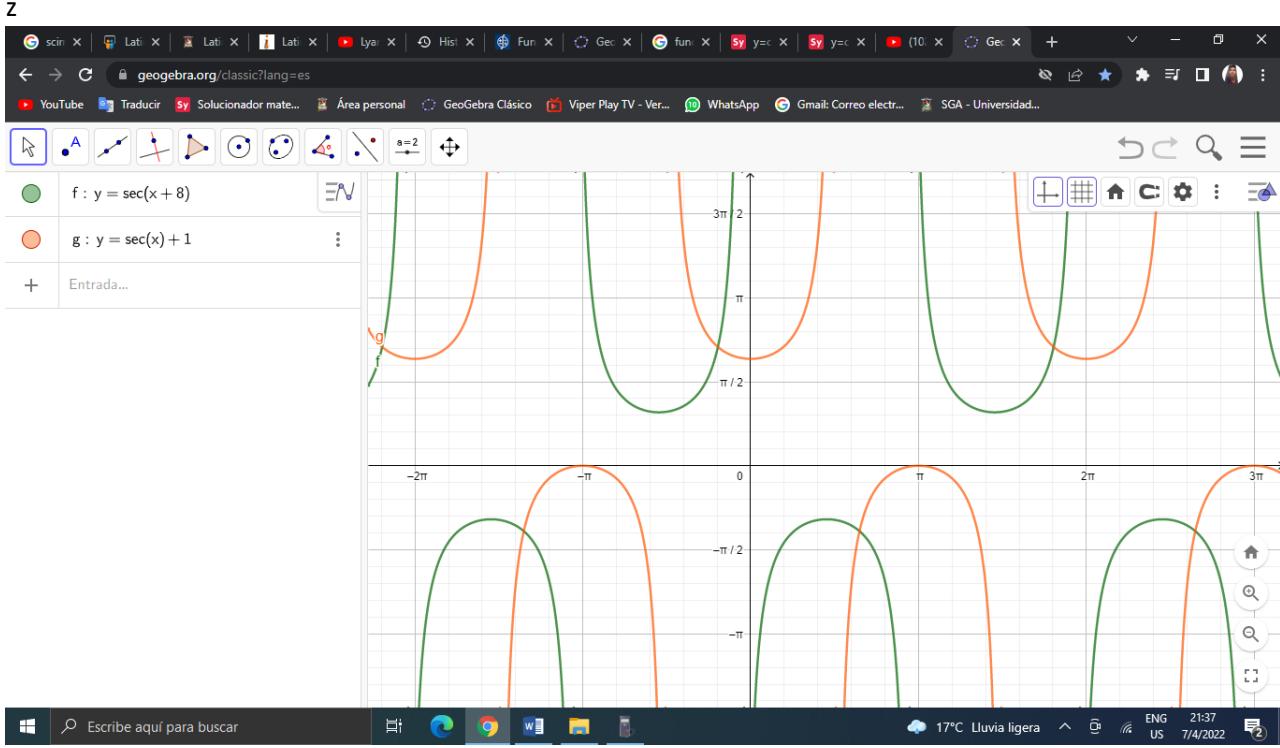
- **Dominio:** \mathbb{R} (excepto $a \cdot \pi$), siendo a un número entero.
- **Codominio:** $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$



- Secante



Windows 10 Taskbar: Escribe aquí para buscar, Icons for File, Internet Explorer, Google Chrome, Word, Excel, Powerpoint, File Explorer, Task View, Start, Cloud, Weather (17°C), Rainy, ENG US, 21:36, 7/4/2022, Battery icon.



Windows 10 Taskbar: Escribe aquí para buscar, Icons for File, Internet Explorer, Google Chrome, Word, Excel, Powerpoint, File Explorer, Task View, Start, Cloud, Weather (17°C), Rainy, ENG US, 21:37, 7/4/2022, Battery icon.

- Cotangente

La **gráfica** de la función cotangente es:

La función de la **cotangente** es **periódica** de período 180° (π radianes).

- **Dominio:** \mathbb{R} (excepto $a \cdot \pi$), siendo a un número entero.
- **Codominio:** \mathbb{R}

geogebra.org/classic?lang=es

El gráfico muestra dos funciones: $f: y = \cot(x - 2)$ (línea verde) y $g: y = \cot(x - 2) - 2$ (línea roja). Ambas funciones tienen asíntotas verticales en $x = -\pi, \pi, 2\pi$. La función f pasa por $(-\pi, 0)$, $(0, 1)$, $(\pi, 0)$, y $(2\pi, 1)$. La función g pasa por $(-\pi, -2)$, $(0, -1)$, $(\pi, -2)$, y $(2\pi, -1)$.

B) INDIRECTAS

- Arc seno

The screenshot shows a web browser window with the URL universoformulas.com/matemáticas/trigonometría/funciones-trigonométricas-inversas/. The main content is a graph titled "Gráfica de la función arcoseno $\alpha = \arcsen x$ ". The graph is plotted on a coordinate system with the x-axis ranging from -1 to 1 and the y-axis ranging from - $\pi/2$ to $\pi/2$. The curve passes through the origin (0,0) and is symmetric about the origin, increasing from $(-1, -\pi/2)$ to $(1, \pi/2)$. The x-axis is labeled with -1 , $-1/2$, 0 , $1/2$, and 1 . The y-axis is labeled with $\pi/2$, 90° , $\pi/4$, 45° , 0 , $-\pi/4$, -45° , and $-\pi/2$. An advertisement for "Aprende un idioma mientras navegas" is visible on the left side of the page.

- **Dominio (x):** $[-1, 1]$
- **Codominio (α):** $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

Para poder definir la función inversa de una función, necesariamente debe ser **biyectiva**. La función **seno** no es **inyectiva** en el conjunto de los reales. Por convención, se restringe el codominio al intervalo $[-\pi/2, \pi/2]$ para que la función **seno** sea **biyectiva**.

- La función es **continua y creciente** en todo el dominio.

The screenshot shows the GeoGebra Classic interface with the URL geogebra.org/classic?lang=es. On the left, the algebra view shows two functions:

- $f : y = \text{sen}^{-1}(x + 2)$ (green curve)
- $g : y = \text{sen}^{-1}(x) + 2$ (blue curve)

The graph view shows the blue curve g on a Cartesian coordinate system. The x-axis ranges from -5 to 7, and the y-axis ranges from - π to π . The curve passes through the point $(0, 0)$ and increases as x increases. The green curve f is also shown, shifted 2 units to the left. The interface includes various geometric tools and a toolbar at the top.

● Arc coseno

universoformulas.com/mathematicas/trigonometria/funciones-trigonometricas-inversas/

Su abreviatura es **arccos o \cos^{-1}** .

Gráfica de la función arcocoseno $\alpha = \arccos x$

- **Dominio (x):** $[-1, 1]$
- **Codominio (α):** $[0, \pi]$

Para poder definir la función inversa de una función, necesariamente debe ser **biyectiva**. La función **coseno** no es **inyectiva** en el conjunto de los reales. Por convención, se restringe el codominio al intervalo $[0, \pi]$ para que la función **coseno** sea **biyectiva**.

- La función es **continua y decreciente** en todo el dominio.

geogebra.org/classic?lang=es

$f : y = \cos^{-1}(x - 3)$

$g : y = \cos^{-1}(x) + 3$

+ Entrada...

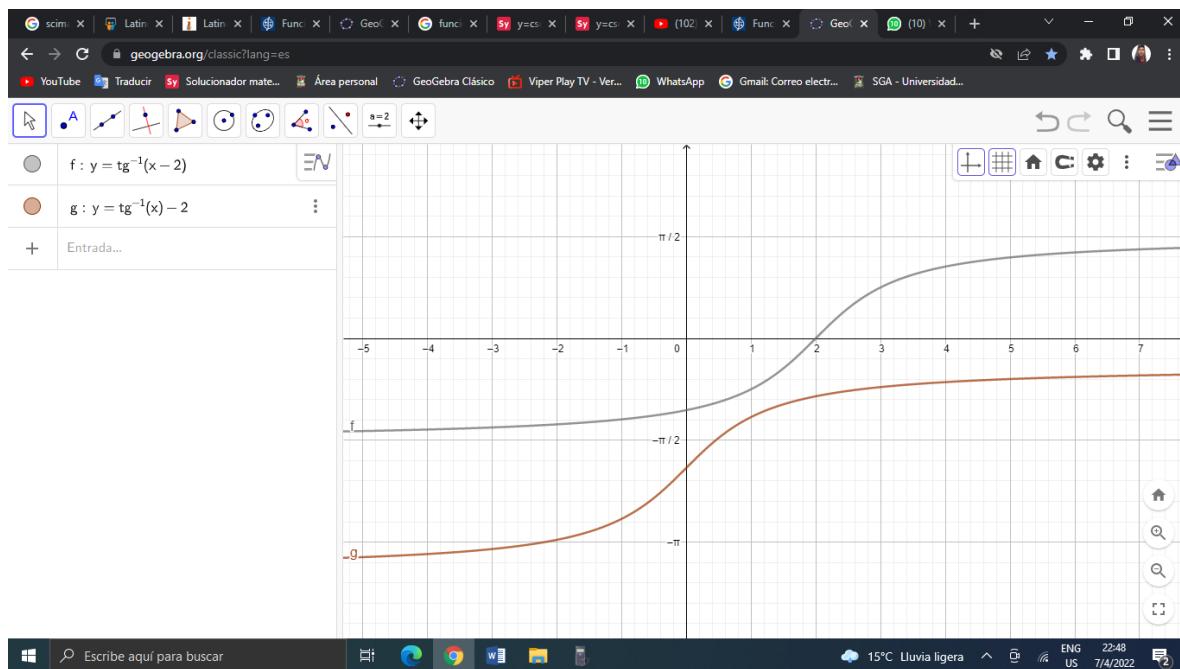
● Arc tangente

Su abreviatura es \arctan o \tan^{-1} .

