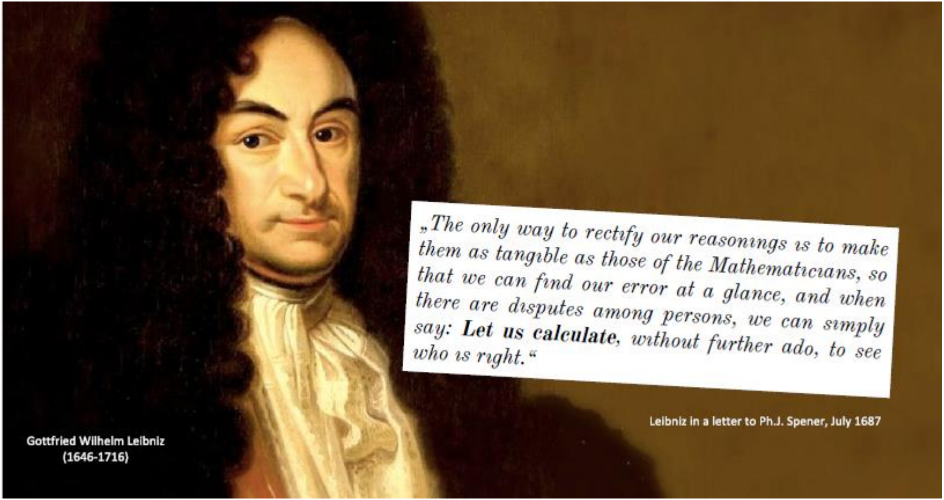
Representación del Conocimiento basado en Lógicas

Contenido

- Lógica para Representación Conocimiento: Porqué?
- Tipos de Lógica
    - Lógica Proposicional
    - Lógica de Predicados
        - Lógica Descriptiva
- Qué son las Lógicas Descriptivas Hoy?
- Tipos Lógica Descriptiva
- Ingredientes Lógica Descriptiva
- Sintaxis y Semántica Lógica Descriptiva

Lógica para Representación de Conocimiento: Porqué?



Lógica para Representación de Conocimiento: Porqué?

- La lógica (no hay una lógica única sino muchas) fue uno de los primeros formalismos usados por los investigadores de IA para representar estructuras de conocimiento

  - Permite expresar mediante un lenguaje formal el conocimiento sobre ciertos fenómenos o una cierta parte del mundo.
  - Considerando la semántica formal, se puede razonar sobre un conocimiento dado, y mostrar qué conocimiento es una consecuencia lógica del conocimiento dado.

Lógica Formal: semántica y lógica matemática

Teoría de Modelos ejecuta la interpretación semántica de un lenguaje artificial “identificando el significado con una interpretación exacta y formalmente definida de un modelo”

Alfred Tarski
(1901-1983)

Ej. Semántica Teoría de Modelos Lógica Proposicional

- Asignar valores de verdad V o F a las proposiciones simples
- Descripción de las conectivas lógicas con tablas de verdad

Tipos de Lógica

Lenguaje	Qué hay en mi abstracción del mundo	Qué puedo saber respecto a algo
L. Proposicional	Hechos	Verdadero/falso/desconocido
L. Primer Orden	Hechos, objetos, relaciones	Verdadero/falso/desconocido
L. Temporal	Hechos, objetos, relaciones, tiempos	Verdadero/falso/desconocido
L. Probabilística	Hechos	Grado de certeza € [0,1]
L. Difusa	Grado de verdad	Grado de certeza € [0,1]

Lógica Proposicional

Lógica Proposicional

El mundo consiste simplemente en hechos y nada más (declaraciones de afirmaciones)

Las declaraciones pueden ser **verdaderas** o **falsas**

Lógica Proposicional: Sintaxis

Alfabeto:

- Constantes: V, F
- Conectivas = {¬, ∧, ∨, →, ↔, (,)},
- Variables o letras proposiciones. p, q, r, s….

Sintaxis de las fórmulas proposicionales.

