UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO
DIPARTIMENTO DI FILOSOFIA

Introduzione al ragionamento scientifico

A.A. 2024/2025 [Lettere A-K]
Lezione 15

Prof. Bernardino Sassoli de' Bianchi

Tautologie e contraddizioni

- Una tautologia è una proposizione vera in tutti i mondi possibili (in tutte le righe di una sua tavola di verità c'è il valore «V»)
- Una contraddizione è una proposizione falsa in tutti i mondi possibili (in tutte le righe di una sua tavola di verità c'è il valore «F»)
- Possiamo concepire una tautologia come una proposizione che è vera indipendentemente da qualsiasi premessa (e simmetricamente una contraddizione come una proposizione che è falsa indipendentemente da qualsiasi premessa)

Tautologia - Esempio

P	Q	R	S	$((P$	$\&$	$Q)$	$\&$	$(R$	$\&$	$S))$	$\rightarrow$	P
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	F	V	V	V	F	V	F	F	V	V
V	V	F	V	V	V	V	F	F	F	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	F	F	F	F	V	V
V	F	V	V	V	F	F	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	F	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F	F	F	F	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F	F	F	F	F	V	V
F	V	V	V	F	F	V	F	V	V	V	V	F
F	V	V	F	F	F	V	F	V	F	F	V	F
F	V	F	V	F	F	V	F	F	F	V	V	F
F	V	F	F	F	F	V	F	F	F	F	V	F
F	F	V	V	F	F	F	F	V	V	V	V	F
F	F	V	F	F	F	F	F	V	F	F	V	F
F	F	F	V	F	F	F	F	F	F	V	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	V	F

Tavole di verità e correttezza

- Posso utilizzare le tavole di verità per decidere se un'inferenza deduttiva sia o meno corretta
- Consideriamo quest'inferenza: "Se non studio logica o passo l'esame con un voto basso oppure vengo bocciato. Per prendere la lode non posso prendere voti bassi. Ho preso la lode. Quindi studio logica." :

1. $\neg L \rightarrow (B \vee F)$ *Se non studio logica o passo l'esame con un voto basso o vengo bocciato*
2. $B \rightarrow \neg P$ *Se prendo un voto basso non ottengo la lode*
3. P *Prendo la lode*
4. Quindi L *Studio logica*

- Per controllare la correttezza dell'argomentazione costruisco una tavola di verità per tutte le combinazioni possibili dei valori di verità di L, B, F e P, più:
  - una colonna per ognuna delle premesse
  - una colonna per la conclusione
- Se la colonna "Conclusione" è vera per tutte le righe in cui tutte le premesse sono vere, allora l'argomentazione è corretta. Se ci sono righe in cui tutte le premesse sono vere ma la conclusione è falsa, l'argomentazione non è corretta.

Tavole di verità - Esempio

L	B	F	P	$\neg L \to (B \vee F)$	$B \to \neg P$	P	L
V	V	V	V	V	F	V	V
V	V	F	V	V	F	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	F	V	F
F	V	F	V	V	F	V	F
F	F	V	V	V	V	V	F
F	F	F	V	F	V	V	F
V	V	V	F	V	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	V
V	F	V	F	V	V	F	V
V	F	F	F	V	V	F	V
F	V	V	F	V	V	F	F
F	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	F	V	V	F	F
F	F	F	F	F	V	F	F

- Dato che ho 4 proposizioni atomiche $L, B, F, P,$ avrò $2^4 = 16$ combinazioni possibili
- Stabilisco per ognuna delle premesse il valore di verità di ogni possibile combinazione
  1. $\neg L \to (B \vee F)$ *Se non studio logica o passo l'esame con un voto basso o vengo bocciato*
  2. $B \to \neg P$ *Se prendo un voto basso non ottengo la lode*
  3. P *Prendo la lode*
- Riporto la conclusione *L*
- *Considero le righe in cui le premesse sono vere (3,4,7)*
- *Visto che alla riga 7 la conclusione è falsa, l'inferenza* ***non*** *è corretta*

Alcune regole di inferenza

- Abbiamo detto che un’inferenza da delle premesse a una conclusione è corretta se preserva la verità, cioè se è impossibile che le premesse siano vere e la conclusione sia falsa
- Ora incominciamo a introdurre delle regole d’inferenza che ci permettono appunto di “passare” da alcune premesse a una conclusione (a inferire la conclusione dalle premesse) *garantendo* che la verità sia preservata
- Sono regole che possiamo usare per dimostrare che la conclusione segue dalle premesse (e quindi appunto che l’inferenza è corretta)

La congiunzione: eliminazione

Studiamo sia logica che probabilità

Dunque: Studiamo logica

P = Studiamo logica

Q = Studiamo probabilità

$P \wedge Q$

P

Studiamo sia logica che probabilità

Dunque: Studiamo probabilità

P = Studiamo logica

Q = Studiamo probabilità

$P \wedge Q$

Q

Il condizionale: *modus ponens*

Se studio logica, divento un filosofo migliore

Studio logica

Dunque: divento un filosofo migliore

P = Studio logica

Q = Divento un filosofo migliore

$P \rightarrow Q$

P

Q

Il condizionale: *modus tollens*

Se conosco la logica, so cos’è un condizionale

Non so cos’è un condizionale

Dunque: Non conosco la logica

P = Conosco la logica

Q = So cos’è un condizionale

$P \rightarrow Q$

$\neg Q$

$\neg P$

La disgiunzione: sillogismo disgiuntivo

Platone fu allievo di Socrate o di Gorgia

Platone non fu allievo di Socrate

Platone fu allievo di Gorgia

P = Platone fu allievo di Socrate

Q = Platone fu allievo di Gorgia

$P \vee Q$

$\neg P$

Q

Platone fu allievo di Socrate o di Gorgia

Platone non fu allievo di Gorgia

Platone fu allievo di Socrate

P = Platone fu allievo di Socrate

Q = Platone fu allievo di Gorgia

$P \vee Q$

$\neg Q$

P

La negazione

Legge della doppia negazione:

Non è vero che Wittgenstein non minacciò Popper con un attizzatoio

— —

Quindi Wittgenstein minacciò Popper con un attizzatoio

P = Wittgenstein minacciò Popper con un attizzatoio

$\neg\neg P$

P

- La negazione $\neg P$ è vera se P è falsa ed è falsa se P è vera
- $\neg \neg P$ equivale logicamente a P

La congiunzione: sillogismo congiuntivo

Non è vero che studiamo sia logica che filosofia

Studiamo logica

Non studiamo filosofia

P = Studiamo logica

Q = Studiamo filosofia

$\neg(P \wedge Q)$

P

$\neg Q$

Non è vero che studiamo sia logica che filosofia

Studiamo filosofia

Non studiamo logica

P = Studiamo logica

Q = Studiamo filosofia

$\neg(P \wedge Q)$

Q

$\neg P$

Il ragionamento per assurdo

- Per dimostrare che la conclusione B segue dalle premesse $A_1, A_2, \ldots, A_n$ posso usare il ragionamento per assurdo

1. Assumo per ipotesi $\neg B$ (la negazione della conclusione)

2. Cerco di dimostrare che questo nuovo insieme di premesse $A_1, A_2, \ldots, A_n, \neg B$ porta a una contraddizione, cioè cerco di trovare una proposizione P tale che riesco a dimostrare sia P che $\neg P$ a partire da $A_1, A_2, \ldots, A_n, \neg B$

3. A questo punto ho dimostrato per assurdo che le premesse implicano la conclusione

L'espressività di un linguaggio formale

- Considerate: «Oggi nevica, ma non è inverno» . Si tratta di una congiunzione, quindi sarebbe naturale tradurlo come $P \wedge \neg Q$
- Ora considerate: «Giorgio ama Anna, ma Anna non ama Giorgio»
- Ha la stessa forma del precedente, quindi dovremmo tradurlo come $P \wedge \neg Q$???
- Sembra abbiamo trascurato un contenuto informativo importante, la relazione tra Giorgio e Anna
- Dobbiamo aggiungere risorse espressive al nostro linguaggio $\mathcal{L}$

Predicati e relazioni

- Traduciamo enunciati che asseriscono che un oggetto *x* ha una proprietà P con P(x)
- Possiamo usare questa nuova risorsa espressiva, i predicati, per tradurre per esempio:
  - n è un numero pari — P(n) — oppure Pari(n)
  - Socrate è un uomo — U(Socrate) — oppure P(Socrate),
  - Pluto non è un papero — ¬P(Pluto) — oppure ¬R(Pluto), ¬Papero(Pluto)
  - Se Pluto abbaia allora Pluto è un cane — P(Pluto) ⊃ Q(Pluto) — oppure P(A) ⊃ Q(A)
- Possiamo ora anche esprimere relazioni, se pensiamo a una relazione come a un predicato «a più posti»
- Per esempio, possiamo esprimere «Giorgio ama Anna» come P(Giorgio, Anna) e «Anna non ama Giorgio» come ¬P(Anna, Giorgio)

Il linguaggio logico $\mathscr{L}'$

- Alfabeto:
  - Costanti: $a, b, c, \ldots$
  - Variabili: $x, y, z, \ldots$
  - Relazioni: $R, Q, S, \ldots$ (possono avere 1 o più posti)
- P è una proposizione atomica di $\mathscr{L}'$ se ha la forma RELAZIONE(*variabile*) o RELAZIONE(costante)
- Proposizioni:
  - se P è una proposizione atomica di $\mathscr{L}'$ allora P è una proposizione di $\mathscr{L}'$
  - se P è una proposizione di $\mathscr{L}'$ allora $\neg P$ è una proposizione di $\mathscr{L}'$
  - se P e Q sono proposizioni di $\mathscr{L}'$ allora $P \vee Q, P \wedge Q, P \rightarrow Q, P \leftrightarrow Q$ sono proposizioni di $\mathscr{L}'$

Un linguaggio logico: $\mathscr{LAF}$

- Un po’ per gioco introduciamo il linguaggio delle asserzioni filosofiche $\mathscr{LAF}$:
  - Predicati:
    - A(x): x è un'asserzione filosofica
    - E(x): x è un’asserzione basata sull'esperienza (empirica)
    - N(x): x è un'asserzione normativa
    - T(x): x è una teoria filosofica
  - Relazioni
    - S(x, y): x supporta y
    - O(x, y) : x e y sono incompatbili
    - P(x, y): x appartiene alla teoria y

Un linguaggio logico: $\mathscr{LAF}$

- Sia b la costante che si riferisce all'asserzione: "Gli esseri umani sono dotati di libero arbitrio" [Libero arbitrio]
- Sia d la costante che si riferisce all'asserzione: "Lo stato dell'universo al tempo t_n e le leggi della fisica determinano completamente lo stato dell'universo al tempo t_{n+1}" [Determinismo]

  - $A(b) \wedge A(d) \wedge O(d, b)$ = "il libero arbitrio e il determinismo sono asserzioni filosofiche incompatibili"