

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

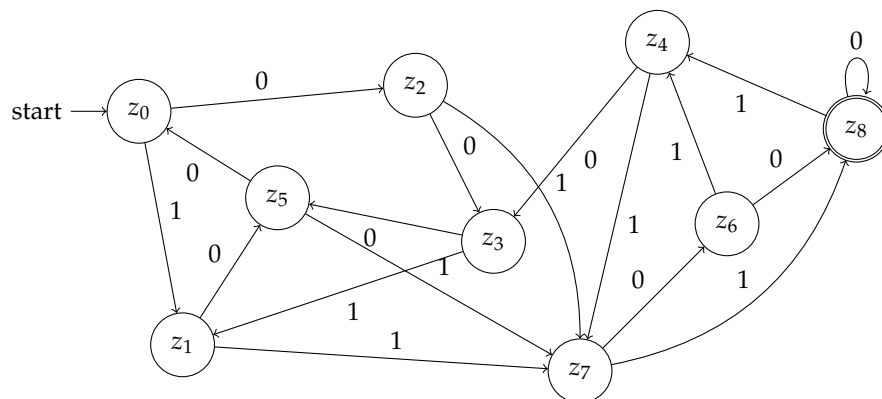
Einzelprüfungsnummer 66115 / 2020 / Herbst

## Thema 2 / Teilaufgabe 1 / Aufgabe 1

(Minimierungsalgorithmus)

**Stichwörter:** Reguläre Sprache

- (a) Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten (DEA) mit minimaler Anzahl an Zuständen an, der dieselbe Sprache akzeptiert wie folgender deterministischer endlicher Automat. Dokumentieren Sie Ihr Vorgehen geeignet.



Der Automat auf flaci.com (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: [flaci.com/Aj5aei652](http://flaci.com/Aj5aei652)

Lösungsvorschlag

### Minimierungstabelle (Table filling)

— Der Minimierungs-Algorithmus (auch Table-Filling-Algorithmus genannt) trägt in seinem Verlauf eine Markierung in alle diejenigen Zellen der Tabelle ein, die zueinander nicht äquivalente Zustände bezeichnen. Die Markierung „ $x_n$ “ in einer Tabellenzelle  $(i, j)$  bedeutet dabei, dass das Zustandspaar  $(i, j)$  in der  $k$ -ten Iteration des Algorithmus markiert wurde und die Zustände  $i$  und  $j$  somit zueinander  $(k - 1)$ -äquivalent, aber nicht  $k$ -äquivalent und somit insbesondere nicht äquivalent sind. Bleibt eine Zelle bis zum Ende unmarkiert, sind die entsprechenden Zustände zueinander äquivalent.

$z_0$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$z_1$	$x_3$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$z_2$	$x_3$	$x_4$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$z_3$		$x_3$	$x_3$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$z_4$	$x_3$	$x_4$		$x_3$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$z_5$	$x_3$	$x_4$		$x_3$		$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$z_6$	$x_2$	$x_2$	$x_2$	$x_2$	$x_2$	$x_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$z_7$	$x_2$	$x_2$	$x_2$	$x_2$	$x_2$	$x_2$	$x_2$	$\emptyset$	$\emptyset$
$z_8$	$x_1$	$x_1$	$x_1$	$x_1$	$x_1$	$x_1$	$x_1$	$x_1$	$\emptyset$
	$z_0$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$	$z_7$	$z_8$

$x_1$  Paar aus End-/ Nicht-Endzustand kann nicht äquivalent sein.

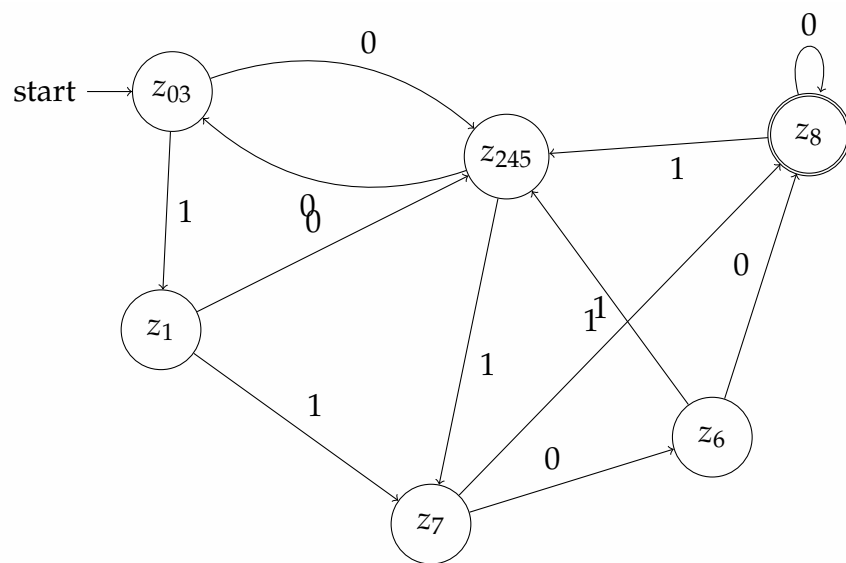
$x_2$  Test, ob man mit der Eingabe zu einem bereits markiertem Paar kommt.

