UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO
DIPARTIMENTO DI FILOSOFIA

Introduzione al ragionamento scientifico

A.A. 2024/2025 [Lettere A-K]
Lezione 16

Prof. Bernardino Sassoli de' Bianchi

Alcune regole di inferenza

- Abbiamo detto che un’inferenza da delle premesse a una conclusione è corretta se preserva la verità, cioè se è impossibile che le premesse siano vere e la conclusione sia falsa

- Ora incominciamo a introdurre delle regole d’inferenza che ci permettono appunto di “passare” da alcune premesse a una conclusione (a inferire la conclusione dalle premesse) *garantendo* che la verità sia preservata

- Sono regole che possiamo usare per dimostrare che la conclusione segue dalle premesse (e quindi appunto che l’inferenza è corretta)

La congiunzione: eliminazione ($\wedge - elim$)

Studiamo sia logica che probabilità

Dunque: Studiamo logica

P = Studiamo logica

Q = Studiamo probabilità

$P \wedge Q$

P

Studiamo sia logica che probabilità

Dunque: Studiamo probabilità

P = Studiamo logica

Q = Studiamo probabilità

$P \wedge Q$

Q

Il condizionale: *modus ponens* (MP)

Se studio logica, divento un filosofo migliore

Studio logica

Dunque: divento un filosofo migliore

P = Studio logica

Q = Divento un filosofo migliore

$P \rightarrow Q$

P

Q

Esempio // 1

A. Se studio logica, divento un filosofo migliore $P \to R$

B. Studio sia logica che teoria della probabilità $P \wedge Q$

———————————————————— ————

..????... Divento un filosofo migliore R

P = Studio logica

Q = Studio teoria della probabilità

R = Divento un filosofo migliore

- POSSO DIMOSTRARE CHE R È UNA CONSEGUENZA DELLE DUE PREMESSE *A. E B.*?
- COME POSSO APPLICARE LE DUE REGOLE D'INFERENZA CHE ABBIAMO VISTO (ELIMINAZIONE DELLA CONGIUNZIONE E MODUS PONENS)?

Esempio // 1 (segue)

1. Se studio logica, divento un filosofo migliore	$P \rightarrow R$	*Premessa*
2. Studio sia logica che teoria della probabilità	$P \wedge Q$	*Premessa*
3. Studio logica	P	$\wedge - elim \quad 2$
4. Divento un filosofo migliore	R	$MP \quad 1, 3$

P = Studio logica

Q = Studio teoria della probabilità

R = Divento un filosofo migliore

Il condizionale: *modus tollens* (MT)

Se conosco la logica, so cos'è un condizionale

Non so cos'è un condizionale

Dunque: Non conosco la logica

P = Conosco la logica

Q = So cos'è un condizionale

$P \rightarrow Q$

$\neg Q$

$\neg P$

Esempio // 2

1. Se Kant ha ragione, il tempo è assoluto — $P \to R$
2. Se la velocità della luce è costante allora il tempo non è assoluto — $Q \to \neg R$
3. La velocità della luce è costante e le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali — $Q \wedge S$
4. Kant non ha ragione — $\neg P$

P = Kant ha ragione

Q = La velocità della luce è costante

R = Il tempo è assoluto

S = Le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali

- Proviamo a usare le regole di inferenza che abbiamo introdotto sinora:
  - *modus ponens*
  - *modus tollens*
  - eliminazione della congiunzione ($\wedge$ — elim)

per dimostrare 4. a partire da 1., 2., e 3.

Esempio // 2 (segue)

1. $P \to R$	$Premessa$	Se Kant ha ragione, il tempo è assoluto
2. $Q \to \neg R$	$Premessa$	Se la velocità della luce è costante allora il tempo non è assoluto
3. $Q \wedge S$	$Premessa$	La velocità della luce è costante e le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali
4. Q	$\wedge - elim \quad 3$	La velocità della luce è costante
5. $\neg R$	$MP \quad 2, 4$	Il tempo non è assoluto
6. $\neg P$	$MT \quad 1, 5$	Quindi Kant non ha ragione

La disgiunzione: sillogismo disgiuntivo (SD)