- todas las fórmulas atómicas son proposiciones (todos las letras proposicionales, V, F)
- si p es una proposición, entonces también ¬p
- si p y q son proposiciones,
  luego también p∧q, p∨q, p → q, p↔q

Lógica Proposicional: Prioridad

Prioridad: ¬ antes de ∧, ∨ antes de →, ↔

Ejemplo Fórmula:

$$\neg p \lor q \rightarrow p \land r$$

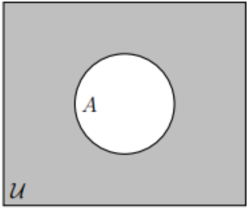
se reconocería como:

$$((\neg p) \lor q) \rightarrow (p \land r)$$

Lógica Proposicional: Negación

Operación unitaria que se aplica a una proposición y tiene el efecto de revertir el valor de verdad

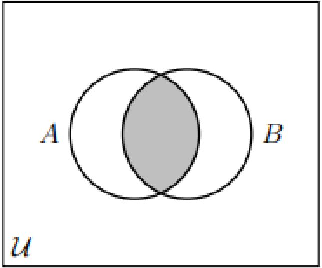
p	$\neg p$
V	F
F	V



$$A^c = \{x \in \mathcal{U} \mid x \notin A\}.$$

Lógica Proposicional: Conjunción

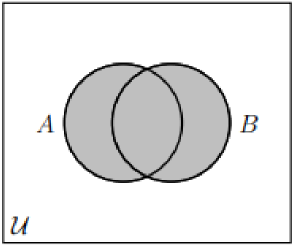
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F



$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \in B\}.$$

Lógica Proposicional: Disyunción

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F



$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ o } x \in B\}$$

Lógica Proposicional: Implicación o Condicional

"si se cumple p entonces se cumple q"

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

En una implicación p ⟶ q,

p es la condición suficiente para q y

q es la condición necesaria para p

Lógica Proposicional: Bicondicional o doble implicación

p si y solo si q

El bicondicional p ↔ q puede pensarse también como la proposición compuesta

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p).$$

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Lógica Proposicional: ¿Cómo modelar hechos?

Afirmación Simple	Modelado
Juan estudia RC	p: juan estudia RC p

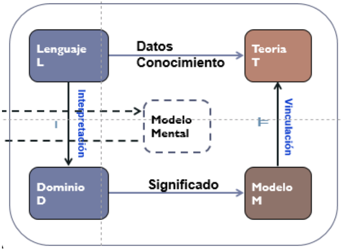
Afirmación Compuesta	Modelado
Si llueve, entonces la calle estará mojada	p: llueve q: la calle estará mojada $p \rightarrow q$

Lógica Proposicional: Semántica

- **Interpretación** `I`:

  Una interpretación de una fórmula `F` en lógica proposicional es una asignación de valores `{v, f}` a cada una de las letras proposicionales de `F`.

  El valor de una proposición `p` bajo una interpretación `I` se denota como `I(p)`.



Lógica Proposicional: reglas semánticas

Dada una fórmula F y una interpretación I, el valor de F bajo I, denotado por $I(F)$ es:

- Si F está formada por una proposición p, entonces $I(F) = I(p)$
- Si F es de la forma $\neg G$ entonces $I(F) = $ **V** si I(G) = **F**; **F** si I(G) =**V**
- Si F es de la forma $G \wedge H$ entonces $I(F) = $ **V** si I(G) = I(H) = V; **F** en caso contrario

Lógica Proposicional: reglas semánticas

Dada una fórmula $\mathtt{F}$ y una interpretación $\mathtt{I}$, el valor de $\mathtt{F}$ bajo $\mathtt{I}$, denotado por $\mathtt{I(F)}$ es:

- Si $\mathtt{F}$ es de la forma $\mathtt{G} \vee \mathtt{H}$

  entonces $\mathtt{I(F)} =$ **F** si I(G) = I(H) = F
  V en caso contrario

- Si $\mathtt{F}$ es de la forma $\mathtt{G} \rightarrow \mathtt{H}$

  entonces $\mathtt{I(F)} =$ **F** si I(G) = V y I(H) = F
  V en caso contrario

- Si $\mathtt{F}$ es de la forma $\mathtt{G} \leftrightarrow \mathtt{H}$

  entonces $\mathtt{I(F)} =$ **V** si I(G) = I(H)
  F en caso contrario

Lógica Proposicional: ejemplo

Dada una fórmula F y una interpretación I, el valor de F bajo I , denotado por $I(F)$ es:

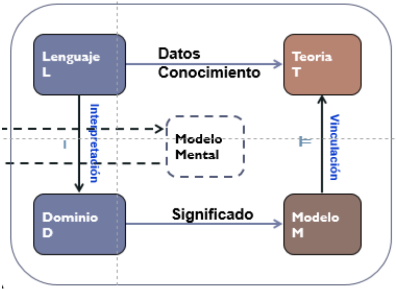
F: $(\neg p \rightarrow q)$

I	$I(p)$	$I(q)$	$I(\neg p)$	$I(\neg p \rightarrow q)$
I_1	v	v	f	v
I_2	v	f	f	v
I_3	f	v	v	v
I_4	f	f	v	f

Lógica Proposicional: modelo

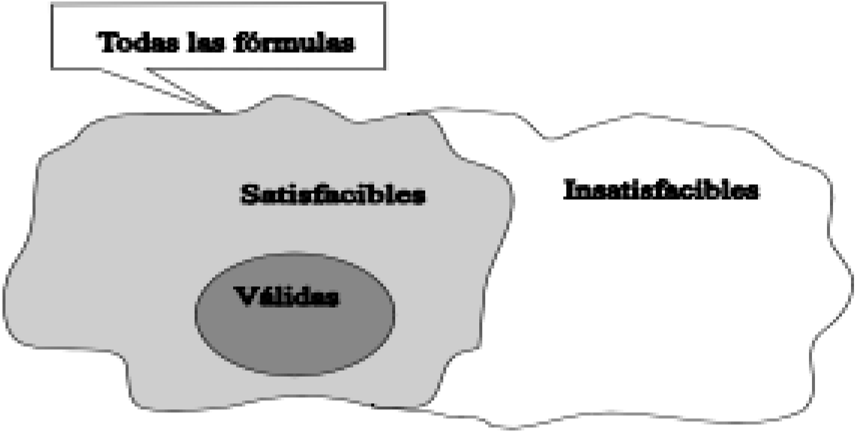
Una interpretación `I` es un **modelo** para una fórmula `F` si `I(F) = v`

Una interpretación `I` es un **contramodelo** para una fórmula `F` si `I(F) = f`



Lógica Proposicional: modelo

Las fórmulas proposicionales en función de los valores de las diferentes interpretaciones, se puede clasificar en:



Lógica Proposicional: Validez y Satisfacibilidad

- De las definiciones anteriores se pueden establecer las siguientes equivalencias

  - Una fórmula es **válida** sii
    - no tiene contramodelos
    - todas sus interpretaciones son modelos
    - todas sus interpretaciones la satisfacen
  - Una fórmula es una **contradicción** sii
    - no tiene modelos
    - todas sus interpretaciones son contramodelos
    - es insatisfacible
  - Una fórmula es **contingente** sii
    - tiene modelos y contramodelos

Lógica Proposicional: ejemplo

Una interpretación I es un **modelo** para una fórmula F si $I(F) = v$

Modelos ($(\neg p \rightarrow q)$) = $\{I_1, I_2, I_3\}$

F: $(\neg p \rightarrow q)$ es satisfacible

I	$I(p)$	$I(q)$	$I(\neg p)$	$I(\neg p \rightarrow q)$
I_1	v	v	f	v
I_2	v	f	f	v
I_3	f	v	v	v
I_4	f	f	v	f

Lógica Proposicional: ejemplo

Una interpretación I es un **modelo** para una fórmula F si
$I(F) = v$

Modelos ($(p \wedge \neg p)$) = $\{\Phi\}$
F: $(p \wedge \neg p)$ no es satisfacible

I	$I(p)$	$I(\neg p)$	$I(p \wedge \neg p)$
I_1	v	f	f
I_2	f	f	f

Lógica Proposicional: satisfacibilidad

Para conjuntos de fórmulas $\{A_1,\ldots,A_n\}$, $A_i \in FBF_{LP}$ para todo i: $1 \leq i \leq n$:

- Una interpretación $\mathcal{I}$ satisface $\{A_1,\ldots,A_n\}$ sii $\mathcal{I}(A_i) = v$ para todo i: $1 \leq i \leq n$

Lógica Proposicional: propiedades

- **Consistente**: todos los razonamientos que se demuestran son correctos
- **Completo**: todos los razonamientos correctos pueden demostrarse
- **Expresividad:** Muy poca.

Práctica 1