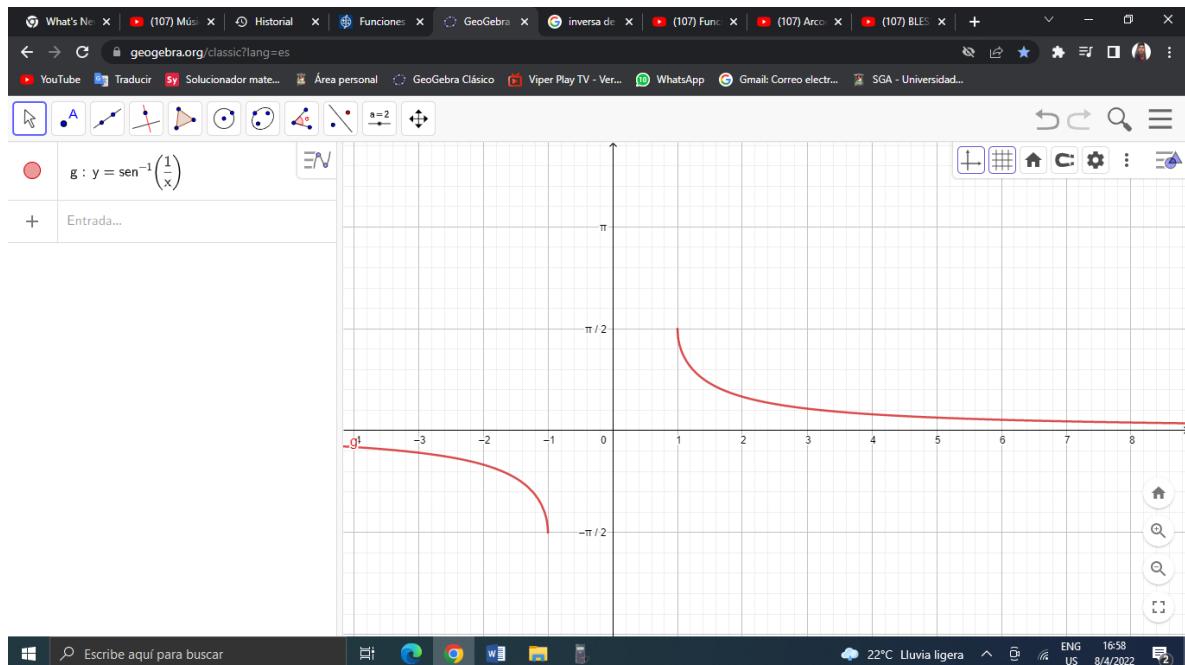
- **Dominio (x):** $[-\infty, +\infty]$
- **Codominio (α):** $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

Para poder definir la función inversa de una función, necesariamente debe ser **biyectiva**. La función **tangente** no es **inyectiva** en el conjunto de los reales. Por convención, se restringe el codominio al intervalo $[-\pi/2, \pi/2]$ para que la función **tangente** sea **biyectiva**.

- La función es **continua y creciente** en todo el dominio.
- **Derivada de la función arcotangente:** $[\arctan x]' = \frac{1}{1+x^2}$



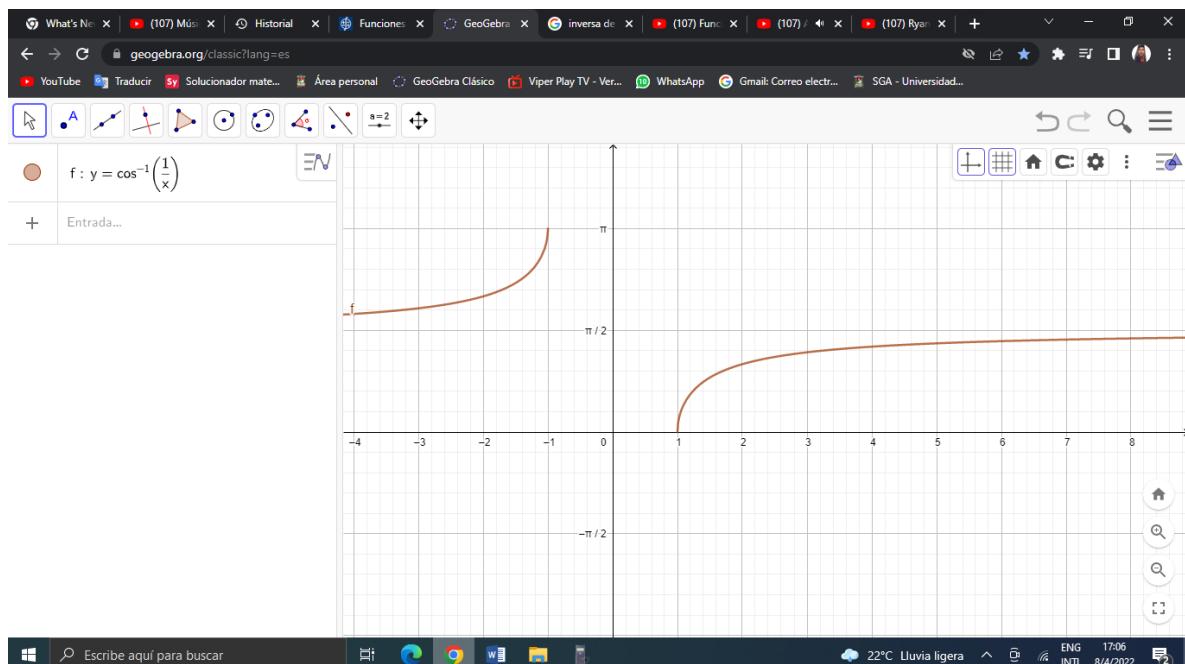
● Arc cosecante



$$Dom (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$Ran \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] - \{0\}$$

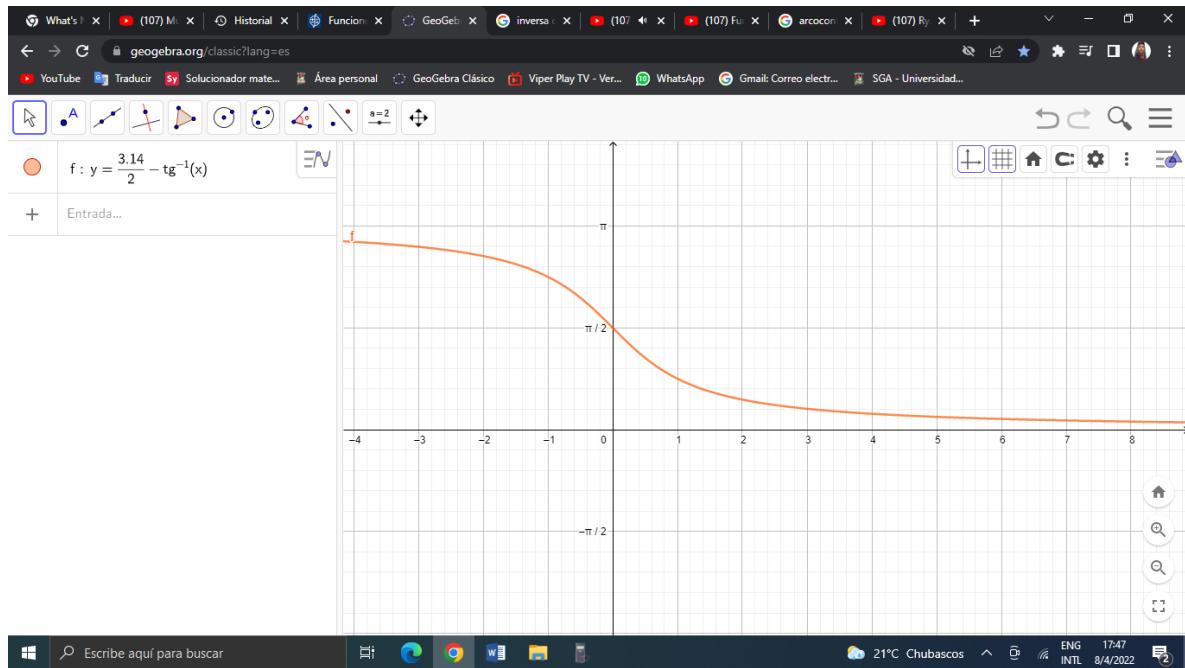
- Arc secante



$$Dom (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$Ran [0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$$

- Arc cotangente



Dom $(-\infty, +\infty)$

Ran $(0, \pi)$

2. FUNCIONES EXPONENCIALES

A) GENERAL

La **función exponencial** es aquella que a cada valor real x le asigna la potencia a^x con $a > 0$ y $a \neq 1$. Esta función se expresa $f(x) = a^x$

Dominio: \mathbb{R} .

