UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO
DIPARTIMENTO DI FILOSOFIA

Introduzione al ragionamento scientifico

A.A. 2024/2025 [Lettere A-K]
Lezione 13

Prof. Bernardino Sassoli de' Bianchi

Logica, deduzioni, inferenze

- La logica è la disciplina che a che vedere “con quel particolare tipo di attività in cui tutti siamo impegnati quando cerchiamo di risolvere problemi: *inferire conclusioni da premesse date*”

- La logica si propone di rispondere a due domande:

  1. Come facciamo a distinguere le inferenze corrette da quelle che non lo sono?

  2. Che cosa vuol dire che un’inferenza è “corretta”?

- Più in particolare, la logica si occupa di uno specifico tipo di inferenze: le **deduzioni** o inferenze deduttive

1. Tutti i politici sono criminali, e alcuni criminali sono bugiardi, quindi alcuni politici sono bugiardi
2. Alcuni politici sono criminali, e tutti i criminali sono bugiardi, quindi alcuni politici sono bugiardi

Qual è corretta?

A. Nessuna delle due
B. Entrambe
C. La prima e basta
D. La seconda e basta

Correttezza e deduzione

- Chiamiamo inferenza una successione di *n* proposizioni $p_1, \ldots, p_{n-1}, p_n$ e chiamiamo **conclusione** l'ultima proposizione p_n e **premesse** le precedenti (da p_1 a p_{n-1}). Spesso la conclusione in italiano inizia con "quindi", "dunque".
- Diciamo che sono **corrette** le inferenze in cui *se* sono vere le premesse, *deve* esserlo anche la conclusione.
- Chiamiamo **deduttive** le inferenze che hanno questa proprietà (*conservano la verità*)
- È fondamentale notare che non stiamo richiedendo che in un'inferenza corretta le premesse siano di fatto vere. Stiamo dicendo che *se* lo sono, *allora* lo dev'essere anche la conclusione

Correttezza

- Due modi alternativi di esprimere la nozione di correttezza di un'inferenza:
  - Un'inferenza è corretta se e solo se è impossibile che le premesse siano vere e la conclusione falsa
  - Un'inferenza è corretta se e solo se la conclusione è vera in tutti i mondi possibili in cui sono vere le premesse
- Un mondo possibile è intuitivamente un modo in cui le cose potrebbero andare diversamente da come vanno, uno stato di cose alternativo. Il vincolo è questo stato di cose non implichi una contraddizione.
  - C'è un mondo possibile in cui Firenze è la capitale d'Italia, un mondo possibile in cui il batterista dei Beatles è Pete Best, un mondo possibile in cui il Dipartimento di Filosofia è in via Noto, e così via.
  - (A un lancio di un dado a 6 faccie corrispondono 6 mondi possibili, perché ci sono 6 modi in cui possono andare le cose, 6 stati di cose alternativi).

Correttezza e deduzione - Esempi (1/4)

1. *Se Tommaso arriva in stazione dopo le nove perde il treno*
2. *Tommaso arriva in stazione prima delle nove solo se prende la metropolitana*
3. *Tommaso va in stazione in macchina*
4. *Quindi Tommaso perde il treno*

- Questa è un'inferenza deduttiva corretta
- Se 1.-3. sono vere, allora lo è anche 4.

Correttezza e deduzione - Esempi (2/4)

1. *Dopo il lunedì c'è il mercoledì*
2. *Oggi è lunedì*
3. *Quindi domani sarà mercoledì*

- Questa è un'inferenza deduttiva corretta
- Se 1.-2. sono vere, allora lo è anche 3.
- Però la premessa 1. è (in effetti, nel nostro mondo) falsa.
- Provate a immaginare un mondo possibile in cui 1.-2. sono vere ma 3. è falsa
- Nota: non un mondo possibile in cui il martedì si chiama "mercoledì".

Correttezza e deduzione - Esempi (3/4)

1. *Tutti i professori di filosofia suonano la chitarra*
2. *Sassoli è un professore di filosofia*
3. *Quindi Sassoli suona la chitarra*

- Questa è un'inferenza deduttiva corretta
- Se 1.-2. sono vere, allora lo è anche 3.
- Però la premessa 1. è (in effetti, nel nostro mondo) falsa.

