Práctica 3 – Formalización usando lógica de predicados

Integrantes: Mendoza Bryan, Romero David

1**.** Sea $p(x)$ la función proposicional $x^2 = 2x$

a) $p(0) = Verdadero$
b) $p(1) = Falso$
c) $p(2) = Verdadero$
d) $p(-2) = Falso$
e) $\exists x p(x) = Verdadero$
f) $\forall x p(x) = Verdadero$

2. Dada la fórmula F descrita a continuación y la interpretación I, determinar el valor de la fórmula

$F = \forall x \exists y\ (P(x, y) \wedge Q(f(x))) \rightarrow \neg Q(g(a, b, f(y)))$

Primer Caso: $x = 1,\ y = 1$

$\forall x \exists y\ (P(1, 1) \wedge Q(f(1))) \rightarrow \neg Q(g(1, 3, f(1)))$

$V \wedge Q(3) \rightarrow \neg Q(g(1, 3, 3))$

$V \wedge V \rightarrow \neg Q(2)$

$V \rightarrow \neg V = V \rightarrow F = F$

Segundo Caso: $x = 1,\ y = 2$

$\forall x \exists y\ (P(1, 2) \wedge Q(f(1))) \rightarrow \neg Q(g(1, 3, f(2)))$

$V \wedge Q(3) \rightarrow \neg Q(g(1, 3, 2))$

$V \wedge V \rightarrow \neg Q(1)$

$V \rightarrow \neg F = V \rightarrow V \quad = V$

Tercer Caso: $x = 2,\ y = 1$

$\forall x \exists y\ (P(2, 1) \wedge Q(f(2))) \rightarrow \neg Q(g(1, 3, f(1)))$

$F \wedge Q(2) \rightarrow \neg Q(g(1, 3, 3))$

$F \wedge V \rightarrow \neg Q(2)$

$F \wedge V \rightarrow \neg V = F \wedge V \rightarrow F \quad = F \rightarrow F = V$

Cuarto Caso: $x = 3,\ y = 1$

$\forall x \exists y\ (P(3,1)\ \wedge\ Q(f(3))) \rightarrow \neg Q(g(1,3,f(1)))$

$F\ \wedge\ Q(1) \rightarrow \neg Q(g(1,3,3))$

$F\ \wedge\ F \rightarrow \neg Q(2)$

$F \rightarrow \neg V\ = V \rightarrow F\ \ = F$

Quinto Caso: $x = 3,\ y = 2$

$\forall x \exists y\ (P(3,2)\ \wedge\ Q(f(3))) \rightarrow \neg Q(g(1,3,f(2)))$

$F\ \wedge\ Q(1) \rightarrow \neg Q(g(1,3,2))$

$F\ \wedge\ F \rightarrow \neg Q(1)$

$F \rightarrow \neg F\ = F \rightarrow V\ \ = V$

Dado que con cada valor de x del dominio existe al menos un y que cumple con la fórmula F, entonces el valor de la fórmula F es verdadero.

3. ¿Cuál es el significado del lenguaje de las siguientes fórmulas FOL?

Dominio: Personas y objetos

- compro (Jorge; DVD)

  Significado: Jorge compró un DVD

- $\forall x: (compró(Jorge, x) \rightarrow compró(Isabel, x))$

  Significado: Todo los objetos que compró Jorge, también los compró Isabel

- $\forall x \exists y: compró(x, y)$

  Significado: Todas las personas compraron algún objeto.

4.

Dominio: $\{1;\ 3;\ 5;\ 15\}$

Constantes: $I\ (a)\ =\ 1;\ I\ (b)\ =\ 3;\ I\ (c)\ =\ 5;\ I\ (d)\ =\ 15$

Predicados:

$I\ (E(x))\ =\ x\ es\ par$

$I\ (M(x,\ y))\ =\ x\ es\ múltiplo\ de\ y$

$I\ (L(x,\ y))\ =\ x\ <\ y$

- $\forall y$: $E(y)$

  Falso, porque todos los elementos del dominio son impares

- $\forall x$: $(E(x) \rightarrow M(x, a))$

  $(E(x) \rightarrow M(x, 1))$

  Todos los números del dominio son múltiplos de 1, entonces la función M siempre es verdadera. Además ningún elemento del dominio es par.

  $F \rightarrow V\ =\ V$

  $\forall x$: $(E(x) \rightarrow M(x, a))$ es verdadero

- $\forall x$: $(M(x, b) \rightarrow L(x, c))$

  $(M(x, 3) \rightarrow L(x, 5))$

  Con $x\ =\ 15$

  $(M(15, 3) \rightarrow L(15, 5))$

  $V \rightarrow F\ =\ F$

  La interpretación I no satisface a la fórmula $\forall x$: $(E(x) \rightarrow M(x, a))$, ya que para la fórmula tiene que cumplir para todo x pero no cumple para $x\ =\ 15$.