Aufgabe zum Grundwissen (*Grundwissen*)

Stichwörter: Formale Verifikation, wp-Kalkül, Hoare-Kalkül, Partielle Korrektheit, Totale Korrektheit, Invariante, Terminierungsfunktion

(a) Geben Sie zwei verschiedene Möglichkeiten der formalen Verifikation an.

Lösungsvorschlag

1. Möglichkeit: formale Verifikation mittels *vollständiger Induktion* (eignet sich bei *rekursiven* Programmen).

2. Möglichkeit: formale Verifikation mittels *wp-Kalkül* oder *Hoare-Kalkül* (eignet sich bei *iterativen* Programmen).

(b) Erläutern Sie den Unterschied von partieller und totaler Korrektheit.

Lösungsvorschlag

partielle Korrektheit: Das Programm verhält sich spezifikationsgemäß, *falls* es terminiert.

totale Korrektheit: Das Programm verhält sich spezifikationsgemäß und es *terminiert immer*.

(c) Gegeben sei die Anweisungssequenz A. Sei P die Vorbedingung und Q die Nachbedingung dieser Sequenz. Erläutern Sie, wie man die (partielle) Korrektheit dieses Programmes nachweisen kann.

Lösungsvorschlag

Vorgehen	Horare-Kalkül	wp-Kalkül
Wenn die Vorbedingung P zutrifft, gilt nach der Ausführung der Anweisungssequenz A die Nachbedingung Q.	$\{P\}A\{Q\}$	$P \Rightarrow \text{wp}(A, Q)$

(d) Gegeben sei nun folgendes Programm:

```
A_1
while(b):
    A_2
A_3
```

wobei A_1, A_2, A_3 Anweisungssequenzen sind. Sei P die Vorbedingung und Q die Nachbedingung des Programms. Die Schleifeninvariante der while-Schleife wird mit I bezeichnet. Erläutern Sie, wie man die (partielle) Korrektheit dieses Programmes nachweisen kann.

Lösungsvorschlag

Vorgehen	Horare-Kalkül	wp-Kalkül
Die Invariante I gilt vor Schleifeneintritt.	$\{P\}A_1\{I\}$	$P \Rightarrow \text{wp}(A_1, I)$
I ist invariant, d. h. I gilt nach jedem Schleifendurchlauf.	$\{I \wedge b\}A_2\{I\}$	$I \wedge b \Rightarrow \text{wp}(A_2, I)$
Die Nachbedingung Q wird erfüllt.	$\{I \wedge \neg b\}A_3\{Q\}$	$I \wedge \neg b \Rightarrow \text{wp}(A_3, I)$

(e) Beschreiben Sie, welche Vorraussetzungen eine Terminierungsfunktion erfüllen muss, damit die totale Korrektheit gezeigt werden kann.

Lösungsvorschlag

Mit einer Terminierungsfunktion T kann bewiesen werden, dass eine Wiederholung terminiert. Sie ist eine Funktion, die

- ganzzahlig,
- nach unten beschränkt (die Schleifenbedingung ist *false*, wenn $T = 0$) und
- streng monoton fallend (jede Ausführung der Wiederholung verringert ihren Wert)

  ist.

Im Hoare-Kalkül muss $\{I \wedge b \wedge (T = n)\}A\{T < n\}$ gezeigt werden, im wp-Kalkül $I \Rightarrow T \geq 0$. [a]

[a] `https://osg.informatik.tu-chemnitz.de/lehre/aup/aup-07-AlgorithmenEntwurf-script_de.pdf`

Die Bschlangaul-Sammlung
Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.