

Limitaciones de la Lógica Proposicional: Expresividad

Intente expresar en lógica proposicional las siguientes afirmaciones:

- María es una persona
- Juan es una persona
- María es mortal
- María y Juan son hermanos

Una solución

p: María es una persona

q: Juan es una persona

r: María es mortal

s: María y Juan son hermanos

Limitaciones de la Lógica Proposicional: Expresividad

Intente expresar en lógica proposicional las siguientes afirmaciones:

Una solución

p: María es una persona

q: Juan es una persona

r: María es mortal

s: María y Juan son hermanos

¿Cómo vinculamos a María de la primera oración con María de la tercera oración?

¿Y cómo vinculamos a María y Juan?

Limitaciones de la Lógica Proposicional: Expresividad

Intente expresar en lógica proposicional las siguientes afirmaciones:

- Todas las personas son mortales;
- Hay una persona que es espía.

Una solución

- Podemos dar un nombre a todas las personas y expresar este hecho mediante proposiciones:
- $\text{María-es-mortal} \wedge \text{Juan-es-mortal} \wedge \text{Chris-es-mortal} \wedge \dots \wedge \text{Michael-es-mortal}$
- $\text{María-es-un-espía} \vee \text{John-es-un-espía} \vee \text{Chris-es-un-espía} \vee \dots \vee \text{Michael-es-un-espía}$

Lógica de Primer Orden

...lógica predicativa, lógica de predicados o cálculo de predicados

Lógica de Predicados: introducción

- Estudia las frases declarativas con más detalle
 - **De quién se afirma** (sujeto o objeto)
 - **Qué se afirma** (predicado o relación)

- Proposiciones: ejemplo

p : El perro es un animal.

q : La vaca es un animal.

r : El tigre es un animal

Proposiciones

- Funciones proposicionales

$P(x)$: x es un animal.

$P(x)$ no es una proposición es una función proposicional cuyo valor depende de la variable x

Los cuantificadores nos permiten construir proposiciones a partir de funciones proposicionales

Lógica de Predicados: sintaxis

- Alfabeto
 - Variables: X, Y, Z, \dots
 - Constantes: a, b, c, \dots
 - Funciones: f, g, h, \dots (se puede incluir la aridad, f^2)
 - Letras Predicados: p, q, r, \dots (se puede incluir la aridad, p^3)
- Conectivas
 - $\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)\}$
- Cuantificadores
 - \forall, \exists

Cuantificadores

Universal

$\forall x P(x)$ se lee como "Para todo x , $P(x)$ " o "Para cada x , $P(x)$ "
 $\forall x P(x)$ es igual que $P(x_1) \wedge P(x_2) \dots \wedge P(x_n) \dots$ para todos los x_i en U

Existencial

$\exists x P(x)$ se lee como "Existe un x , $P(x)$ " o "Para algún x , $P(x)$ "
 $\exists x P(x)$ es igual que $P(x_1) \vee P(x_2) \dots \vee P(x_n) \dots$ para todos los x_i en U

Lógica Predicados: ¿Cómo modelar predicados?

A **todos** los niños les encanta el helado

- **De quién se afirma** (sujeto o objeto):
 - los niños
- **Qué se afirma** (predicado o relación):
 - encanta helado (qué aridez? uno)

Dominio = personas

$\forall x: \text{niño}(x) \rightarrow \text{encantaHelado}(x)$

$\forall x: \text{niño}(x) \wedge \text{encantaHelado}(x)$

Lógica Predicados: ¿Cómo modelar predicados?

A todos los niños les encanta el helado

Dominio = personas

$\forall x: \text{niño}(x) \rightarrow \text{encantaHelado}(x)$

es posible que X no sea un niño pero (sin embargo) ama el helado

$\forall x: \text{niño}(x) \wedge \text{encantaHelado}(x)$

solo hay niños en el universo de discurso y les encanta el helado

$\forall X: \text{niño}(X)$	$\forall X: \text{encantaHelado}(X)$	$\text{niño}(x) \rightarrow \text{encantaHelado}(X)$	$\text{niño}(x) \wedge \text{encantaHelado}(X)$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	F

Lógica Predicados: ¿Cómo modelar predicados?