Platone fu allievo di Socrate o di Gorgia

Platone non fu allievo di Socrate

Platone fu allievo di Gorgia

P = Platone fu allievo di Socrate

Q = Platone fu allievo di Gorgia

$P \lor Q$

$\neg P$

Q

Platone fu allievo di Socrate o di Gorgia

Platone non fu allievo di Gorgia

Platone fu allievo di Socrate

P = Platone fu allievo di Socrate

Q = Platone fu allievo di Gorgia

$P \lor Q$

$\neg Q$

P

L’eliminazione della doppia negazione (DN-Elim)

Legge di eliminazione della doppia negazione (DN-Elim)

Non è vero che Wittgenstein non minacciò Popper con un attizzatoio

— —

Quindi Wittgenstein minacciò Popper con un attizzatoio

P = Wittgenstein minacciò Popper con un attizzatoio

$\neg\neg P$

P

- La negazione $\neg$ P è vera se P è falsa ed è falsa se P è vera
- $\neg\ \neg$ P equivale logicamente a P

Esempio // 3 (Hume e il principio di uniformità della natura)

Hume e il principio di uniformità della natura

1. O PUN è giustificato induttivamente oppure è analitico	$P \vee Q$	*Premessa*
2. PUN è analitico solo se non si può negarlo senza contraddizione	$Q \rightarrow \neg R$	*Premessa*
3. Non è vero che non si può negare PUN senza contraddizione	$\neg\neg R$	*Premessa*
4. PUN non è analitico	$\neg Q$	3, 2 *MT*
5. Quindi PUN è giustificato induttivamente	P	4, 1 *SD*

PUN = Principio di uniformità della natura

P = Il PUN è giustificato induttivamente

Q = Il PUN è analitico

R = Si può negare PUN senza contraddizione

“Se” *vs.* “solo se”

- Una confusione comune riguarda il modo di formalizzare asserzioni quali:

  1. “Ada balla solo se mettono i Joy Division”
  2. “Ada balla se mettono i Joy Division”

- Per vedere la differenza considerate:

  3. “Jane è una nonna solo se è una madre”
  4. “Jane è una nonna se è una madre”

  La 3. è chiaramente vera, ma la 4. non ha senso. Nonostante l’apparente somiglianza infatti, la 3. e la 4. dicono cose affatto differenti. La 3. asserisce che essere madre è una condizione necessaria per essere nonna, la 4. (falsamente!) asserisce che è una condizione sufficiente.

Condizioni necessarie vs sufficienti // 1

"Se", "solo se", "se e solo se"

"Mi bagnerò solo se piove"	$B \rightarrow P$	Condizione necessaria	*Stiamo dicendo che B non può darsi senza che si dia anche P*
"Mi bagnerò se piove" = "Se piove allora mi bagnerò"	$P \rightarrow B$	Condizione sufficiente	*Stiamo dicendo che basta che si dia P perché si dia anche B*
"Giorgio è maggiorenne se e solo se ha compiuto 18 anni"	$M \leftrightarrow N$	Condizione necessaria e sufficiente	*Ricordiamo che un bicondizionale è la congiunzione di due condizionali simmetrici*

“Se” *vs.* “solo se”, condizioni necessarie, condizioni sufficienti

- Generalmente vale la seguente regola di traduzione:
  - “Se” ($A \rightarrow B$): indica che A è una condizione sufficiente per B. Se A è vero, allora B deve essere vero.
  - “Solo se” ($B \rightarrow A$): indica che A è una condizione necessaria per B. Se B è vero, allora A deve essere vero.
- Consideriamo per esempio di nuovo gli esempi precedenti:
  - “Mi bagno se piove” Condizione sufficiente: La pioggia garantisce che mi bagnerò, ma potrei bagnarmi anche per altri motivi.
  - “Mi bagno solo se piove” Condizione necessaria: Mi bagnerò solamente in caso di pioggia; se mi bagno, deve piovere.
- Questa regola non può essere però applicata meccanicamente, in modo pedissequo. Spesso i linguaggi naturali come l’italiano sono ingannevoli.

Condizioni necessarie vs sufficienti // 2

“Se”, “solo se”, “se e solo se”

“Jane è una nonna solo se è una madre”	$N \to M$	Condizione necessaria	*Stiamo dicendo che N non può darsi senza che si dia anche M*
“Jane è una madre se è una nonna” = “Se Jane è una nonna allora Jane è una madre”	$N \to M$	Condizione necessaria	*Stiamo ancora dicendo che non si da N senza anche M*
“Jane è una madre se e solo + una nonna”	$M \leftrightarrow N$	Condizione necessaria e sufficiente	*Infatti il bicondizionale è falso, ma non lo sarebbe se*

A volte il linguaggio naturale è ingannevole. La seconda frase è un “solo se” camuffato.

