

Lógica de Predicados: propiedades

Propiedades:

- **Consistente:** Todo lo que se demuestra es correcto
- **Completo:** Todo lo que es correcto es demostrable
- **Semidecidible:** Si una fórmula es correcta, lo detecta, si no lo es, pueden no detectarlo

Lógica de Predicados: propiedades

- LPO tiene una alta expresividad
- LPO es demasiado voluminoso para modelar
- LPO no es apropiado para encontrar consenso en el modelado.

Para resolver ese problema se han buscado ***subconjuntos de lógica de predicados*** de primer orden que sean decidibles:

- Ej. Lógica descriptiva

Lógica Descriptiva

Lógica Descriptiva

Clase: Mamífero
 tienePelo: Sí
 lactante: Sí

Clase: Elefante
 ako: Mamífero
 patas: 4
 trompa: 1
 color: gris

Clase: Perro:
 ako: Mamífero
 patas: 4
 sonido: ladra

Individuo: e1
 isa: Elefante
 patas: 3
 nombre: Pipo

Individuo: e2
 is-a: Perro
 nombre: Pluto

Lógica Descriptiva

- Las LD son fragmentos de LPO (compromiso de expresividad y escalabilidad)
- Una LD modela conceptos, roles e individuos, y sus relaciones.
- En LD a partir de descripciones simples, se crean descripciones más complejas con la ayuda de constructores.

Ejemplo de DL:

- El estándar W3C OWL 2 DL se basa en lógica descriptiva

Qué son las Lógicas Descriptivas hoy?

Una **familia de lógicas** que permiten hablar sobre un dominio, organizados en clases, y relacionados entre sí a través de varias relaciones binarias.

En resumen, las lógicas descriptivas permiten predicar sobre **gráficos dirigidos etiquetados**.

- vértices representan objetos del mundo real
- bordes representan relaciones entre (pares de) objetos.

En esta curso usaremos la lógica descriptiva para modelar los datos

Porqué usar Lógicas Descriptivas?

Cada parte del mundo que se puede representar de forma abstracta en términos de un **gráfico dirigido etiquetado es un buen candidato para ser formalizado por un LD.**

Razonadores semánticos se basan en LD:

**FaCT++,
Rancer,
Pellet,...**

¿De qué tratan las lógicas descriptivas?