Correttezza e deduzione - Esempi (4/4)

1. *Tutti i filosofi amano la fotografia*
2. *Derek Parfit amava la fotografia*
3. *Quindi Derek Parfit era un filosofo*

- Derek Parfit è effettivamente stato un importante filosofo inglese
- Questa però non è un'inferenza deduttiva corretta. Perché?
- Se 1.-2. sono vere, deve esserlo anche 3.
- In tutti i mondi possibili in cui sono vere 1.-2. è anche vera 3.?

Inferenze deduttive e forma logica

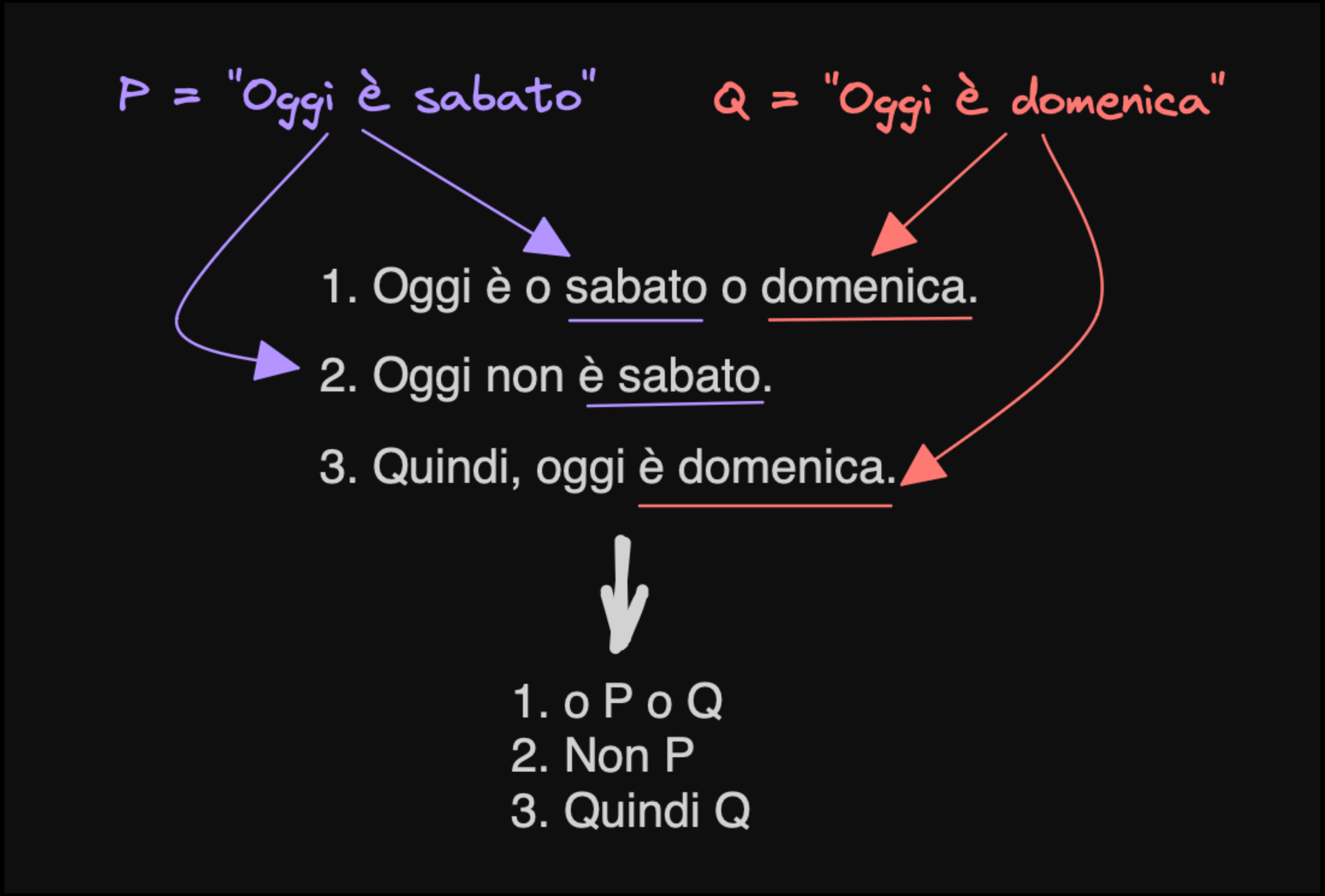
1. *O oggi è sabato o oggi è domenica*
2. *Oggi non è sabato*
3. *Quindi oggi è domenica*