La congiunzione: introduzione ($\wedge - int$)

Studiamo filosofia

Studiamo logica

Studiamo sia logica che filosofia

P = Studiamo logica

Q = Studiamo filosofia

P

Q

$P \wedge Q$

Studiamo logica

Studiamo filosofia

Studiamo sia logica che filosofia

P = Studiamo logica

Q = Studiamo filosofia

Q

P

$P \wedge Q$

La congiunzione: sillogismo congiuntivo (SC)

Non è vero che studiamo sia logica che filosofia

Studiamo logica

Non studiamo filosofia

P = Studiamo logica

Q = Studiamo filosofia

$\neg(P \wedge Q)$

P

$\neg Q$

Non è vero che studiamo sia logica che filosofia

Studiamo filosofia

Non studiamo logica

P = Studiamo logica

Q = Studiamo filosofia

$\neg(P \wedge Q)$

Q

$\neg P$

Il ragionamento per assurdo

- Per dimostrare che la conclusione B segue dalle premesse $A_1, A_2, \ldots, A_n$ posso usare il ragionamento per assurdo

1. Assumo per ipotesi $\neg B$ (la negazione della conclusione)

2. Cerco di dimostrare che questo nuovo insieme di premesse $A_1, A_2, \ldots, A_n, \neg B$ porta a una contraddizione, cioè cerco di trovare una proposizione P tale che riesco a dimostrare sia P che $\neg P$ a partire da $A_1, A_2, \ldots, A_n, \neg B$

3. A questo punto ho dimostrato per assurdo che le premesse implicano la conclusione

Esempio // 4

1. $\neg(P \wedge Q)$
2. $R \rightarrow P$
3. $Q \vee \neg S$

Un enunciato E non può sia esser analitico che avere conseguenze osservative

Se E è una definizione allora E è analitico

O E ha conseguenze osservative oppure non è dotato di significato

Voglio dimostrare che non è possibile che E è sia una definizione e anche dotato di significato, cioè voglio dimostrare che $\neg(R \wedge \neg\neg S)$

Esempio // 4 - segue

obiettivo: $\neg(R \land \neg\neg S)$

1. $\neg(P \land Q)$ — *Premessa*
2. $R \to P$ — *Premessa*
3. $Q \lor \neg S$ — *Premessa*
4. $\neg\neg(R \land \neg\neg S)$ — *Ipotesi* (assumo la negazione di quanto voglio dimostrare)
5. $R \land \neg\neg S$ — *4., DN-elim*
6. $\neg\neg S$ — 5., $\land - elim$
7. R — 5., $\land - elim$
8. S — 6., $DN - elim$
9. P — 2,7 MP
10. Q — 8,3, SD
11. $P \land Q$ — 9.,10., $\land - int$
12. $\neg(R \land \neg\neg S)$ — *Per assurdo da 11. e 1., "scaricando" l'ipotesi 4.*

La contrapposizione del condizionale (CC)

Se amo la filosofia allora studio la logica

Se non studio la logica allora non amo la filosofia

P = Amo la filosofia

Q = Studio la logica

$$P \to Q$$

$$\neg Q \to \neg P$$

L’espressività di un linguaggio formale

- Considerate: «Oggi nevica, ma non è inverno» . Si tratta di una congiunzione, quindi sarebbe naturale tradurlo come $P \land \neg Q$
- Ora considerate: «Giorgio ama Anna, ma Anna non ama Giorgio»
- Ha la stessa forma del precedente, quindi dovremmo tradurlo come $P \land \neg Q$???
- Sembra abbiamo trascurato un contenuto informativo importante, la relazione tra Giorgio e Anna
- Dobbiamo aggiungere risorse espressive al nostro linguaggio $\mathcal{L}$