2 Recorrido: $(0, \infty)$. depende

3 Es continua.

4 Los puntos $(0, 1)$ y $(1, a)$ pertenecen a la gráfica.

5 Es inyectiva $\forall a \neq 1$ (ninguna imagen tiene más de un original).

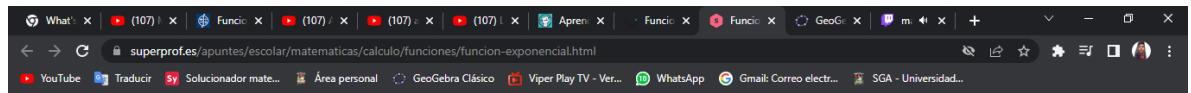
6 Creciente si $a > 1$.

7 Decreciente si $0 < a < 1$.

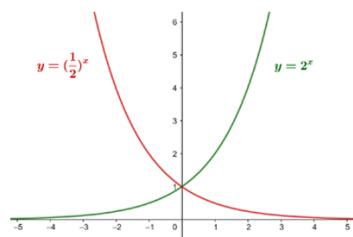
8 Las curvas $f(x) = a^x$ y $g(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ son simétricas respecto al eje y .

9 La función exponencial $f(x) = a^x$, con $a > 1$ eventualmente crece más rápido que la función potencia x^n para cualquier $n \in \mathbb{N}$.

10 La función inversa de la función exponencial $f(x) = a^x$ es $f^{-1}(x) = \log_a x$. La función inversa de la exponencial natural es $f^{-1} = \ln x$.



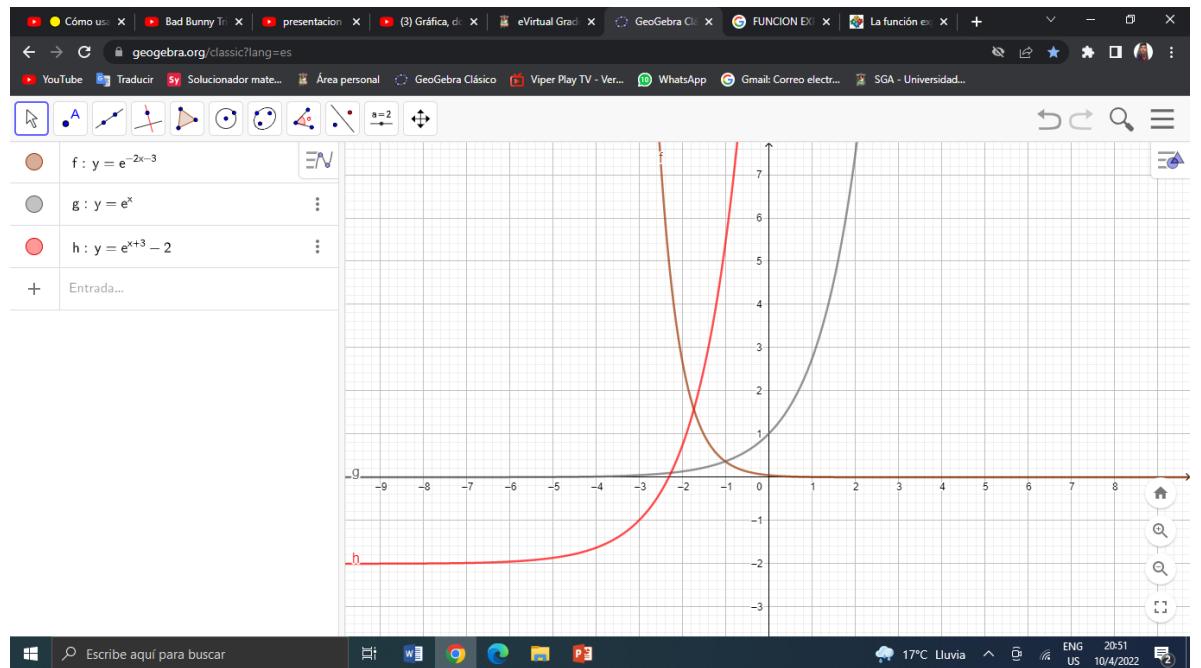
Observamos que la primera función es estrictamente creciente, mientras que la segunda es estrictamente decreciente; además ambas son simétricas respecto al eje y



B) NATURAL

Esta se denota por $f(x) = e^x$ donde e está dado por

El número e es irracional y sus primeras diez cifras decimales son $2.7182818284\dots$



3. FUNCIONES LOGARÍTMICAS: Son las inversas de las exponenciales

A) BASE a

La función logarítmica en base a es la función inversa de la exponencial en base a .

$$f(x) = \log_a x \quad a > 0, a \neq 1$$

- Dominio: \mathbb{R}^+ , depende
- Recorrido: \mathbb{R}
- Es continua
- Los puntos $(1, 0)$ y $(0, 1)$ pertenecen a la gráfica.
- Es inyectiva (ninguna imagen tiene más de un original).
- Creciente si $a > 1$
- Decreciente si $0 < a < 1$

Las gráfica de la función logarítmica es simétrica (respecto a la bisectriz del primer y tercer cuadrante) de la gráfica de la función exponencial, ya que son funciones reciprocas o inversas entre sí.

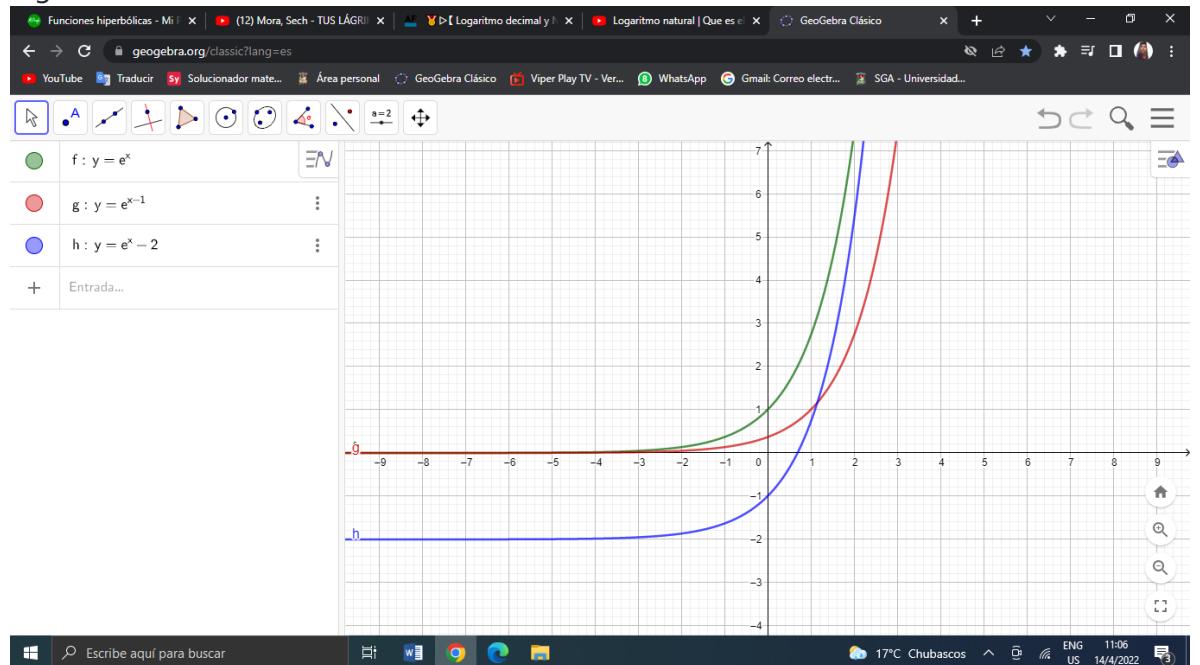
B) Base e (neperiano)

Se representan por $\ln(x)$ o $L(x)$.

Los **logaritmos neperianos** deben su nombre a su descubridor **John Neper** y fueron los primeros en ser utilizados.

