

---

## Algorithmen und Wahrscheinlichkeit Theorie-Aufgaben 5

---

ABGABE IN MOODLE () BIS ZUM 11.04.2024 UM 10:00 UHR.

### Aufgabe 1 – *Zufällige Schnitte*

- (a) Für einen Graphen  $G = (V, E)$  mit  $n$  Knoten und  $m$  Kanten betrachten wir den Laplace-Raum  $\Omega = \{S \mid S \subseteq V\}$  und die Zufallsvariable  $X :=$ “Anzahl Kanten über den Schnitt  $(S, V \setminus S)$ ”.

Berechnen Sie  $\mathbb{E}[X]$ .

*Hinweis:* Schreiben Sie  $X$  als Summe von geeigneten Indikator Zufallsvariablen.

- (b) Folgern Sie aus Ihrem Ergebnis in (a), dass  $G$  einen Schnitt der Grösse mindestens  $m/2$  hat.

### Aufgabe 2 – *Unabhängigkeit*

Seien  $A$  und  $B$  zwei unabhängige Ereignisse. Zeigen Sie, dass dann

- (i)  $\bar{A}$  und  $B$ ,
- (ii)  $A$  und  $\bar{B}$ , sowie
- (iii)  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$

jeweils unabhängig sind.