

Esercitazioni di logica

Linguaggio Relazioni di Parentela

Esercizio 1

Problema

Il linguaggio delle relazioni di parentela \mathcal{LRP} è costituito dalle seguenti relazioni primitive:

Father (Padre): F(x, y) è vero se x è il padre di y.

Mother (Madre): M(x, y) è vero se x è la madre di y.

Dati i primitivi del linguaggio delle relazioni di parentela, definire le seguenti relazioni:

Parent (Genitore): P(x, y) è vero se x è il genitore di y.

Sibling (Fratello/Sorella): S(x, y) è vero se x è fratello o sorella di y.

Grandfather (Nonno): G(x, y) è vero se x è il nonno di y.

Cousin (Cugino/Cugina): C(x, y) è vero se x è cugino o cugina di y.

Child (Figlio/Figlia): Ch(x, y) è vero se x è il figlio o la figlia di y.

Soluzioni

Parent (Genitore): $P(x, y) \equiv F(x, y) \vee M(x, y)^{T}$

Sibling (Fratello/Sorella): $S(x, y) \equiv x \neq y \land \exists z (P(z, x) \land P(z, y))$

Grandfather (Nonno): $F(x, y) \equiv \exists z (F(x, z) \land P(z, y))$

Cousin (Cugina/Cugino): $C(x, y) \equiv \exists z \exists w (P(z, x) \land P(w, y) \land S(z, w))$

Child (Figlio/Figlia): $Ch(x, y) \equiv F(y, x) \lor M(y, x)$

¹≡ è usato come simbolo di equivalenza logica (anche "se e solo se").

Esercizio 2

Problema

Aggiungiamo a \mathcal{LRP} i due predicati primitivi:

Maschio: male(x) è vero se x è di sesso maschile.

Femmina: female(x) è vero se x è di sesso femminile.

Definite le seguenti relazioni:

- Figlia (Daughter)
- Figlio (Son)
- Fratello (Brother)
- Sorella (Sister)
- Nipote maschio (Nephew)
- Zio (Uncle)
- Zia (Aunt)
- Nonno (Grandfather)
- Cugina/Cugino (Cousin)

Soluzioni

Daughter (Figlia):

$$daughter(x, y) \equiv (father(y, x) \lor mother(y, x)) \land female(x)$$

Son (Figlio):

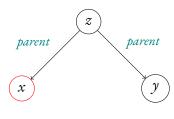
$$son(x, y) \equiv (father(y, x) \lor mother(y, x)) \land male(x)$$

Brother (Fratello):

$$brother(x, y) \equiv male(x) \land \exists z (parent(z, x) \land parent(z, y))$$

Sister (Sorella):

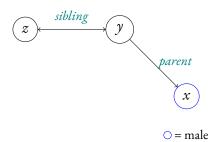
$$sister(x, y) \equiv female(x) \land \exists z (parent(z, x) \land parent(z, y))$$



 \bigcirc = female

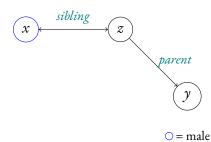
Nephew (Nipote maschio):

 $nephew(x, y) \equiv male(x) \land \exists z (sibling(z, y) \land (father(z, x) \lor mother(z, x)))$



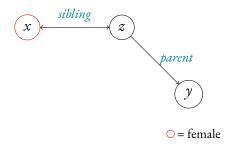
Uncle (Zio):

 $\operatorname{uncle}(x, y) \equiv \operatorname{male}(x) \land \exists z (\operatorname{parent}(z, y) \land \operatorname{sibling}(x, z))$



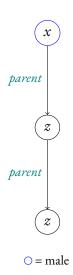
Aunt (Zia):

 $\operatorname{aunt}(x, y) \equiv \operatorname{female}(x) \wedge \exists z \left(\operatorname{parent}(z, y) \wedge \operatorname{sibling}(x, z) \right)$



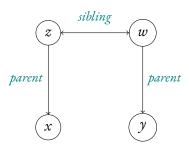
Grandfather (Nonno):

grandfather(x, y) = male(x) $\land \exists z (parent(x, z) \land parent(z, y))$



Cousin (Cugino/Cugina):

 $cousin(x, y) \equiv \exists z \exists w (parent(z, x) \land parent(w, y) \land sibling(z, w))$



Esercizio 3

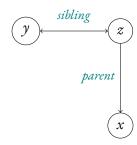
Problema

Definite termini neutri (come «sibling», «parent» e «child» nell'esercizio precedente) per «nephewniece» e «uncle-aunt».

Soluzioni

Nibling (Zio/Zia):

Nibling
$$(x, y) \equiv \exists z \text{ parent}(z, x) \land \text{sibling}(z, y)$$



Pibling (Nipote):

$$Pibling(x, y) \equiv \exists z \, parent(z, y) \land sibling(x, z)$$