SISTEMA METROPOLITANO DE TRANSPORTE

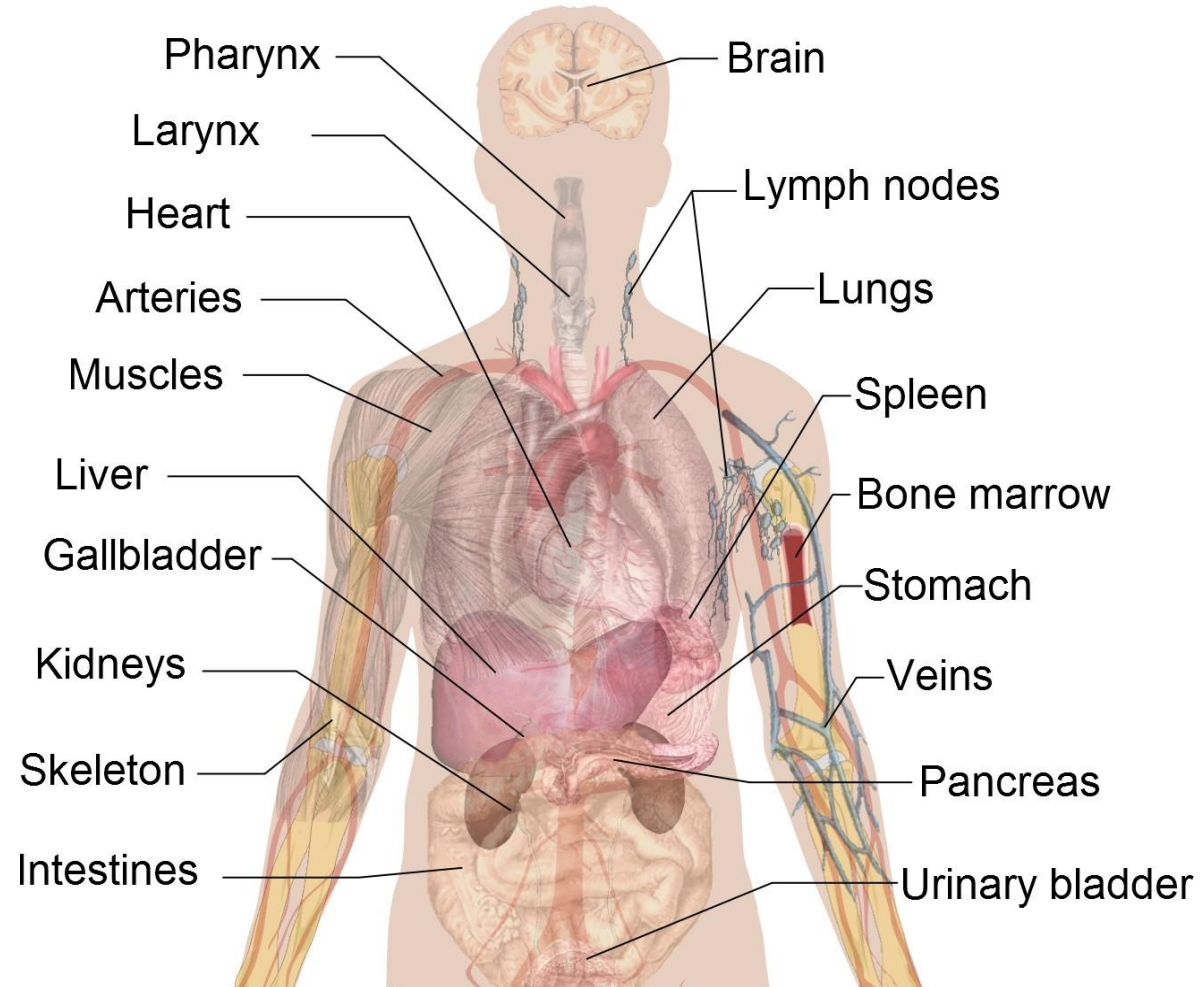


¿De qué tratan las lógicas descriptivas?



¿De qué tratan las lógicas descriptivas?

Human anatomy



¿De qué tratan las lógicas descriptivas?