1. *O* La Ginestra è *stata scritta da Foscolo o è stata scritta da Leopardi*
2. La Ginestra *non è di Foscolo*
3. *Quindi* la Ginestra è *di Leopardi*

1. *O Giulia è in biblioteca oppure è andata a casa*
2. *Giulia non è in biblioteca*
3. *Quindi Giulia è andata a casa*

Che cos'hanno in comune queste tre inferenze?

Deduzioni e forma logica (1/4)



Deduzioni e forma logica (2/4)

P = “Oggi è sabato”

Q = “Oggi è domenica”

1. Oggi o è sabato o è domenica.
2. Oggi non è sabato.
3. Oggi è domenica.

1. O P o Q
2. Non P
3. Q

Deduzioni e forma logica (3/4)

1. O *La Ginestra* è stata scritta da Foscolo oppure *La Ginestra* è stata scritta da Leopardi.

2. Non (la Ginestra è di Foscolo).

3. *La Ginestra* è stata scritta da Leopardi.

P = “*La Ginestra* è stata scritta da Foscolo”

Q = “*La Ginestra* è stata scritta da Leopardi”

1. O P o Q
2. Non P
3. Q

Deduzioni e forma logica (4/4)

1. *O Giulia è in biblioteca oppure Giulia è andata a casa*
2. *Giulia non è in biblioteca*
3. *Quindi Giulia è andata a casa*

P = “*Giulia è in biblioteca*”

Q = “*Giulia è andata a casa*”

1. O P o Q
2. Non P
3. Q

Forma logica

- Ci interessa la *forma* di un'inferenza, non il suo contenuto. Le tre inferenze che abbiamo visto sono tutt'e tre corrette. Lo sono perché condividono una certa forma logica, che garantisce la conservazione della verità indipendentemente dal contenuto. Come facciamo a vedere che hanno la stessa forma logica?
  - Teniamo "ferme" - cioè non cambiamo - certe specifiche parole, che chiamiamo parole logiche o connettivi. Nel nostro esempio le parole logiche sono "o … o" e "non".
  - Sostituiamo invece il resto con variabili proposizionali come P, Q, R, S. Alla stessa proposizione, ovviamente, dovrà corrispondere la stessa variabile all'interno di un'inferenza.
- Quando un'inferenza ha (tra altre) la forma logica:
  - P o Q
  - non P
  - Quindi Q

la sua correttezza è garantita dalla forma logica. (Vedremo poi altri esempi di forme logiche che conservano la verità perché garantiscono la correttezza.)

Le parole logiche o connettivi // 1

- Consideriamo come parole logiche o connettivi le seguenti:
  - “e” (congiunzione)
  - “o … o”, “oppure" (disgiunzione)
  - “non” (negazione)
  - “se..., allora —" (condizionale)
  - “… se e solo se —" (bicondizionale)
- Naturalmente sono possibili altri modi di esprimere tali connettivi; per esempio:
  - “Non si dà il caso che Giulia arrivi puntuale” equivale a “Giulia non arriva puntuale”
  - “Dora è un’informatica anche se è laureata in Fisica” è equivalente a “Dora è un’informatica ed è laureata in Fisica”
  - ….