Predicati e relazioni

- Traduciamo enunciati che asseriscono che un oggetto *x* ha una proprietà P con P(x)
- Possiamo usare questa nuova risorsa espressiva, i predicati, per tradurre per esempio:
  - n è un numero pari — P(n) — oppure Pari(n)
  - Socrate è un uomo — U(Socrate) — oppure P(Socrate),
  - Pluto non è un papero — ¬P(Pluto) — oppure ¬R(Pluto), ¬Papero(Pluto)
  - Se Pluto abbaia allora Pluto è un cane — P(Pluto) ⊃ Q(Pluto) — oppure P(A) ⊃ Q(A)
- Possiamo ora anche esprimere relazioni, se pensiamo a una relazione come a un predicato «a più posti»
- Per esempio, possiamo esprimere «Giorgio ama Anna» come P(Giorgio, Anna) e «Anna non ama Giorgio» come ¬P(Anna, Giorgio)

Il linguaggio logico $\mathscr{L}'$

- Alfabeto:
  - Costanti: $a, b, c, \ldots$
  - Variabili: $x, y, z, \ldots$
  - Relazioni: $R, Q, S, \ldots$ (possono avere 1 o più posti)
- P è una proposizione atomica di $\mathscr{L}'$ se ha la forma RELAZIONE(*variabile*) o RELAZIONE(*costante*)
- Proposizioni:
  - se P è una proposizione atomica di $\mathscr{L}'$ allora P è una proposizione di $\mathscr{L}'$
  - se P è una proposizione di $\mathscr{L}'$ allora $\neg P$ è una proposizione di $\mathscr{L}'$
  - se P e Q sono proposizioni di $\mathscr{L}'$ allora $P \vee Q, P \wedge Q, P \rightarrow Q, P \leftrightarrow Q$ sono proposizioni di $\mathscr{L}'$

Relazioni di parentela

Definiamo il Linguaggio delle Relazioni di Parentela (LRP)

- Le costanti (nomi) del linguaggio sono: $a, b, c, d, \ldots$
- Le variabili sono $x, y, z, \ldots$
- Le relazioni di base sono:
  - $father(x, y)$
  - $mother(x, y)$
- Le proposizioni elementari (o «atomiche») sono tutte le proposizioni della forma:
  - $mother(t_1, t_2)$
  - $father(t_1, t_2)$
  - dove t1 e t2 sono costanti oppure variabili
- Per esempio: $mother(a, b)$, $father(c, y)$, $mother(x, y)$ sono proposizioni atomiche

Il linguaggio LRP - Sintassi

- Le proposizioni del linguaggio LRP sono definite come segue:

1. Tutte le proposizioni atomiche di LRP sono proposizioni di LRP
2. Se P è una proposizione di LRP, allora anche $\neg P$ è una proposizione di LRP
3. Se P e Q sono proposizioni di LRP allora anche $P \rightarrow Q$, $P \wedge Q$, $P \vee Q$, $P \leftrightarrow Q$ sono proposizioni di LRP
4. Nient'altro è una proposizione di LRP

- Una definizione di questo tipo si chiama definizione induttiva o ricorsiva
- Possiamo sempre decidere se una certa espressione è una proposizione di LRP usando «a ritroso» questa definizione

Il linguaggio LRP - Sintassi (esempio)

Per esempio:

(father(a,b) ∨ father(a,c)) → (¬mother(d,b) ∧ ¬mother(d,c))

è una proposizione di LRP in base alla definizione precedente. Perché?

- (father(a,b) ∨ father(a,c)) → (¬mother(d,b) ∧ ¬mother(d,c)) è una proposizione di LRP se lo sono sia (father(a,b) ∨ father(a,c)) sia ¬mother(d,b) ∧ ¬mother(d,c) [Clausola 3 della definizione]
- father(a,b) ∨ father(a,c) è una proposizione di LPR se lo sono sia father(a,b) sia father(a,c) [Clausola 3]
- father(a,b) e father(a,c) sono entrambe proposizioni di LPR [Clausola 1]
- ¬mother(d,b) ∧ ¬mother(d,c) è una proposizione di LPR se lo sono sia ¬mother(d,b) sia ¬mother(d,c) [Clausola 3]
- ¬mother(d,b) una proposizione di LPR se lo è mother(d,b) [Clausola 2]
- mother(d,b) è una proposizione di LPR [Clausola 1]
- ¬mother(d,c) una proposizione di LPR se lo è mother(d,c) [Clausola 2]
- mother(d,c) è una proposizione di LPR [Clausola 1]