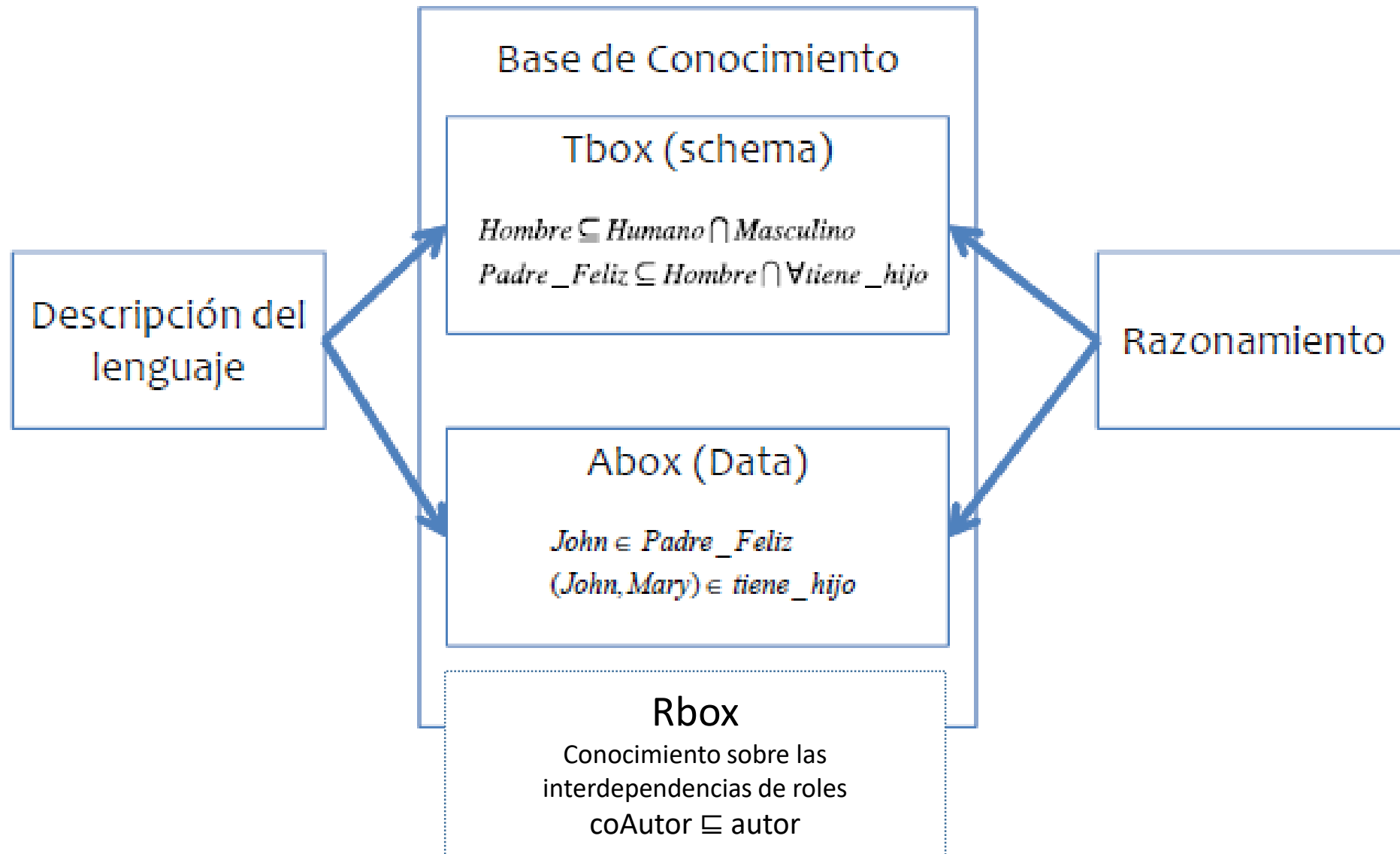


Componentes de una Lógica Descriptiva

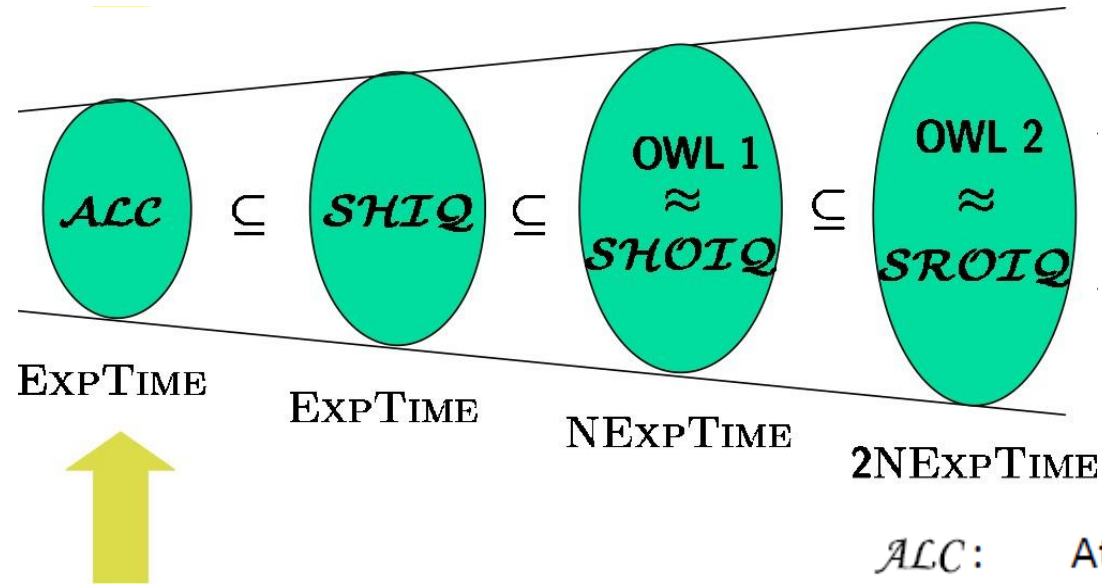
Una **LD** es caracterizada por:

