

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 66115 / 2017 / Frühjahr

## Thema 1 / Aufgabe 5

(Aussagen)

**Stichwörter:** Formale Sprachen

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen (die jeweiligen Beweise sind sehr kurz):

- (a) Alle regulären Sprachen liegen in NP.

Lösungsvorschlag

Stimmt. Alle regulären Sprachen sind in Polynomialzeit entscheidbar (es existiert ein Automat dazu), sie liegen also in P und folglich auch in NP.

- (b) Es gibt Sprachen  $A, B$  mit  $A \subseteq B$ , sodass  $B$  regulär und  $A$  kontextfrei ist.

Lösungsvorschlag

Stimmt. Es existieren Sprachen mit der Eigenschaft wie gefordert. Wir wählen:  $B = (a|b)^*$  und  $A = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ .  $A$  ist bekanntermaßen nicht regulär, wie man mit dem Pumping Lemma beweisen kann, kann aber durch eine Grammatik  $G = (V, \{a, b\}, \{S \rightarrow aSb \mid \varepsilon\}, S)$  erzeugt werden. Für  $B$  gibt es einen deterministischen endlichen Automaten.

- (c) Es gibt unentscheidbare Sprachen  $L$  über dem Alphabet  $\Sigma$ , so dass sowohl  $L$  als auch das Komplement  $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$  rekursiv aufzählbar (= partiell entscheidbar) sind.

Lösungsvorschlag

Stimmt nicht. Ist  $L$  und sein Komplement rekursiv aufzählbar, so können wir  $L$  entscheiden, denn wir haben eine Maschine, die auf Eingabe  $x$  hält und akzeptiert, wenn  $x \in L$  ist, sowie eine Maschine, die hält, wenn  $x$  nicht akzeptiert wird, wenn  $x \notin L$  ist. Daraus lässt sich eine Maschine konstruieren, die  $L$  entscheidet.

- (d) Sei  $L$  eine beliebige kontextfreie Sprache über dem Alphabet  $\Sigma$ . Dann ist das Komplement  $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$  entscheidbar.

Lösungsvorschlag

Stimmt. Es gibt einen Entscheider für die Sprache  $L$ . Dieser entscheidet für eine Eingabe  $x$ , ob diese in  $L$  ist oder nicht. Negiert man diese Entscheidung, so ergibt sich ein Entscheider für  $\bar{L}$ .

Schreiben Sie zuerst zur Aussage „Stimmt“ oder „Stimmt nicht“ und dann Ihre Begründung.



## Die Bschlangaul-Sammlung

### Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bschlangaul@gmx.net](mailto:hermine.bschlangaul@gmx.net). Der  $\text{\LaTeX}$ -Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben-tex/blob/main/Examen/66115/2017/03/Thema-1/Aufgabe-5.tex>