El **logaritmo neperiano** de x ($\ln x$) es la **potencia** a la que se debe elevar **e** para obtener x .

Tanto el logaritmo neperiano como el logaritmo decimal presentan las mismas características y propiedades que hemos visto al analizar en general los logaritmos.



4. FUNCIONES HIPERBÓLICAS

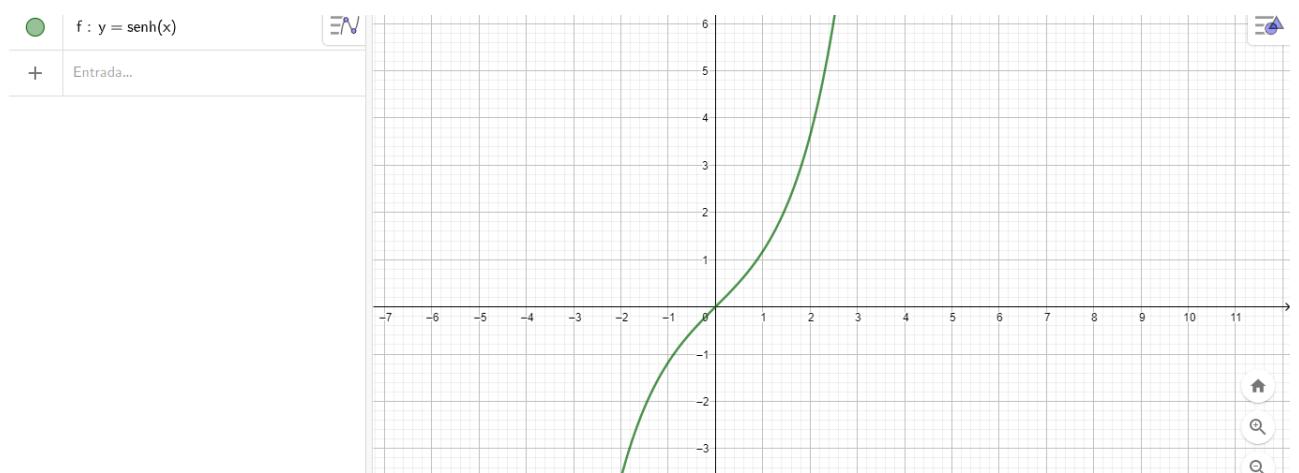
Las funciones hiperbólicas se definen a través de expresiones algebraicas que incluyen funciones exponenciales e^x y su función inversa e^{-x} .