Il linguaggio LRP

$$
\begin{tikzcd}[column sep=small]
 & & & (\text{father}(a,b) \lor \text{father}(a,c)) \rightarrow (\neg\text{mother}(d,b) \land \neg\text{mother}(d,c)) \arrow[dll] \arrow[drr] & & & \\
 & \text{father}(a,b) \lor \text{father}(a,c) \arrow[dl] \arrow[dr] & & & & (\neg\text{mother}(d,b) \land \neg\text{mother}(d,c)) \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
\checkmark\ \text{father}(a,b) & & \checkmark\ \text{father}(a,c) & & \neg\text{mother}(d,b) \arrow[d] & & \neg\text{mother}(d,c) \arrow[d] \\
 & & & & \checkmark\ \text{mother}(d,b) & & \checkmark\ \text{mother}(d,c)
\end{tikzcd}
$$

Un linguaggio logico delle relazioni temporali

- Costanti e variabili:
  - Costanti (rappresentano eventi specifici): $e_1, e_2, e_3, \ldots$
  - Variabili: $x, y, z, \ldots$
- Relazioni di base:
  - $before(x, y)$: x avviene prima di y
  - $after(x, y)$: x avviene dopo di y
  - $during(x, y)$: x durante y
  - Proposizioni atomiche: hanno la forma:
    - $before(t_1, t_2)$ e $after(t_1, t_2)$ $during(x, y)$ dove t_1, t_2 possono essere costanti o variabili.

Un linguaggio logico delle relazioni temporali

Definire "contemporaneo" (simultaneo)

- Esercizio: definire “contemporaneo/simultaneo”
- Due eventi sono contemporanei se non c’è né un “prima” né un “dopo” e se occupano esattamente lo stesso intervallo temporale

$$contemporary(x, y) =_{df} \neg begin(x, y) \wedge \neg after(x, y) \wedge during(x, y) \wedge during(y, x)$$

Quantificatori

- Considerate il seguente condizionale: «Se n non è un numero primo allora c’è un numero p tale che n è divisibile per p e p è maggiore di 1 e minore di n»
- Oppure: «Se Giorgio ama Anna e Anna non ama Giorgio, allora Giorgio non è amato dalla persona che ama»
- Come possiamo formalizzarle in modo adeguato?
- Ancora una volta dobbiamo ampliare le risorse espressive del nostro linguaggio formale

Quantificatori // 2

- Aggiungiamo al linguaggio LRP le espressioni
    - $\forall x$ (“per ogni x”)
    - $\exists x$ (“esiste almeno un x”)

Quantificatori // 3

- Aggiungiamo al linguaggio le nuove espressioni $\forall x$ («per ogni x») ed $\exists x$ («esiste almeno un x tale che»)
  - $\forall x \ \neg father(x,x)$ — nessuno è padre di se stesso
  - $\exists x \ father(a,x)$ — *a* ha un figlio
  - $\forall x \ \exists y \ father(y,x)$ — tutti hanno un padre
  - $\exists y \ \forall x \ father(y,x)$ — c'è qualcuno che è padre di tutti

- **Esercizio**: estendete la definizione di LRP in modo da comprendere anche le proposizioni quantificate.

Dal linguaggio ordinario al linguaggio logico

- Abbandoniamo momentaneamente LRP e consideriamo le seguenti proposizioni

- Tutti i corvi sono neri
    - Per ogni x, se x è un corvo, allora x è nero
    - $\forall x(C(x) \rightarrow N(x))$
- Qualche corvo è bianco
    - Per qualche x, x è un corvo e x è bianco
    - $\exists x\, (C(x) \wedge B(x))$
- Non tutti i corvi sono neri
    - $\neg\, \forall x(C(x) \text{ -> } N(x))$ oppure
    - $\exists x(C(x) \wedge \neg\, N(x))$
- Nessun corvo è nero
    - $\forall x(C(x) \rightarrow \neg\, N(x))$ oppure
    - $\neg\exists\, x(C(x) \wedge N(x))$

Esercizio

- Definite, usando connettivi e quantificatori, le seguenti relazioni in LRP
  - parent(x, y)
  - sibling(x, y)
  - grandfather(x, z)
  - cousin(x, y)
  - child(x, y)

