

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 66115 / 2020 / Herbst

Thema 1 / Teilaufgabe 1 / Aufgabe 3 (Palindrom über Alphabet „abc“)

Stichwörter: Kontextfreie Sprache, Pumping-Lemma (Reguläre Sprache)

Seien $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $L = \{wc\hat{w} \mid w \in \{a, b\}^*\}$. Dabei ist \hat{w} das zu w gespiegelte Wort.

(a) Zeigen Sie, dass L nicht regulär ist.

Exkurs: Pumping-Lemma für Reguläre Sprachen

Es sei L eine reguläre Sprache. Dann gibt es eine Zahl j , sodass für alle Wörter $\omega \in L$ mit $|\omega| \geq j$ (jedes Wort ω in L mit Mindestlänge j) jeweils eine Zerlegung $\omega = uvw$ existiert, sodass die folgenden Eigenschaften erfüllt sind:

- (i) $|v| \geq 1$ (Das Wort v ist nicht leer.)
- (ii) $|uv| \leq j$ (Die beiden Wörter u und v haben zusammen höchstens die Länge j .)
- (iii) Für alle $i = 0, 1, 2, \dots$ gilt $uv^i w \in L$ (Für jede natürliche Zahl (mit 0) i ist das Wort $uv^i w$ in der Sprache L)

Die kleinste Zahl j , die diese Eigenschaften erfüllt, wird Pumping-Zahl der Sprache L genannt.

Lösungsvorschlag

L ist regulär. Dann gilt für L das Pumping-Lemma. Sei j die Zahl aus dem Pumping-Lemma. Dann muss sich das Wort $a^j b c b a^j \in L$ aufpumpen lassen (da $|a^j b c b a^j| \geq j$). $a^j b c b a^j = uvw$ ist eine passende Zerlegung laut Lemma. Da $|uv| < j$, ist $u = a^x$, $v = a^y$, $w = a^z b c b a^j$, wobei $y > 0$ und $x + y + z = j$. Aber dann $uv^0 w = a^{x+z} b c b a^j \notin L$, da $x + z < j$. Widerspruch.^a

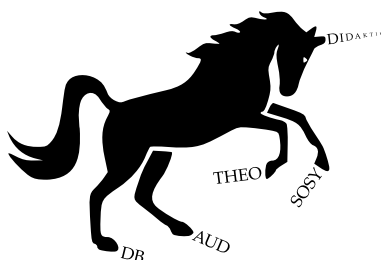
^a<https://userpages.uni-koblenz.de/~sofronie/gti-ss-2015/slides/enda-liche-automaten6.pdf>

(b) Zeigen Sie, dass L kontextfrei ist, indem Sie eine geeignete Grammatik angeben und anschließend begründen, dass diese die Sprache L erzeugt.

Lösungsvorschlag

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aSa \mid aCa \mid bSb \mid bCb \\ C \rightarrow c \end{array} \right\}$$

$$S \vdash aSa \vdash abCba \vdash abcba$$

$$S \vdash bSb \vdash bbSbb \vdash bbaSabb \vdash bbacabb$$


Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net. Der \LaTeX -Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben-tex/blob/main/Examen/66115/2020/09/Thema-1/Teilaufgabe-1/Aufgabe-3.tex>