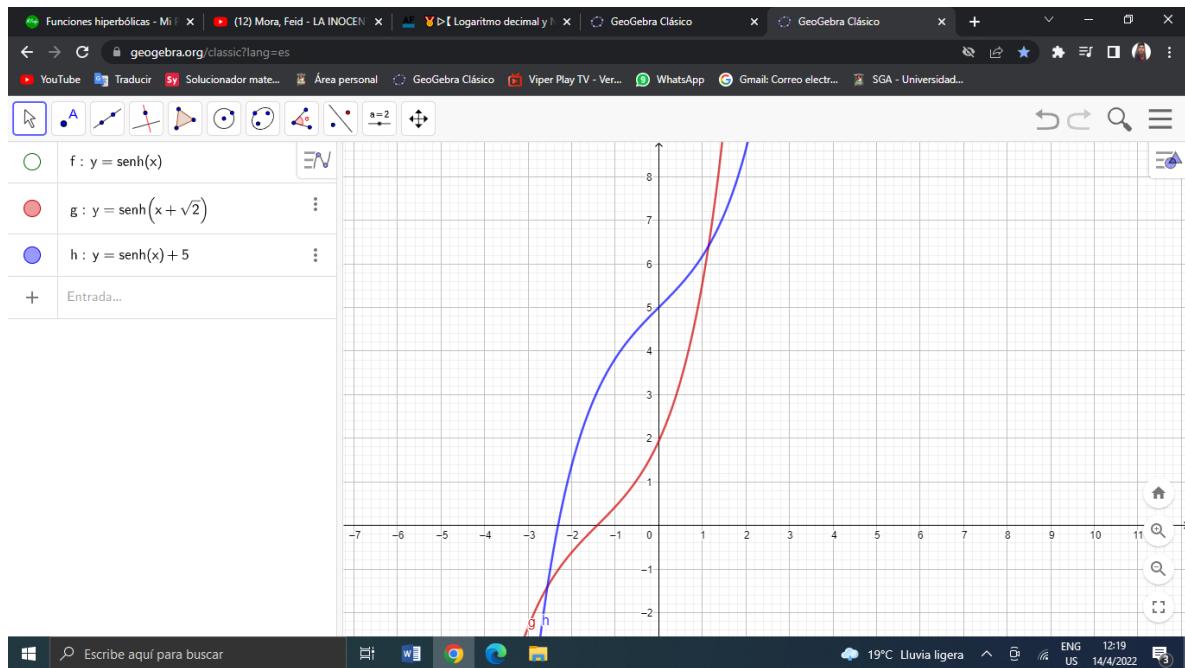
A) DIRECTAS

- Seno Hiperbólico

$$y = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{Función impar}$$

$$\text{Dom} = (-\infty, +\infty) \quad \text{Ran} = (-\infty, +\infty)$$

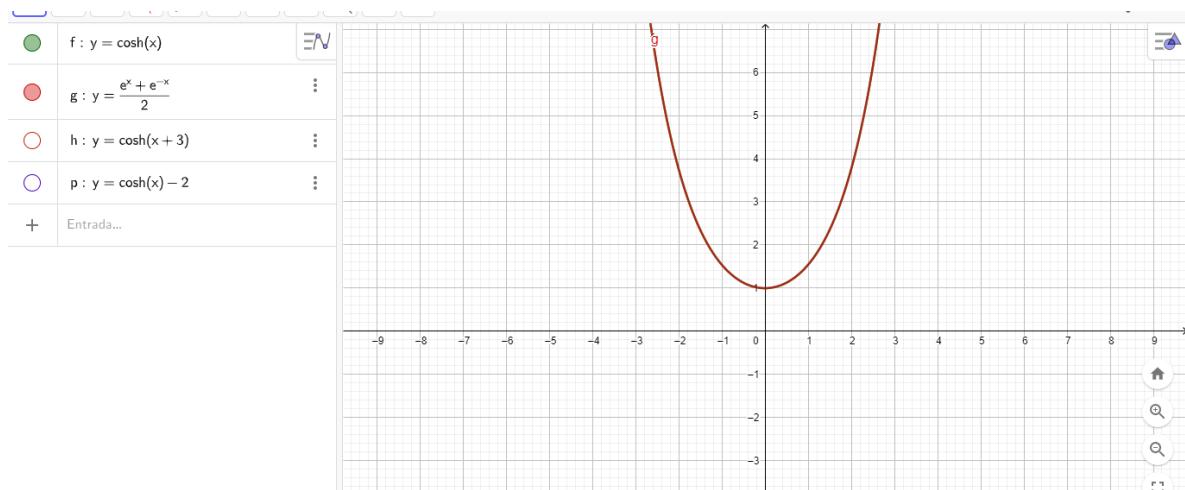


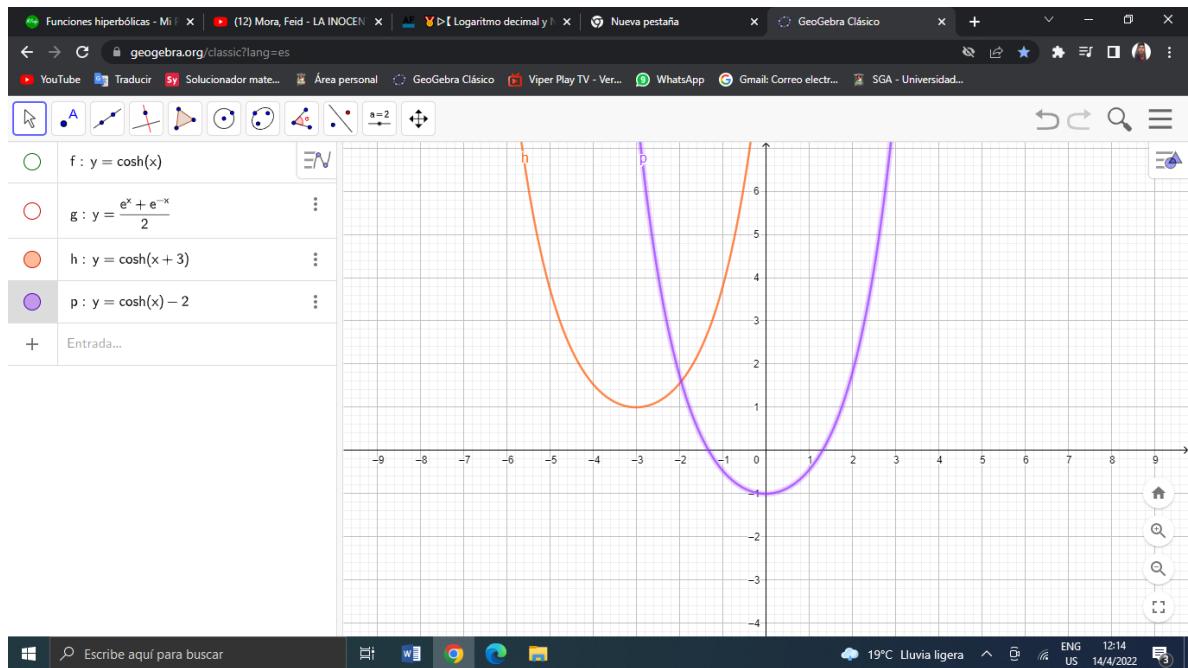


- Coseno Hiperbólico

$$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \text{funcion par}$$

$$Dom = (-\infty, +\infty) \quad Ran = [1, +\infty)$$

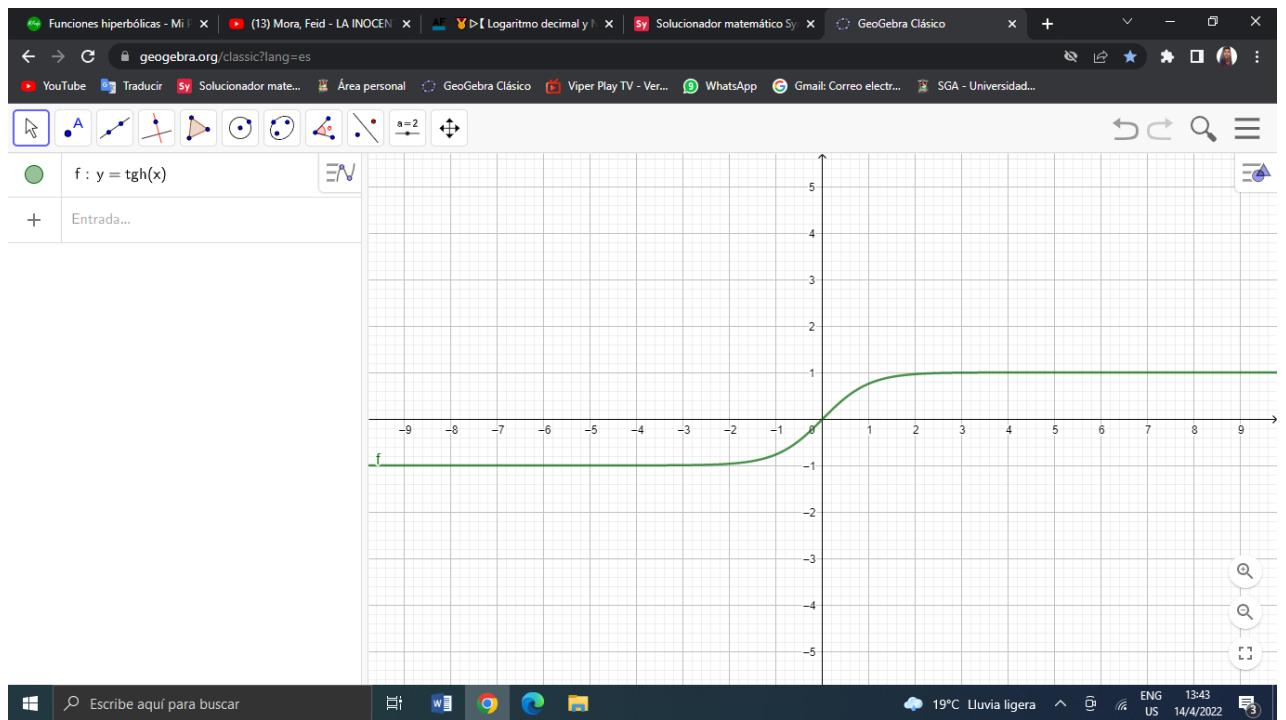


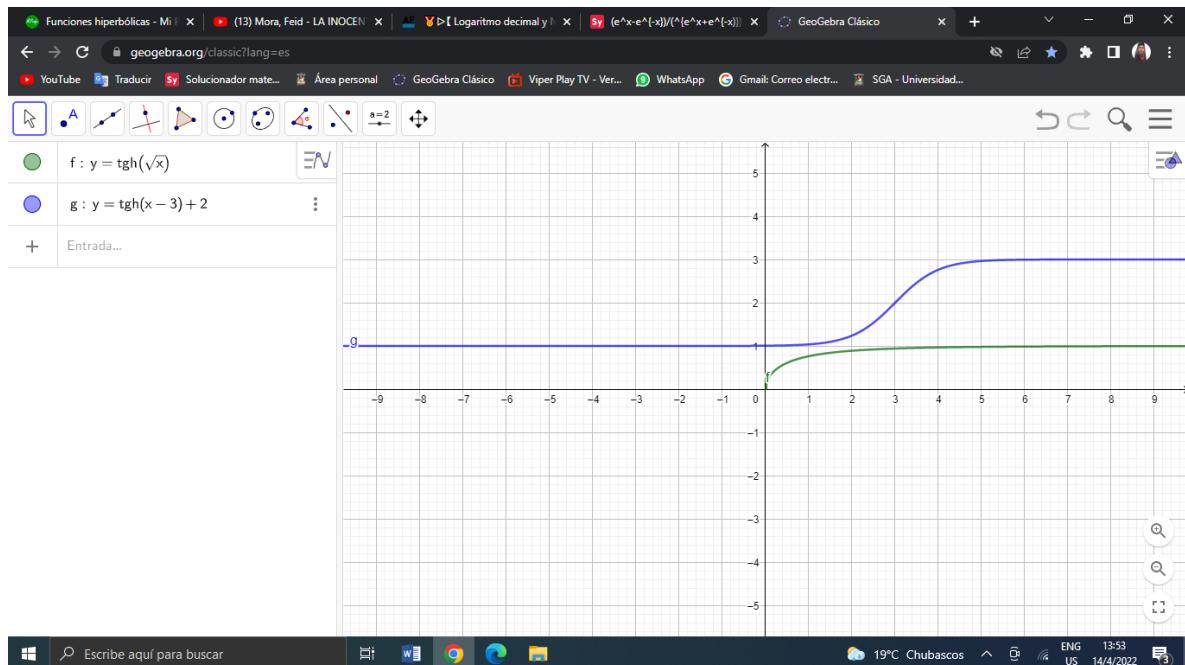


- Tangente Hiperbólica

$$y = \frac{\sinh}{\cosh} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad \text{Función impar}$$