Esercizio

- Definite, usando connettivi e quantificatori, le seguenti relazioni nel linguaggio LRP
  - parent(x, y) = def mother(x, y) $\lor$ father(x, y)
  - sibling (x, y)
  - grandfather(x, z)
  - cousin(x ,y)
  - child(x, y)

Esercizio 1

- Definite, usando connettivi e quantificatori, le seguenti relazioni nel linguaggio LRP
  - parent(x,y) = def mother(x,y) V father(x,y)
  - sibling (x,y) = def $\exists z(\text{parent}(z,x) \land \text{parent}(z,y))$
  - grandfather(x,z)
  - cousin(x,y)
  - child(x,y)

Esercizio 1

- Definite, usando connettivi e quantificatori, le seguenti relazioni nel linguaggio LRP
  - parent(x,y) = def mother(x,y) $\vee$ father(x,y)
  - sibling (x,y) = def $\exists z$(parent(z,x) $\wedge$ parent(z,y))
  - grandfather(x,z) = def $\exists y$ (father(x,y) $\wedge$ parent(y,z))
  - cousin(x,y)
  - child(x,y)

Esercizio 1

- Definite, usando connettivi e quantificatori, le seguenti relazioni nel linguaggio LRP
  - parent(x,y) = def mother(x,y) V father(x,y)
  - sibling (x,y) = def ∃z(parent(z,x) ∧ parent(z,y))
  - grandfather(x,z) = def ∃y (father(x,y) ∧ parent(y,z))
  - cousin(x,y) = def ∃z∃w(sibling(z,w) & parent(z,x) ∧ parent(w,y))
  - child(x,y)

Esercizio 1

- Definite, usando connettivi e quantificatori, le seguenti relazioni nel linguaggio LRP
  - parent(x,y) = def mother(x,y) V father(x,y)
  - sibling (x,y) = def $\exists z(\text{parent}(z,x) \wedge \text{parent}(z,y))$
  - grandfather(x,z) = def $\exists y\ (\text{father}(x,y) \wedge \text{parent}(y,z))$
  - cousin(x,y) = def $\exists z \exists w(\text{sibling}(z,w)\ \&\ \text{parent}(z,x) \wedge \text{parent}(w,y))$
  - child(x,y) = def $\exists y \text{parent}(y,x)$

Esercizio 2

- Usando anche female(x) e male(x) come predicati primitivi definite le seguenti relazioni
  - daughter(x,y) $parent(y,x) \land female(x)$ oppure $child(x,y) \land female(x)$
  - brother(x,y) $\exists z(parent(z,x) \land parent(z,y)) \land male(x)$
  - sister(x,y)
  - son(x,y)
  - nephew(x,y)
  - uncle(x,y)
  - aunt(x,y)

Esercizio 3

- Definite termini neutri (tipo «sibling», «parent» e «child» nell’esercizio precedente) per nephew-niece e uncle-aunt.

Ragionare con i quantificatori // 1

Due leggi importanti:

$\neg \forall x P(x)$	*equivale a*	$\exists x \neg P(x)$
$\forall x \neg P(x)$	*equivale a*	$\neg \exists x P(x)$

Ragionare con i quantificatori // 2

$$\frac{\forall(x)P(x)}{P(a)}$$

Da $\forall(x)P(x)$, cioè se so che tutti gli elementi del dominio sono P, allora posso inferire $P(a)$, qualunque sia a

$$\frac{P(a)}{\exists x P(x)}$$

Da $P(a)$ posso inferire $\exists x P(x)$, cioè se so che almeno un elemento del dominio è P posso dedurre il corrispondente esistenziale

Ragionare con i quantificatori - Esempio

Dimostriamo che: **se a è divisibile per b e b è divisibile per c, allora a è divisibile per c**

1 Se a è divisibile per b allora esiste un (unico) x tale che $a = xb$.

2 Chiamiamo m questo x. Dunque $a = mb$.

3 Se b è divisibile per c allora esiste un (unico) x tale che $b = xc$.

4 Chiamiamo n questo x. Dunque $b = nc$.

5 Sostituendo b con nc nella 2, otteniamo $a = mnc$

6 mn è un intero

7 a è divisibile per c

Nella 4 abbiamo dovuto usare un termine diverso da quello usato nella 2.

Esercizio: Spiegate perché