

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 66115 / 2016 / Frühjahr

## Thema 1 / Aufgabe 5

( $k$ -COL)

**Stichwörter:** Polynomialzeitreduktion

Das Problem  $k$ -COL ist wie folgt definiert:

### $k$ -COL

**Gegeben:** Ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$ .

**Frage:** Kann man jedem Knoten  $v$  in  $V$  eine Zahl  $z(v) \in \{1, \dots, k\}$  zuordnen, so dass für alle Kanten  $(u_1, u_2) \in E$  gilt:  $z(u_1) \neq z(u_2)$ ?

Zeigen Sie, dass man 3-COL in polynomieller Zeit auf 4-COL reduzieren kann. Beschreiben Sie dazu die Reduktion und zeigen Sie anschließend ihre Korrektheit.

Lösungsvorschlag

Zu Zeigen:

$$3\text{-COL} \preceq_p 4\text{-COL}$$

also 4-COL ist mindestens so schwer wie 3-COL Eingabeinstanz von 3-COL durch eine Funktion in eine Eingabeinstanz von 4-COL umbauen so, dass jede JA- bzw. NEIN-Instanz von 3-COL eine JA- bzw. NEIN-Instanz von 4-COL ist.

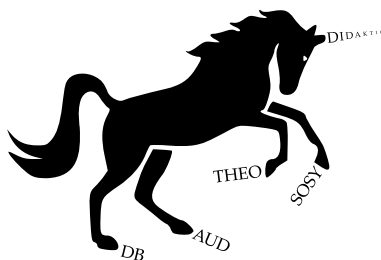
Funktion ergänzt einen beliebigen gegebenen Graphen um einen weiteren Knoten, der mit allen Knoten des ursprünglichen Graphen durch eine Kante verbunden ist.

**total ja**

**in Polynomialzeit berechenbar ja** (Begründung: z. B. Adjazenzmatrix  $\rightarrow$  neue Spalte)

**Korrektheit: ja**

Färbe den „neuen“ Knoten mit einer Farbe. Da er mit allen anderen Knoten verbunden ist, bleiben für die übrigen Knoten nur drei Farben.



### Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bsclangaul@gmx.net](mailto:hermine.bsclangaul@gmx.net). Der  $\text{\LaTeX}$ -Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bsclangaul-sammlung/examens-aufgaben-tex/blob/main/Examen/66115/2016/03/Thema-1/Aufgabe-5.tex>