Todos en Ingeniería son Inteligentes

Dominio = personas

$\forall x: \text{Pertenece}(x, \text{Ingeniería}) \rightarrow \text{Inteligente}(x)$

- Por lo general, \rightarrow es el conectivo principal con \forall .
- **Error común: usar \wedge como conectivo principal con \forall :**

$\forall x. \text{Pertenece}(x, \text{Ingeniería}) \wedge \text{Inteligente}(x)$

significa "Todos pertenecen a Ingeniería y todos son inteligentes"

Lógica Predicados: ¿Cómo modelar predicados?

María ama **a todos**

- **De quién se afirma** (sujeto o objeto):
 - María (es una constante)
- **Qué se afirma** (predicado o relación):
 - ama a todos (qué aridad? Dos)

Dominio = personas

Constante m = María

$\forall x$: ama² (m, x);

Nota: No se necesitan más paréntesis, pero los “paréntesis adicionales” son considerados aceptables.

Por lo tanto, sería correcto también:

$\forall x$ (ama (María, x)), $(\forall x$ ama (María, x)), $(\forall x$ (ama (María, x)))

Lógica Predicados: ¿Cómo modelar predicados?

Hay (una o más) conferencias interesantes

- **De quién se afirma** (sujeto o objeto):
 - conferencias interesantes
- **Qué se afirma** (predicado o relación):
 - Hay una o más

Dominio = eventos

$\exists X: \text{Conferencia}(X) \wedge \text{Interesante}(X)$

$\exists X: \text{Conferencia}(X) \rightarrow \text{Interesante}(X)$

Lógica Predicados: ¿Cómo modelar predicados?

Hay (una o más) conferencias interesantes

Dominio = eventos

$\exists X: \text{Conferencia}(X) \wedge \text{Interesante}(X)$

Los eventos deben tener ambas propiedades

$\exists X: \text{Conferencia}(X) \rightarrow \text{Interesante}(X)$

Aquí X también es calificado, si X no es una conferencia

$\exists X:$ conferencia(X)	$\exists X:$ interesante (X)	$\exists X: \text{conferencia}(X)$ $\wedge \text{interesante}(X)$	$\exists X: \text{conferencia}(X)$ $\rightarrow \text{interesante}(X)$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	V
F	F	F	V

Lógica Predicados: ¿Cómo modelar predicados?

Alguien en Mecánica es inteligente

Dominio = personas

$\exists X: \text{Pertenece}(x, \text{Mecanica}) \wedge \text{Inteligentes}(X)$

- Normalmente, \wedge es el conectivo principal con \exists .
- **Error común: usar \rightarrow como conectivo principal con \exists :**

$\exists x. \text{Pertenece}(x, \text{Mecánica}) \rightarrow \text{Inteligente}(x)$

¡Es cierto si hay alguien que no pertenece a Mecánica!

Lógica Predicados: Ejemplos modelación predicados

Todos aman a todos.

- **De quién se afirma** (sujeto o objeto):
 - Todos
- **Qué se afirma** (predicado o relación):
 - Aman a todos (aridad? Dos)

Dominio = personas

$$\forall x \forall y \text{ amar}(x, y)$$

Lógica Predicados: Ejemplos modelación predicados

Todos los estudiantes sonríen.

- **De quién se afirma** (sujeto o objeto):
 - Todos los estudiantes
- **Qué se afirma** (predicado o relación):
 - sonrien (aridad? uno)

Dominio = personas

$$\forall x (\text{estudiante}(x) \rightarrow \text{sonrisa}(x))$$

Lógica Predicados: Ejemplos modelación predicados

Todos caminan o hablan.

- **De quién se afirma** (sujeto o objeto):
 - Todos
- **Qué se afirma** (predicado o relación):
 - caminan o hablan (aridad? uno)

Dominio = personas

$$\forall x (\text{caminar}(x) \vee \text{hablar}(x))$$

Lógica Predicados: Ejemplos modelación predicados

Todos los informáticos son listos y Juan es informático, luego Juan es listo.

Dominio = personas

Constante juan = Juan

$$(\forall x (\text{informatico}(x) \rightarrow \text{listo}(x)) \wedge \text{informatico}(\text{juan})) \rightarrow \text{listo}(\text{juan})$$

Práctica 2