Le parole logiche o connettivi // 2

- In logica utilizziamo dei simboli per rappresentare i connettivi
  - “e” (congiunzione)
  - “o … o”, “oppure" (disgiunzione)
  - “non” (negazione)
  - “se..., allora —" (condizionale)
  - “... se e solo se —" (bicondizionale)

  - $\wedge$
  - $\vee$
  - $\neg$
  - $\rightarrow$
  - $\leftrightarrow$
- Notate che questi simboli a volte variano da autore o testo: per es., potreste trovare & al posto di $\wedge$ oppure ~ al posto di $\neg$

Le parole logiche o connettivi // 3

- La funzione dei connettivi è creare *proposizioni complesse a partire da proposizioni semplici (atomiche)*
- In logica generalmente si usano i cinque connettivi proposizionali menzionati, anche se è possibile dimostrare che la negazione e la disgiunzione sono sufficienti per esprimere gli altri
- Uno dei nostri connettivi, la negazione è **unario** (ha un solo posto: intuitivamente, si applica a una sola proposizione) e gli altri sono **binari**
- (Curiosità: In realtà è possibile costruire sistemi con un solo connettivo, ma qui non ne parleremo)

Un linguaggio logico: $\mathscr{L}$ e la sua sintassi // 1

- Armati delle variabili proposizionali e dei connettivi possiamo definire ora un linguaggio molto semplice $\mathscr{L}$

- La *sintassi* di un linguaggio è l'insieme delle regole che definiscono quali proposizioni appartengono a quel linguaggio (perché "corrette" e quali no).

- (In Italiano, "Dorme non Giulio" non è ammessa perché l'italiano non ammette enunciati della forma "Verbo Connettivo Nome")

- Le regole sintattiche di $\mathscr{L}$ definiscono cos'è una formula ben formata di $\mathscr{L}$ a partire da un *alfabeto*

- L'alfabeto di $\mathscr{L}$ è un insieme (infinito) di variabili proposizionali: $\{P, Q, R, \ldots, P', Q', R', \ldots, P'', \ldots\}$

Un linguaggio logico: $\mathscr{L}$ e la sua sintassi // 2

- Definiamo l'insieme delle formule ben formate (proposizioni) di $\mathscr{L}$ come segue:

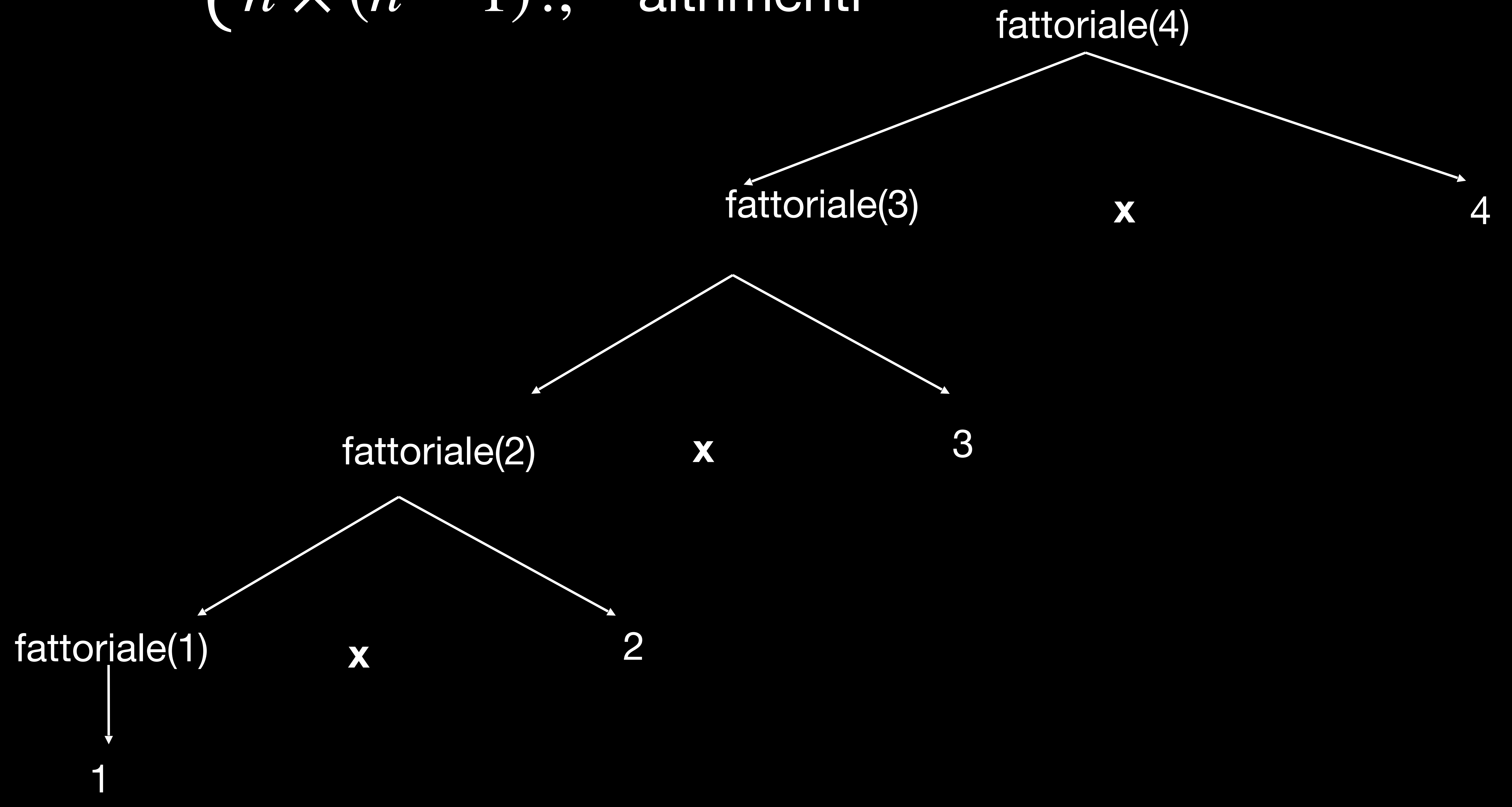
    1. Una variabile proposizionale è una fbf ("proposizioni atomiche")
    2. Se P è una fbf allora $\neg P$ è una fbf
    3. Se P e Q sono fbf allora $P \wedge Q$ è una fbf
    4. Se P e Q sono fbf allora $P \vee Q$ è una fbf
    5. Se P e Q sono fbf allora $P \rightarrow Q$ è una fbf
    6. Se P e Q sono fbf allora $P \leftrightarrow Q$ è una fbf