1. Un **lenguaje de descripción**: para formar conceptos, roles, e instancias
2. Un mecanismo para **especificar conocimiento** acerca de conceptos y roles (llamado **TBox**)
3. Un mecanismo para especificar **instancias** (llamado **ABox**)
4. Un mecanismo para especificar **relaciones y propiedades con roles** (llamado **RBox**)
5. Un conjunto de servicios de inferencia que permiten inferir nuevas propiedades en conceptos, roles y objetos, que son consecuencias lógicas de aquellas explícitamente afirmadas en el Tbox y ABox

Arquitectura de una Lógica Descriptiva



Muchas Lógicas Descriptivas



ALC :	Attribute Language with Complement
S :	ALC + Transitivity of Roles
\mathcal{H} :	Role Hierarchies
O :	Nominals
I :	Inverse Roles
\mathcal{N} :	Number restrictions $\leq nR$ etc.
Q :	Qualified number restrictions $\leq nR.C$ etc.
(\mathcal{D}) :	Datatypes
F :	Functional Roles
\mathcal{R} :	Role Constructors

Lógica Descriptiva *ALC*

Lenguaje de atributos con complemento

Lógica Descriptiva : *ALC*

Es la LD más pequeña deductivamente completa

Bloques de construcción básicos:

- Clases (conceptos)
 - denotar conjuntos de individuos
 - predicados unarios (LPO)
- Roles / Propiedades
 - conjuntos de relaciones binarias entre individuos
 - predicados binarios (LPO)
- Individuos (instancias)
 - instancias individuales en el dominio
 - constantes (LPO)

Lógica Descriptiva: *ALC*

ALC Tipos atómicos

- Nombres de concepto A, B, \dots
 - Asignan un nombre a un grupo de objetos.
 - Ejemplo: ***Mujer, Persona, \dots***
- Conceptos especiales
 - \top - Top (concepto universal)
 - \perp - Botom (concepto vacío)

Lógica Descriptiva : *ALC*

ALC Tipos atómicos

- Nombres de roles *R, S, ...*
 - Asigna un nombre a una relación entre objetos.
 - Ejemplo: ***tieneHijo, trabajaPara, ...***

ALC Tipos atómicos

- Nombres de individuos *I, J, ...*
 - Asigna un nombre de objeto en el dominio.
 - Ejemplo: ***Juan, Luis, Ucuencia, ...***

Lógica Descriptiva : *ALC*

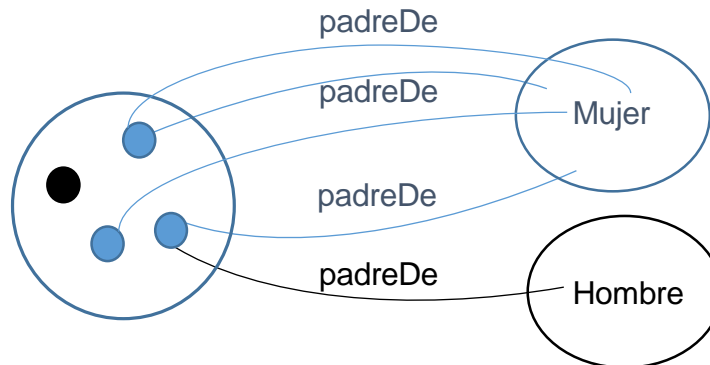
ALC **Constructores:** relaciona nombres de conceptos y nombres de roles

- Negación: $\neg C$
 - $\neg \text{Casado}$: individuos que no están casados
- Conjunción: $C \sqcap D$
 - $\text{Mujeres} \sqcap \neg \text{Casadas}$: individuos que son mujeres y que no están casadas
- Disyunción: $C \sqcup D$
 - $\text{Hombres} \sqcup \text{Mujeres}$: individuos que son hombres o mujeres

Lógica Descriptiva : *ALC*

ALC Constructores: relaciona nombres de conceptos y nombres de roles

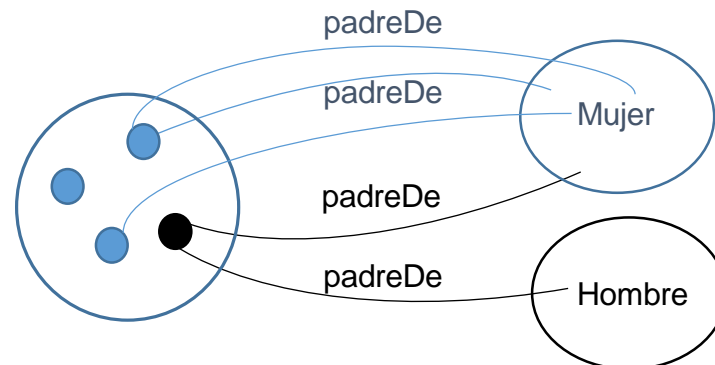
- Cuantificador existencial: $\exists R.C$
 - $\exists \text{padreDe.Mujer}$: individuos que son padres de al menos una mujer
 - Ej. los que tienen una hija



