

## METODY OPTIMALIZACJI – LABORATORIUM

**zad. 0** Przeczytać opis pakietu JuMP języka julia.

**zad. 1 (Sysło, Deo, Kowalik 1993)** Jednym z testów na dokładność i odporność algorytmów LP jest następujące zagadnienie

$$\min \mathbf{c}^T \mathbf{x}$$

Przy warunkach

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0},$$

gdzie

$$a_{ij} = \frac{1}{i+j-1}, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

$$c_i = b_i = \sum_{j=1}^n \frac{1}{i+j-1}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Rozwiązaniem tego zagadnienia jest  $x_i = 1$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Macierz  $A$  występująca w tym teście, zwana macierzą Hilberta, powoduje złe uwarunkowanie zagadnienia nawet dla niezbyt dużych  $n$ .

Zapisać model w JuMP i użyć solvera GLPKSolverLP i solvera ClpSolver do określenia rozmiaru problemu  $n$  jaki jeszcze można rozwiązać z dokładnością do co najmniej 2 cyfr. Drukować błąd względny  $\|x - \tilde{x}\|_2 / \|\tilde{x}\|_2$  dla danego  $n$ , gdzie  $\tilde{x}$  jest rozwiązaniem obliczonym a  $x$  dokładnym.

Uogólnić metodę rozwiązania, tj. oddzielić model od danych. Maksymalnie sparametryzować zapis modelu.

**zad. 2 (Nykowski 1980)** W firmie budowlanej zlokalizowanej w południowo-zachodniej części Polski powstał problem niedoboru dźwigów samojezdnych (dwa typy) w jednych miejscach pracy, przy ich nadmiarze w innych. Zaistniałą sytuację przedstawia poniższa tabela:

Miejscowości	Niedobór		Nadmiar	
	typ I	typ II	typ I	typ II
Opole	–	2	7	–
Brzeg	10	–	–	1
Nysa	–	–	6	2
Prudnik	4	–	–	10
Strzelce Opolskie	–	4	5	–
Koźle	8	2	–	–
Racibórz	–	1	–	–
Razem	22	9	18	13

Należy ustalić plan przemieszczania dźwigów przy minimalizacji kosztów transportu, jeśli:

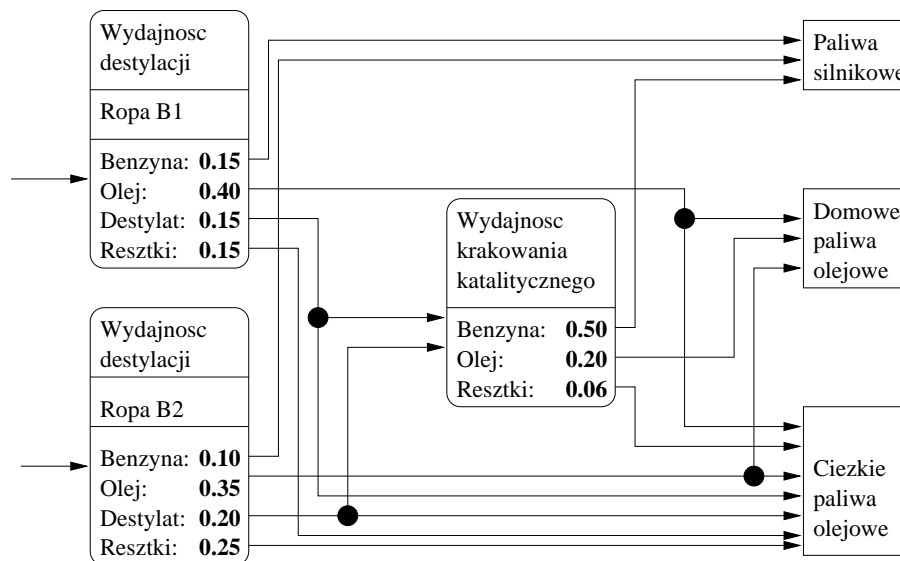
- koszt transportu dźwigu typu I jest proporcjonalny do odległości,
- koszt transportu dźwigu typu II jest o 20% wyższy niż dźwigu typu I,
- dźwig typu I może być zastąpiony przez dźwig typu II, ale nie na odwrót.

Zapisać model programowania liniowego w JuMP i rozwiązać go za pomocą GLPKSolverLP

Uogólnić metodę rozwiązania, tj. oddzielić model od danych. Maksymalnie sparametryzować zapis modelu.

Sprawdzić, czy założenie całkowitoliczbowości zmiennych decyzyjnych jest potrzebne (rozwiązywać model za pomocą GLPKSolverMIP)?

**zad. 3** Przedstawiona na poniższym schemacie rafineria dysponuje jednostką destylacji (pozwalającą otrzymywać cztery rodzaje produktów: paliwa silnikowe, oleje, destylaty ciężkie i resztki), jednostką reformowania oraz jednostką krakowania katalitycznego (która może przetwarzać destylaty ciężkie).