Un linguaggio logico: $\mathscr{L}$ e la sua sintassi // 3

- Per finire, introduciamo nel nostro alfabeto (più che altro per questioni di chiarezza) le parentesi “(“ e “)”
- Questo perché se non diamo ulteriori specifiche una proposizione complessa potrebbe dare adito ad ambiguità
- Per esempio, come leggere: $P \vee Q \rightarrow R$?
    - Opzione 1: $(P \vee Q) \rightarrow R$
    - Opzione 1: $P \vee (Q \rightarrow R)$

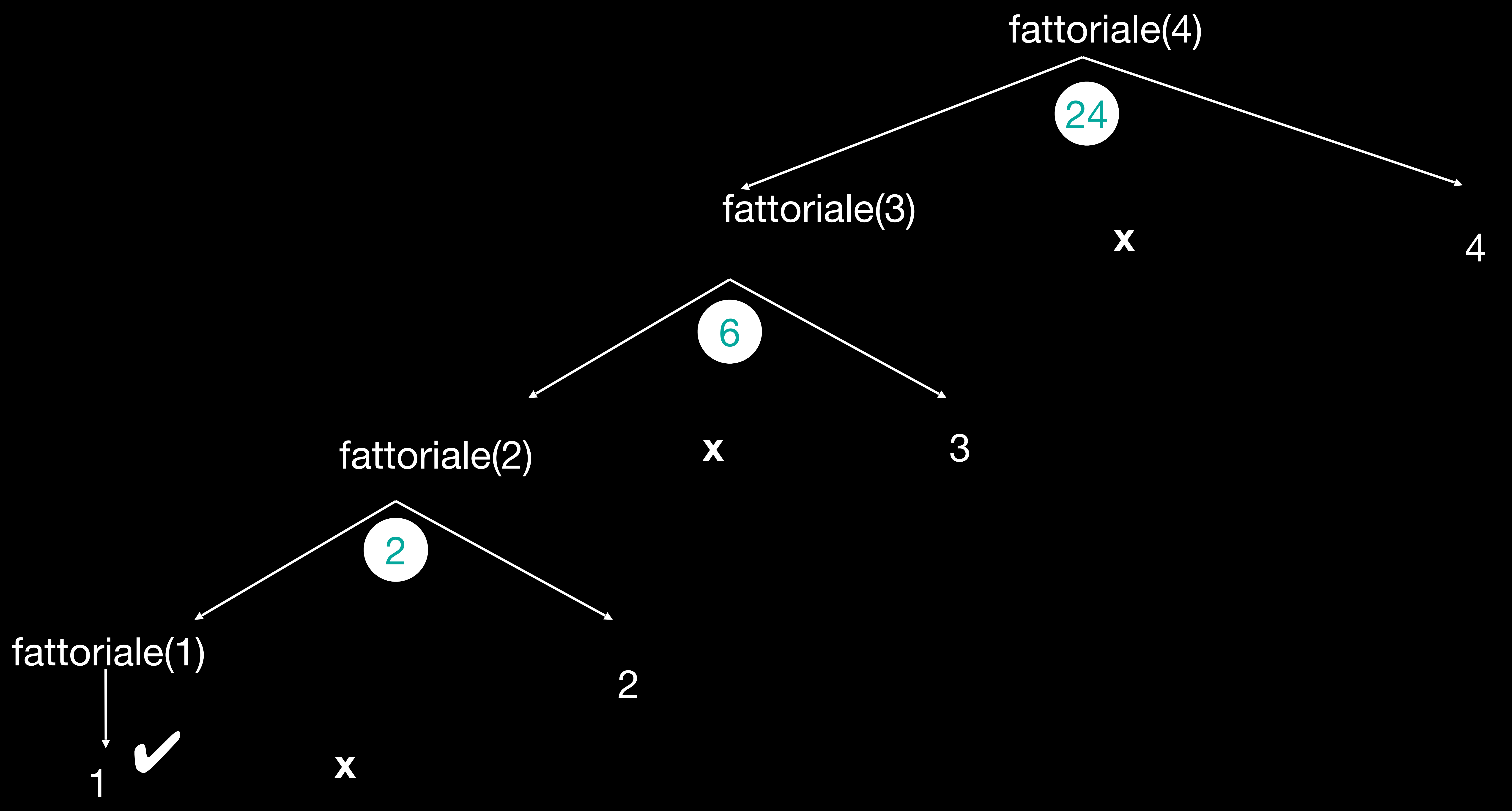
Definizioni ricorsive / induttive

- $n! =$ fattoriale(n) $= 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times n$
- $n! = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 1 \\ n \times (n-1)!, & \text{altrimenti} \end{cases}$



Definizioni ricorsive / induttive

- fattoriale(n) = 1 x 2 x 3 x 5 x 6 …. X n
- fattoriale(n) = 1 se n = 1 altrimenti = n x fattoriale(n-1)