$$\text{Dom} = (-\infty, +\infty) \quad \text{Ran} = (-1, 1)$$

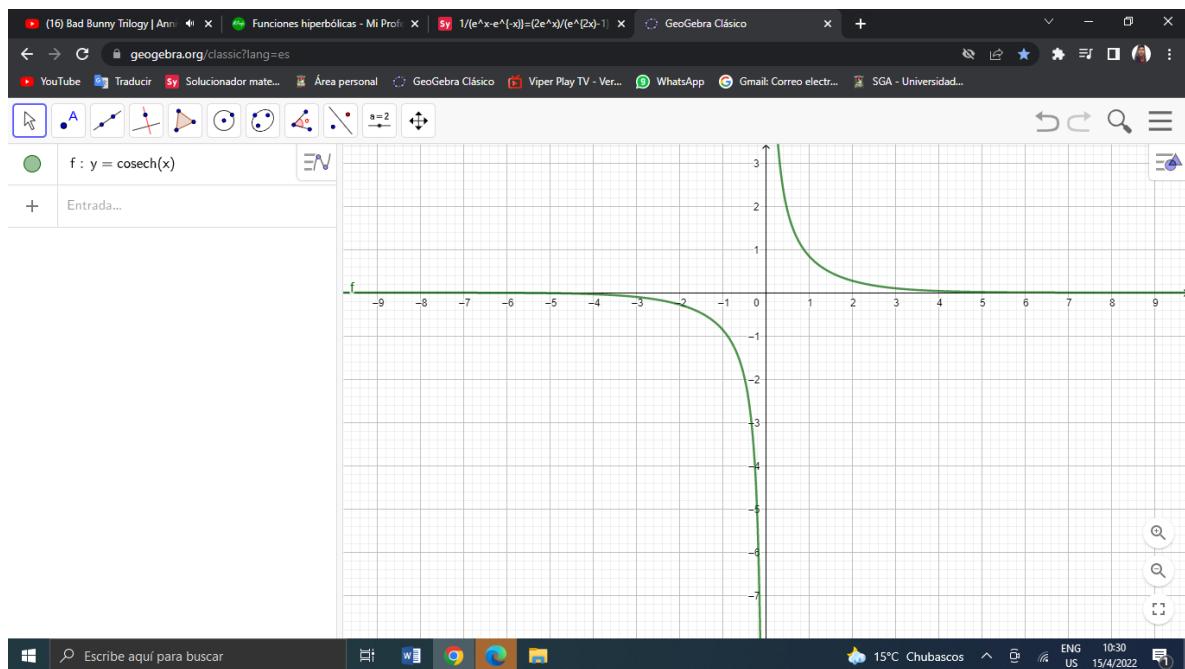


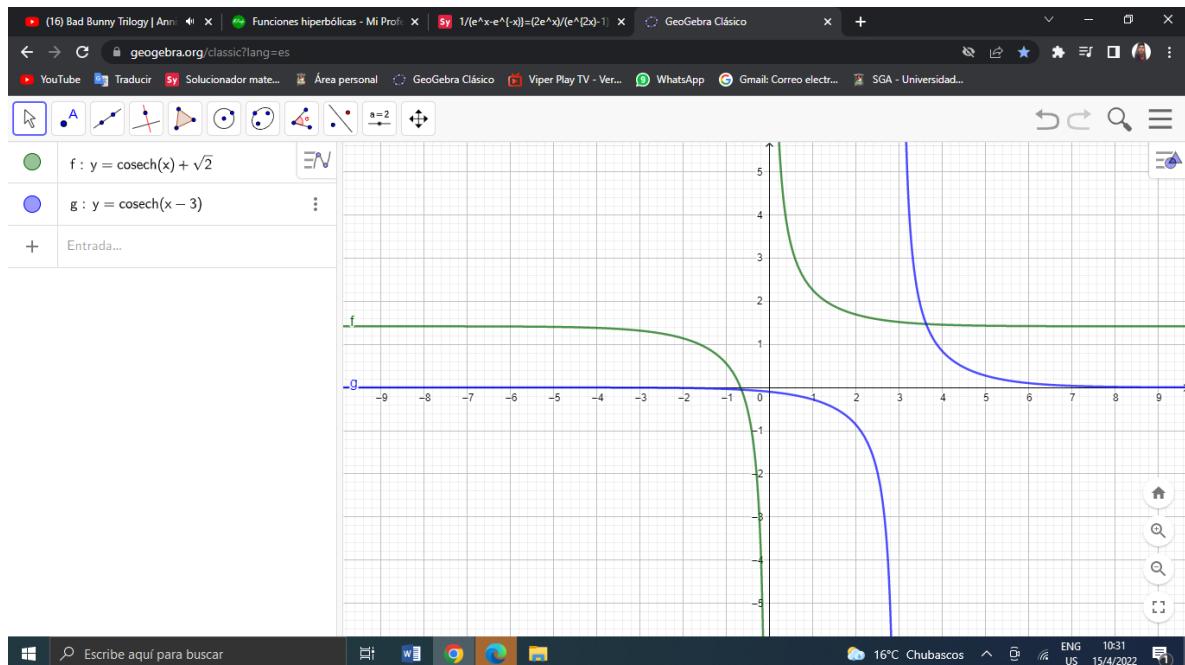


- Cosecante Hiperbólica

$$\operatorname{csch}(x) = \frac{1}{\operatorname{senh}(x)} = \frac{1}{e^x - e^{-x}} = \frac{2}{e^x - e^{-x}} \text{ Función impar}$$

$$Dom = (-\infty, +\infty) - \{0\} \quad Ran = (-\infty, +\infty) - \{0\}$$

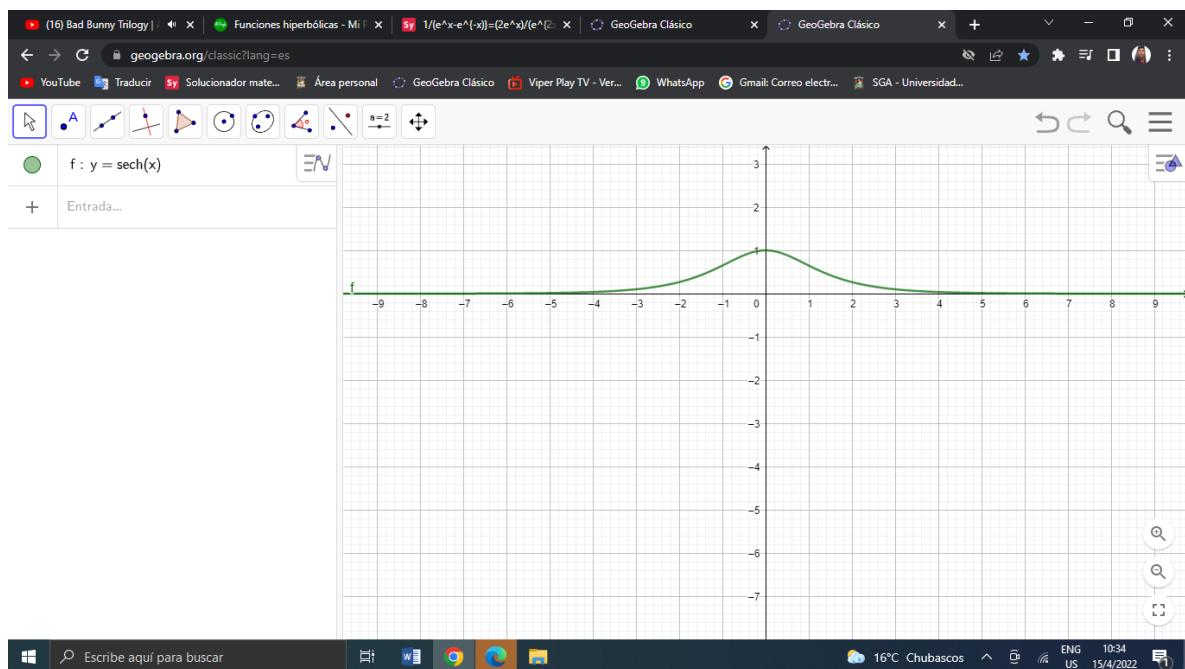


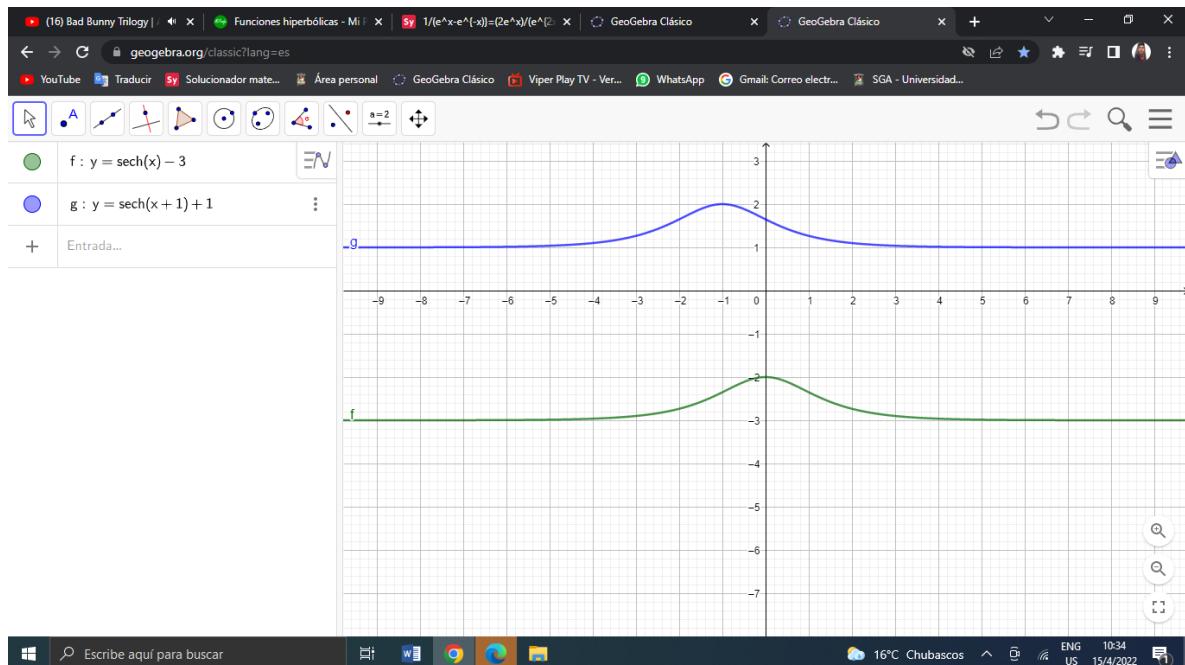


- Secante Hiperbólico

$$\operatorname{sech}(x) = \frac{1}{\cosh(x)} = \frac{1}{e^x + e^{-x}} = \frac{2}{e^x + e^{-x}} \text{ Función par}$$