Lógica Descriptiva : *ALC*

ALC Constructores: relaciona nombres de conceptos y nombres de roles

- Cuantificador universal: $\forall R.C$
 - $\forall \text{padreDe.Mujer}$: individuos que son padres de mujeres
- **Nota:** también incluye a los que no son padres.



Lógica Descriptiva: Sintaxis

Reglas de producción para la creación de clases en *ALC* :

$$C, D ::= A \mid T \mid \perp \mid \neg C \mid C \sqcap D \mid C \sqcup D \mid \exists R.C \mid \forall R.C$$

donde:

A es una clase atómica,
C y D son clases complejas y
R un rol

Lógica Descriptiva: Definiciones de Conceptos

$A \equiv C$: es una **definición de concepto**

- se lee "A es equivalente a C"
- C tiene las condiciones necesarias y suficientes para ser A

Ejemplo

$\text{Padre} \equiv \text{Persona} \sqcap \exists \text{genero.Masculino} \sqcap \exists \text{tieneHijo.T}$

$\text{Estudiante} \equiv \text{Persona} \sqcap \exists \text{estaRegistradoEn.Universidad}$

Lógica Descriptiva: Descripciones de Conceptos

$A \sqsubseteq C$: es una **descripción de un concepto**

- Se lee 'A está subsumido por C'
- C describe solo las condiciones necesarias para ser un A

Ejemplo

$\text{Padre} \sqsubseteq \text{Persona}$ (¿qué pasó $\text{Padre} \equiv \text{Persona}$?)

$\text{Padre} \sqsubseteq \exists \text{tieneHijo.T}$ (¿qué pasó $\text{Padre} \equiv \exists \text{tieneHijo.T}$?)

Lógica Descriptiva *ALC* y Lógica de Primer Orden

Existe una fuerte relación entre ALC y Lógica de Primer Orden

$$\textit{ALC} \leftrightarrow \text{LPO}$$

Nombre concepto $A \leftrightarrow$ predicado unario $A(x)$

Nombre rol $R \leftrightarrow$ predicado binario $R(x, y)$

$$\exists R.C \leftrightarrow \exists y(R(x, y) \wedge C(y))$$

$$\forall R.C \leftrightarrow \forall y(R(x, y) \rightarrow C(y))$$

$$\neg C \leftrightarrow \neg C(x)$$

$$C \sqcap D \leftrightarrow C(x) \wedge D(x)$$

$$C \sqcup D \leftrightarrow C(x) \vee D(x)$$

$$C \subseteq D \leftrightarrow \forall x(C(x) \rightarrow D(x))$$

$$C \equiv D \leftrightarrow \forall x(C(x) \leftrightarrow D(x))$$

Lógica Descriptiva y Lógica de Primer Orden

Ejercicios

Lógica Descriptiva *ALC* y Lógica de Primer Orden: ejercicios

Traducir los siguientes fórmulas LPO en castellano y luego a *ALC*

$\text{Padre}(x) \wedge \forall y(\text{tieneHijo}(x, y) \rightarrow (\text{Medico}(y) \vee \text{Gerente}(y)))$

padres cuyos hijos son médicos o gerentes

$\text{Padre} \sqcap \forall \text{tieneHijo} . (\text{Medico} \sqcup \text{Gerente})$

Lógica Descriptiva *ALC* y Lógica de Primer Orden: ejercicios

Traducir los siguientes fórmulas LPO en castellano y luego a *ALC*

$\exists y. (\text{administra}(x, y) \wedge (\text{Empresa}(y) \wedge \exists x. (\text{Emplean}(y, x) \wedge \text{Medico}(x))))$

los que administran una empresa que emplean al menos a un médico

$\exists \text{administra}. (\text{Empresa} \sqcap \exists \text{emplean}. \text{Medico})$