Podczas rozpatrywanego okresu, rafineria może przetworzyć dwa rodzaje ropy naftowej: **B1** i **B2**. Wydajności procesów podane są na schemacie (dla paliw silnikowych podane wydajności odpowiadają produktom końcowym po przejściu przez jednostkę reformowania). Ceny **B1** i **B2** wynoszą odpowiednio 1 300 \$/t i 1 500 \$/t. Koszty destylacji ocenia się na 10 \$/t, a koszty obróbki destylatów w próżni w jednostce krakowania na 20 \$/t. Rozróżnia się jedynie trzy typy produktów końcowych: paliwa silnikowe, domowe paliwa olejowe i ciężkie paliwa olejowe. W ciągu rozpatrywanego okresu rafineria ma wyprodukować co najmniej 200 000 t paliw silnikowych, 400 000 t domowego paliwa olejowego i 250 000 t ciężkiego paliwa olejowego. Rafineria chce zminimalizować swe koszty produkcji.

Produkty końcowe mają spełniać pewne ograniczenia wynikające z wymagań jakościowych:

- zawartość siarki w domowym paliwie olejowym nie może przekraczać 0.5%, przy czym zawartość siarki w olejach pochodzących z destylacji ropy **B1** wynosi 0.2% ciężaru i odpowiednio 1.2% dla ropy **B2**, a zawartość siarki w oleju pochodzącym z krakowania wynosi 0.3% dla **B1** i 2.5% dla **B2**.

Zapisać model programowania liniowego w JuMP i rozwiązać go za pomocą GLPKSolverLP.

**zad. 4** Student uczęszcza na pięć następujących przedmiotów: algebrę, analizę, fizykę, chemię minerałów i chemię organiczną. Ze względu na dużą liczbę studentów, do każdego z tych przedmiotów zorganizowano cztery grupy ćwiczeniowe. W poniższej tabeli podane są godziny zajęć każdej z tych grup:

	Algebra	Analiza	Fizyka	Chemia min.	Chemia org.
I	Pn. 13-15	Pn. 13-15	Wt. 8-11	Pn. 8-10	Pn. 9-10:30
	Wt. 10-12	Wt. 10-12	Wt. 10-13	Pn. 8-10	Pn. 10:30-12
II	Sr. 10-12	Sr. 11-13	Cz. 15-18	Cz. 13-15	Pt. 11-12:30
	Sr. 11-13	Cz. 8-10	Cz. 17-20	Pt. 13-15	Pt. 13-14:30

Dla każdego z przedmiotów student wyraził swoje preferencje wobec poszczególnych grup, przyporządkując każdej z nich ocenę między 0 a 10 punktów. Ocena ta bierze pod uwagę godzinę odbywania się ćwiczeń oraz opinię, jaką cieszy się prowadzący je asystent. Preferencje te podane są w poniższej tabeli:

	Algebra	Analiza	Fizyka	Chemia min.	Chemia org.
I	5	4	3	10	0
II	4	4	5	10	5
III	10	5	7	7	3
IV	5	6	8	5	4

Student pragnie w ten sposób zapisać się na zajęcia z pięciu obowiązujących go przedmiotów, by zmaksymalizować sumę punktów preferencyjnych. Chce on przy tym respektować trzy następujące ograniczenia:

- nie zapisywać się na więcej niż cztery godziny ćwiczeń dziennie,
  - mieć codziennie między 12 a 14 jedną godzinę wolną (by zjeść obiad w stołówce, która otwarta jest tylko w tych godzinach),
  - móc trenować przynajmniej raz w tygodniu swoją ulubioną dyscyplinę sportu. Treningi odbywają się: w poniedziałek od 13 do 15 oraz w środę od 11 do 13 i od 13 do 15 (może więc trenować raz, dwa lub trzy razy w tygodniu).
1. Zapisać model programowania całkowitoliczbowego w JuMP i rozwiązać go za pomocą GLPKSolverMIP.
  2. Czy istnieje taki rozkład zajęć, w którym wszystkie ćwiczenia z przedmiotów obowiązkowych byłyby zgrupowane w trzech dniach - w poniedziałek, wtorek i czwartek - oraz wszystkie odpowiadałyby preferencjom nie mniejszym niż 5?

Rozwiązania problemów przedstawić w sprawozdaniu, plik pdf + **wydruk**, które powinno zawierać:

1. modele
  - (a) definicje zmiennych decyzyjnych (opis, jednostki),
  - (b) ograniczenia (nie umieszczać źródeł modelu),
  - (c) funkcje celu,
2. wyniki oraz ich interpretację.

Do sprawozdania należy dołączyć pliki w języku julia (\*.jl). Pliki powinny być skomentowane: imię i nazwisko autora (**anonimy nie będą sprawdzane**), komentarze zmiennych i komentarze ograniczeń. Spakowane pliki z programami wraz ze sprawozdaniem (\*.zip) należy przesłać e-mailem prowadzącemu. Natomiast wydruk sprawozdania należy oddać prowadzącemu na laboratorium.