$$\text{Dom} = (-\infty, +\infty) \quad \text{Ran} = (0, 1]$$

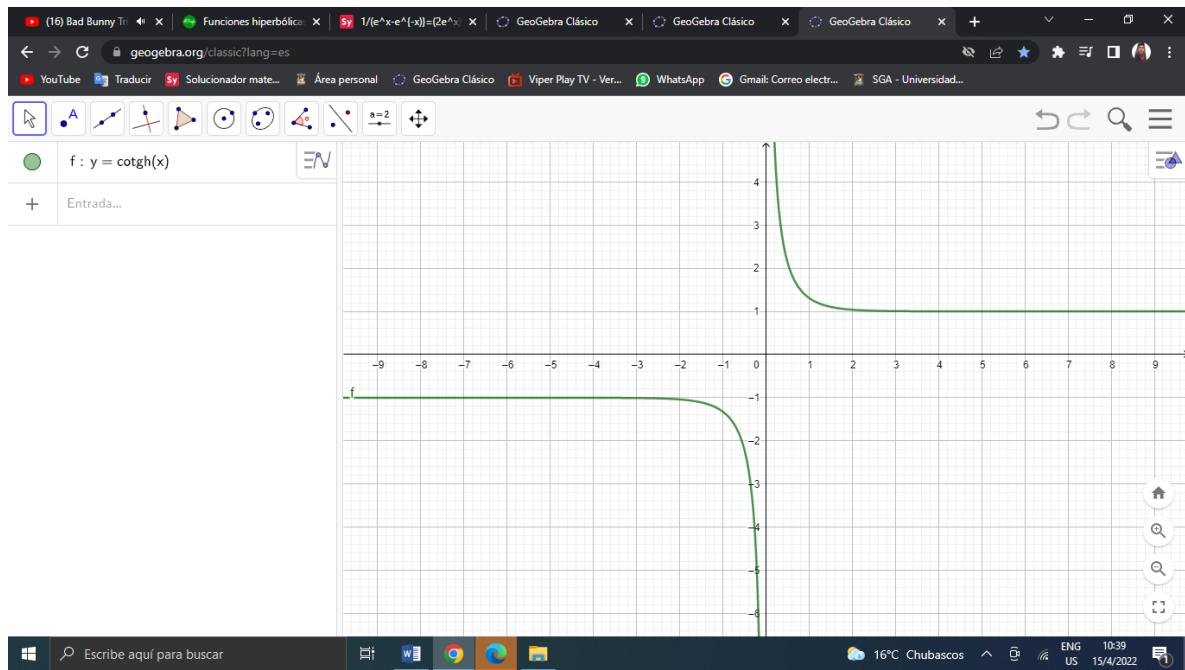


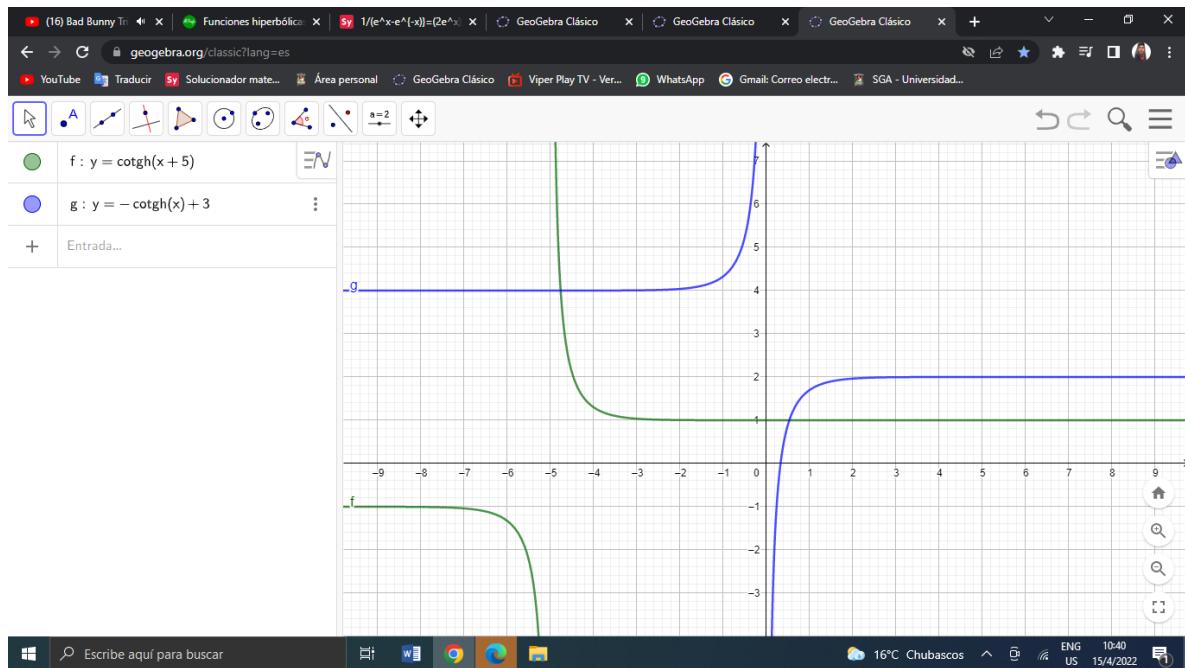


- Cotangente Hiperbólica

$$\coth(x) = \frac{\cosh(x)}{\sin(x)} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \quad \text{Función impar}$$

$$Dom = (-\infty, +\infty) - \{0\} \quad Ran = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

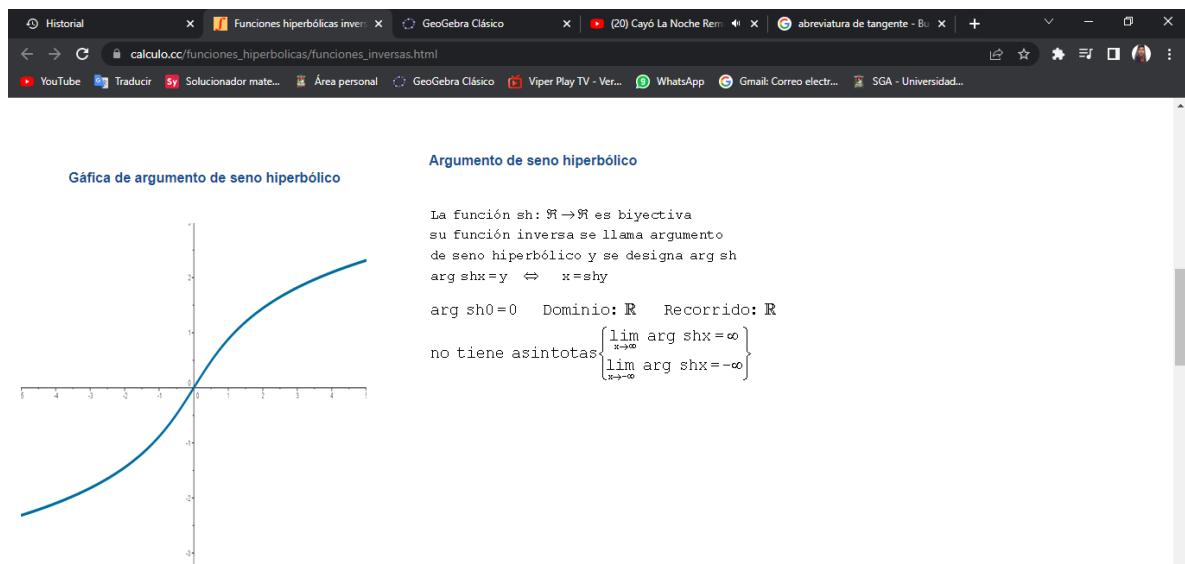




B) INVERSAS

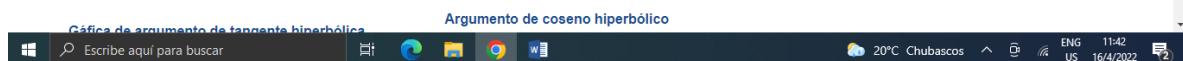
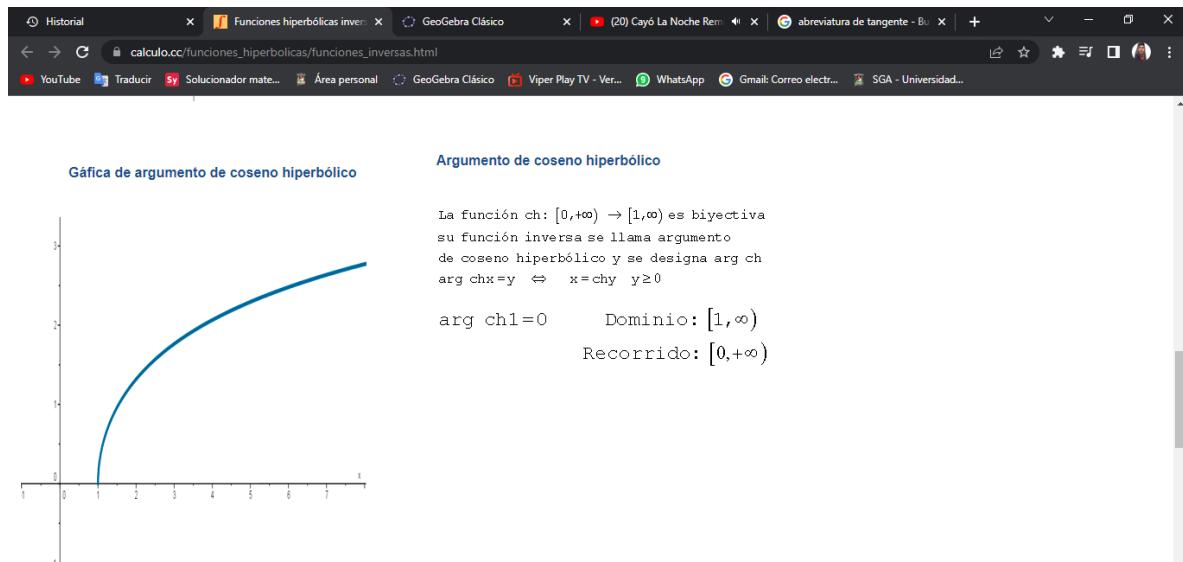
- Inverso Seno Hiperbólico