Lógica Descriptiva *ALC* y Lógica de Primer Orden: ejercicios

Traducir los siguientes fórmulas LPO en castellano y luego a *ALC*

$$\text{Padre}(x) \wedge \forall y(\text{hijo}(x, y) \rightarrow (\text{Medico}(y) \vee \exists x(\text{administra}(y, x) \wedge (\text{Empresa}(x) \wedge \exists y(\text{emplea}(x, y) \wedge \text{Medico}(y)))))))$$

padres cuyos hijos son médicos o administra
empresas que emplean a algún médico

$$\text{Padre} \sqcap \forall \text{hijo}.(\text{Medico} \sqcup \exists \text{administra}.(\text{Empresa} \sqcap \exists \text{emplea}.\text{Medico}))$$

Lógica Descriptiva : *ALC*

ALC Construcción de conceptos complejos

Inclusión de Clases

- cada novela es también un libro
 - $(\forall x) (\text{Novela}(x) \rightarrow \text{Libro}(x))$
 - $\text{Novela} \sqsubseteq \text{Libro}$
- todos los empleados son humanos
 - $(\forall x) (\text{Empleado}(x) \rightarrow \text{Humano}(x))$
 - $\text{Empleado} \sqsubseteq \text{Humano}$

Lógica Descriptiva : *ALC*

ALC Construcción de conceptos complejos

Equivalencia de clase

- toda prosa es exactamente una novela
 - $(\forall x) (\text{Novela}(x) \leftrightarrow \text{Prosa}(x))$
 - $\text{Novela} \equiv \text{Prosa}$
- una madre es una mujer que tiene hijos
 - $(\forall x) (\text{Madre}(x) \leftrightarrow (\text{Mujer}(x) \wedge \exists y (\text{tieneHijo}(x,y) \wedge \text{Persona}(y))))$
 - $\text{madre} \equiv \text{mujer} \sqcap \exists \text{tieneHijo}.\text{Persona}$

Lógica Descriptiva: *ALC*

ALC Construcción de conceptos complejos

Equivalencia de clase

- Un progenitor es un padre o una madre
 - $(\forall x) (\text{Progenitor}(x) \leftrightarrow (\text{Madre}(x) \vee \text{Padre}(x)))$
 - $\text{Progenitor} \equiv \text{Madre} \sqcup \text{Padre}$
- Una abuela es una madre que tiene un hijo que es progenitor
 - $(\forall x) (\text{Abuela}(x) \leftrightarrow (\text{Madre}(x) \wedge \exists y (\text{tieneHijo}(x,y) \wedge \text{Progenitor}(y))))$
 - $\text{Abuela} \equiv \text{Madre} \sqcap \exists \text{tieneHijo}.\text{Progenitor}$

Lógica Descriptiva: *ALC*

ALC Construcción de conceptos complejos

Relaciones de clase

- Toda novela es una mezcla entre un libro y ficción o un libro bolsillo y no poesía
 - $(\forall x) (\text{Novela}(x) \rightarrow ((\text{Libro}(x) \wedge \text{Ficción}(x)) \vee (\text{LibroBolsillo}(x) \wedge \neg \text{Poesia}(x))))$
 - $\text{Novela} \sqsubseteq (\text{Libro} \sqcap \text{Ficción}) \sqcup (\text{LibroBolsillo} \sqcap \neg \text{Poesia})$

Lógica Descriptiva: *ALC*

ALC Cuantificadores en roles

Vinculación estricta del rango de un rol a una clase

- Un libro debe tener como autor a un escritor
 - $(\forall x) (\text{Libro}(x) \rightarrow (\forall y) (\text{autor}(x, y) \rightarrow \text{Escritor}(y)))$
 - $\text{Libro} \sqsubseteq \forall \text{autor. Escritor}$

Lógica Descriptiva : *ALC*

ALC Cuantificadores en roles

Vinculación abierta del rango de un rol a una clase

- Cada libro tiene al menos un autor (que es una persona)
 - $(\forall x) (\text{Libro}(x) \rightarrow (\exists y) (\text{autor}(x, y) \wedge \text{Persona}(y)))$
 - $\text{Libro} \sqsubseteq \exists \text{autor. Persona}$

Práctica 4