ETH Zürich FS 2023

Institute of Theoretical Computer Science Prof. Rasmus Kyng, Prof. Angelika Steger, Prof. Emo Welzl Marc Kaufmann, Ulysse Schaller

Algorithmen und Wahrscheinlichkeit Peer-Aufgaben 6

Abgabe in Moodle bis zum 01.06.2023 um 10:00 Uhr.

Das Peergrading findet in diesem Semester über Moodle statt. Bitte lösen Sie die Aufgabe selbstständig und laden Sie Ihre Lösung in Moodle hoch. Ihnen wird dann eine Lösung zum korrigieren zugewiesen. Die Korrektur erfolgt Donnerstag nach der Übung bis spätestens um Mitternacht am folgenden Sonntag. Sie erhalten die Bonuspuknte für einen ehrlichen Versuch die Aufgabe bestmöglich zu lösen und die Ihnen zugeteilte Abgabe bestmöglich zu koregieren.

Aufgabe 1 – Konvexe Hülle mit Divide and Conquer

In dieser Aufgabe entwickeln wir einen Algorithmus, der die konvexe Hülle einer Menge von n Punkten in der Ebene mit der Divide-and-Conquer-Technik berechnet. In der gesamten Aufgabe dürfen Sie annehmen, dass keine drei Punkte auf einer Geraden liegen, und dass keine zwei Punkte die selbe x-Koordinate haben. Weiter dürfen Sie ohne Beweis verwenden, dass der Median einer Liste von k Zahlen in Zeit O(k) gefunden werden kann.

- (a) Seien P_1 und P_2 zwei konvexe Polygone mit insgesamt n Punkten, gegeben im Gegenuhrzeigersinn, welche durch eine vertikale Gerade voneinander getrennt sind. Zeigen Sie, dass die konvexe Hülle von $P_1 \cup P_2$ in Zeit O(n) berechnet werden kann.
- (b) Verwenden Sie Ihren Algorithmus aus (a) um einen Divide-and-Conquer-Algorithmus zu konstruieren, der die konvexe Hülle einer Menge von n Punkten in der Ebene in Zeit $O(n \log n)$ berechnet.