

Algorithmen und Wahrscheinlichkeit

Peer-Aufgaben 1

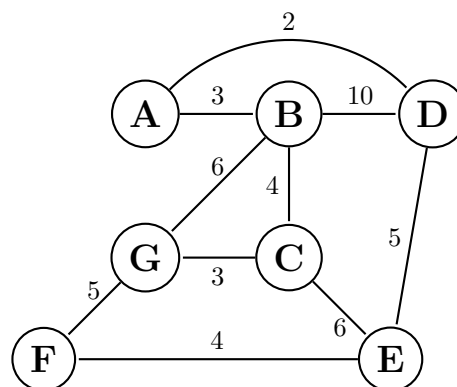
ABGABE IN MOODLE

([HTTPS://MOODLE-APP2.LET.ETHZ.CH/MOD/WORKSHOP/VIEW.PHP?ID=724097](https://moodle-app2.let.ethz.ch/mod/workshop/view.php?id=724097)) BIS ZUM
10.03.2021 UM 16:15 UHR.

Das Peergrading findet in diesem Semester über Moodle statt. Bitte lösen Sie die Aufgabe selbstständig und laden Sie Ihre Lösung in Moodle hoch. Ihnen wird dann eine Lösung zum korrigieren zugewiesen. Die Korrektur erfolgt Donnerstag nach der Übung bis spätestens um Mitternacht am folgenden Sonntag. Sie erhalten die Bonuspunkte für einen ehrlichen Versuch die Aufgabe bestmöglich zu lösen und die Ihnen zugeteilte Abgabe bestmöglich zu koregieren.

Aufgabe 1 – *Touren*

Betrachten Sie den folgenden Graphen G :



Die Zahl neben jeder Kante e bezeichnet das Gewicht $\ell(e)$ dieser Kante. Das Gewicht eines Weges $W = v_1, v_2, \dots, v_k$ ist definiert als $\ell(W) = \ell(\{v_1, v_2\}) + \ell(\{v_2, v_3\}) + \dots + \ell(\{v_{k-1}, v_k\})$.

In dieser Aufgabe wollen wir das Gewicht eines Zyklus (geschlossenen Weges) Z minimieren unter der Bedingung, dass Z im Knoten A beginnt (und endet) und jeden Knoten von G mindestens einmal besucht. Dieses Problem ähnelt dem Travelling Salesman Problem, allerdings ist es hier erlaubt, dass Z einen Knoten mehr als einmal besucht (wohingegen der Zyklus im TSP ein Hamiltonkreis sein muss und jeden Knoten genau einmal besucht).

Ähnlich wie bei metrischen TSP stellt sich für unser Problem heraus, dass es möglich ist, eine 2-Approximation des minimalen Gewichts eines solchen Zyklus Z zu finden.

- Finden Sie einen minimalen Spannbaum T von G . Begründen Sie Ihre Schritte/Rechnungen genau.
- Bezeichne C das Gewicht von T . Verwenden Sie T um einen Zyklus Z zu finden, der in A beginnt und endet, jeden Knoten von G mindestens einmal besucht und Gewicht höchstens $2C$ hat.
- Beweisen Sie, dass jeder Zyklus Z , der jeden Knoten mindestens einmal besucht, mindestens Gewicht C hat.