$x_3$  In weiteren Iterationen markierte Zustände.

$x_4$  ...

## Übergangstabelle

Zustandspaar	0	1
$(z_0, z_1)$	$(z_2, z_5)$	$(z_1, z_7) \quad x_3 \quad x_3$
$(z_0, z_2)$	$(z_2, z_3)$	$(z_1, z_7) \quad x_3$
$(z_0, z_3)$	$(z_2, z_5)$	$(z_1, z_1)$
$(z_0, z_4)$	$(z_2, z_3)$	$(z_1, z_7) \quad x_3$
$(z_0, z_5)$	$(z_2, z_0)$	$(z_1, z_7) \quad x_3$
$(z_0, z_6)$	$(z_2, z_8)$	$(z_1, z_4) \quad x_2$
$(z_0, z_7)$	$(z_2, z_6)$	$(z_1, z_8) \quad x_2$
$(z_1, z_2)$	$(z_5, z_3)$	$(z_7, z_7) \quad x_4$
$(z_1, z_3)$	$(z_5, z_5)$	$(z_7, z_1) \quad x_3$
$(z_1, z_4)$	$(z_5, z_3)$	$(z_7, z_7) \quad x_4$
$(z_1, z_5)$	$(z_5, z_0)$	$(z_7, z_7) \quad x_4$
$(z_1, z_6)$	$(z_5, z_8)$	$(z_7, z_4) \quad x_2$
$(z_1, z_7)$	$(z_5, z_6)$	$(z_7, z_8) \quad x_2$
$(z_2, z_3)$	$(z_3, z_5)$	$(z_7, z_1) \quad x_3$
$(z_2, z_4)$	$(z_3, z_3)$	$(z_7, z_7)$
$(z_2, z_5)$	$(z_3, z_0)$	$(z_7, z_7)$
$(z_2, z_6)$	$(z_3, z_8)$	$(z_7, z_4) \quad x_2$
$(z_2, z_7)$	$(z_3, z_6)$	$(z_7, z_8) \quad x_2$
$(z_3, z_4)$	$(z_5, z_3)$	$(z_1, z_7) \quad x_3$
$(z_3, z_5)$	$(z_5, z_0)$	$(z_1, z_7) \quad x_3$
$(z_3, z_6)$	$(z_5, z_8)$	$(z_1, z_4) \quad x_2$
$(z_3, z_7)$	$(z_5, z_6)$	$(z_1, z_8) \quad x_2$
$(z_4, z_5)$	$(z_3, z_0)$	$(z_7, z_7)$
$(z_4, z_6)$	$(z_3, z_8)$	$(z_7, z_4) \quad x_2$
$(z_4, z_7)$	$(z_3, z_6)$	$(z_7, z_8) \quad x_2$
$(z_5, z_6)$	$(z_0, z_8)$	$(z_7, z_4) \quad x_2$
$(z_5, z_7)$	$(z_0, z_6)$	$(z_7, z_8) \quad x_2$
$(z_6, z_7)$	$(z_8, z_6)$	$(z_4, z_8) \quad x_2$



Der Automat auf flaci.com (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: [flaci.com/Aro484bz2](http://flaci.com/Aro484bz2)

- (b) Beweisen oder widerlegen Sie für folgende Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$ , dass sie regulär sind.

(i)  $L_1 = \{a^i c u b^j v a c^k \mid u, v \in \{a, b\}^* \text{ und } i, j, k \in \mathbb{N}_0\}$

Lösungsvorschlag

Die Sprache  $L_1$  ist regulär. Nachweis durch regulären Ausdruck:

$$a^* c (a|b)^* b^* (a|b)^* a c^*$$

(ii)  $L_2 = \{a^i c u b^j v a c^k \mid u, v \in \{a, b\}^* \text{ und } i, j, k \in \mathbb{N}_0 \text{ mit } k = i + j\}$

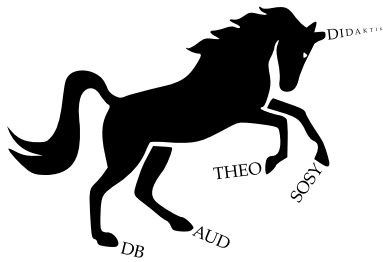
Lösungsvorschlag

Die Sprache  $L_2$  ist nicht regulär. Widerlegung durch das Pumping-Lemma.  
TODO

- (c) Sei  $L$  eine reguläre Sprache über dem Alphabet  $\Sigma$ . Für ein festes Element  $a \in \Sigma$  betrachten wir die Sprache  $L_a = \{aw \mid w \in \Sigma^*, wa \in L\}$ . Zeigen Sie, dass  $L_a$  regulär ist.

Lösungsvorschlag

Die regulären Sprachen sind unter dem Komplement abgeschlossen.



## Die Bschlangaul-Sammlung

### Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bschlangaul@gmx.net](mailto:hermine.bschlangaul@gmx.net). Der  $\text{\LaTeX}$ -Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben-tex/blob/main/Examen/66115/2020/09/Thema-2/Teilaufgabe-1/Aufgabe-1.tex>