$$\text{arc senh}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$$



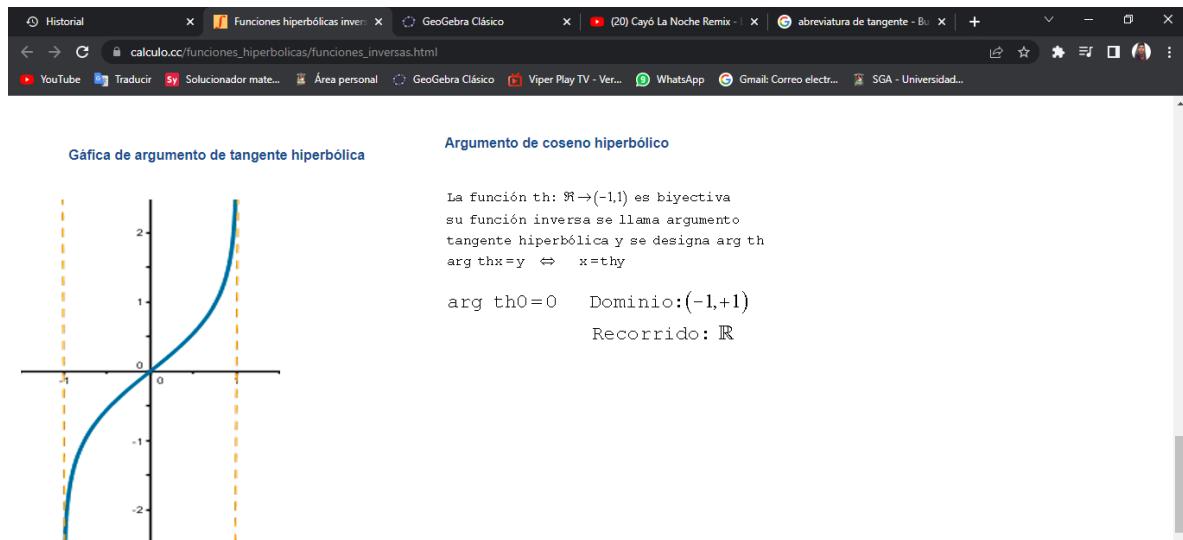
- Inverso Coseno Hiperbólico

$$\text{arc cosh}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$$



- Inverso Tangente Hiperbólica

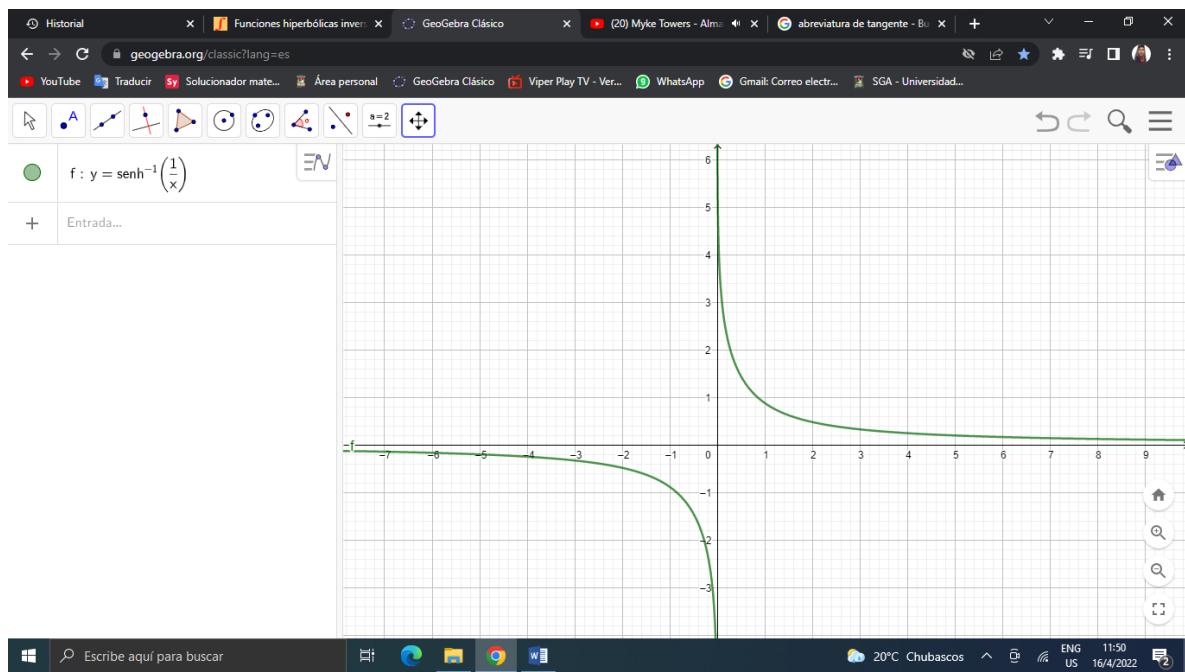
$$\operatorname{arc tanh}(x) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$$



- Inverso Cosecante Hiperbólica

$$\operatorname{arc csch}(x) = \ln \left(\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} \right)$$

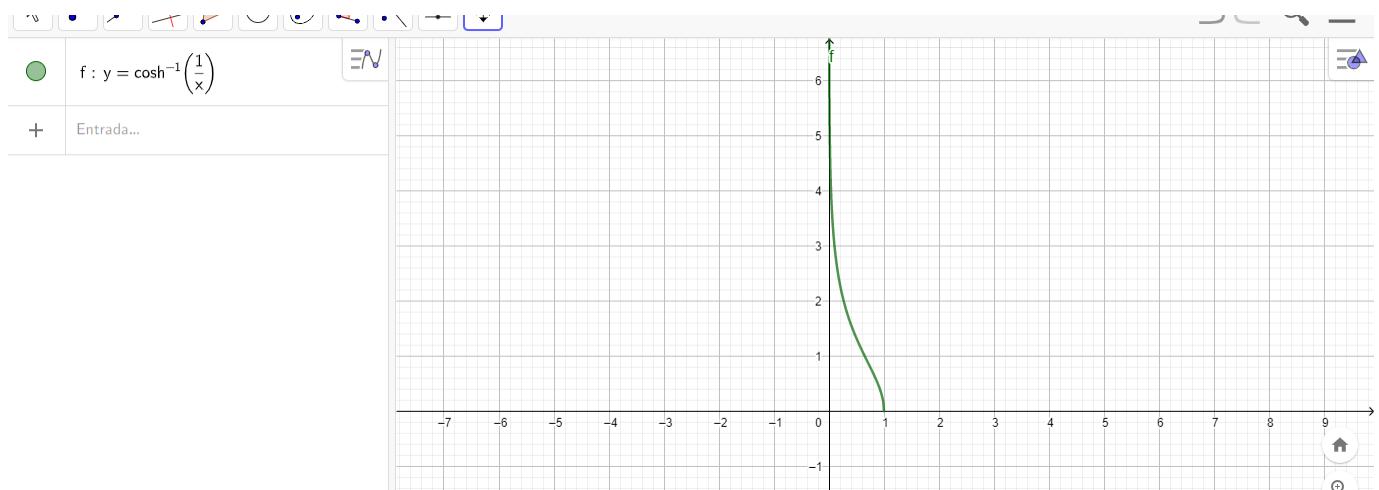
$$Dom = R - \{0\} \quad Ran = R - \{0\}$$



- Inverso Secante Hiperbólica

$$\operatorname{arc sech}(x) = \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1}\right)$$

$$Dom = (0,1] \quad Ran = [0, +\infty)$$



- Inverso Cotangente Hiperbólica

$$\operatorname{arc coth}(x) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x+1}{x-1} \right)$$

$$Dom = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \quad Ran = R - \{0\}$$