Definizioni ricorsive / induttive

Fibonacci(1) = 1

Fibonacci(2) = 1

Fibonacci(3) = 2

Fibonacci(4) = 3

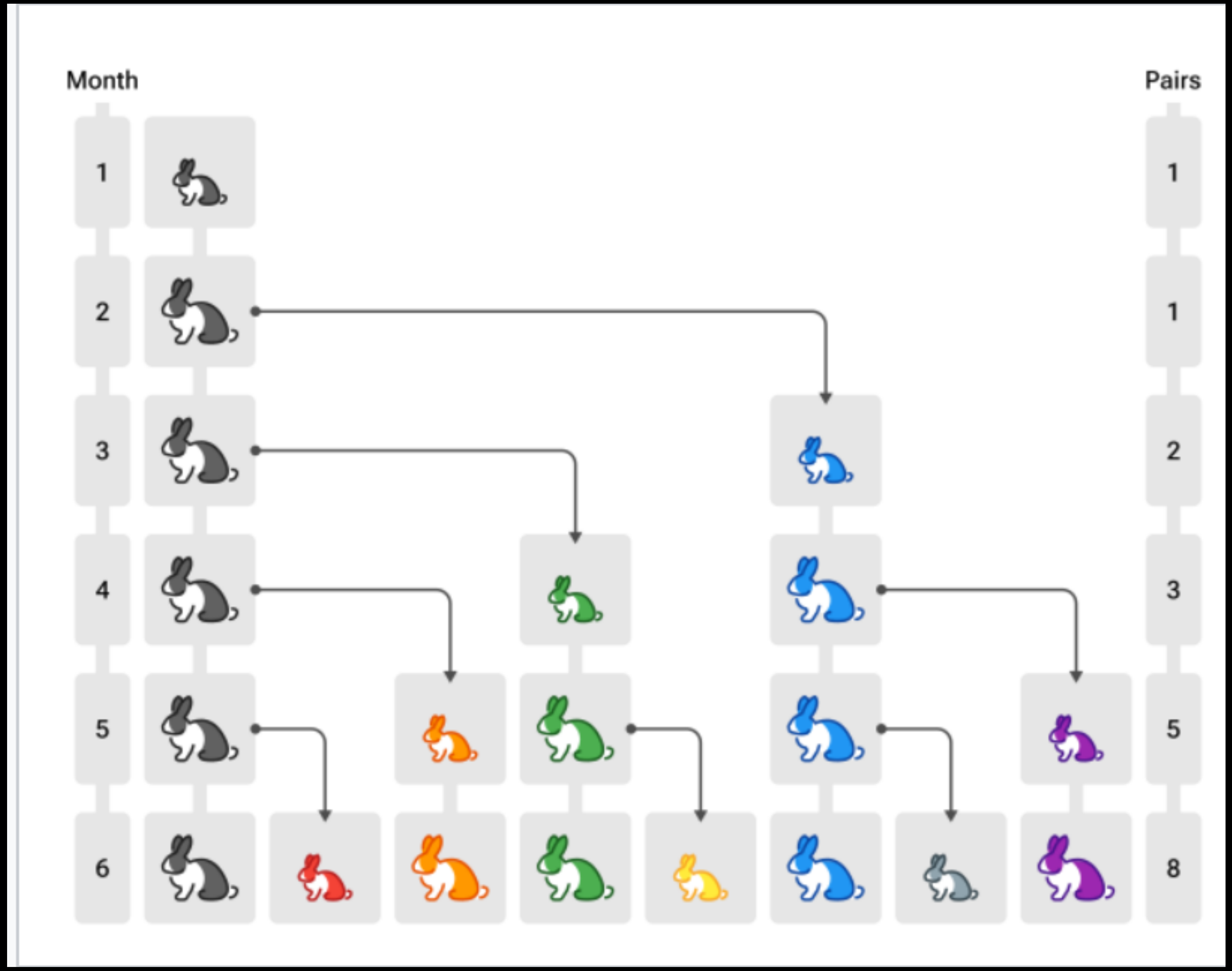
Fibonacci(5) = 5

…

Fibonacci(1) = 1

Fibonacci(2)= 1

Fibonacci(n) = Fibonacci(n-1) + Fibonacci(n-2)



Esempi // 1

Esempio 1

Frase in Italiano:

"Se piove, allora porto l'ombrello."

Traduzione in Logica Proposizionale:
$P \to O$

Dove:

- P rappresenta "Piove".
- O rappresenta "Porto l'ombrello".

Esempio 2

Frase in Italiano:

"Non è vero che non studio."

Traduzione in Logica Proposizionale:
$\neg\neg S$

Dove:

- S rappresenta "Studio".
- $\neg$ rappresenta la negazione.

Esempi // 2

Esempio 3

Frase in Italiano:

"Se studio e faccio i compiti, allora prendo un buon voto."

Traduzione in Logica Proposizionale:
$(S \land C) \rightarrow B$

Dove:

- S rappresenta "Studio".
- C rappresenta "Faccio i compiti".
- B rappresenta "Prendo un buon voto".
- $\land$ rappresenta la congiunzione (e).

Esempio 4

Frase in Italiano:

"Oggi è venerdì oppure domani è sabato."

Traduzione in Logica Proposizionale:
$V \lor S$

Dove:

- V rappresenta "Oggi è venerdì".
- S rappresenta "Domani è sabato".
- $\lor$ rappresenta la disgiunzione (oppure).