

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 66115 / 2017 / Herbst

Thema 1 / Aufgabe 2

(Kontextfreie Sprachen)

Stichwörter: Kontextfreie Sprache

Betrachten Sie die Sprache $L_1 = L_a \cup L_b$.

- $L_a = \{ a^n b c^n \mid n \in \mathbb{N} \}$
- $L_b = \{ a b^m c^m \mid m \in \mathbb{N} \}$

(a) Geben Sie für L_1 eine kontextfreie Grammatik an.

Lösungsvorschlag

$$\begin{aligned}
 P = \{ & \\
 & S \rightarrow S_a \mid S_b \\
 & S_a \rightarrow a S_a c \mid b \\
 & S_b \rightarrow a \mid a B_b \\
 & B_b \rightarrow b B_b c \mid bc \\
 & \}
 \end{aligned}$$

(b) Ist Ihre Grammatik aus a) eindeutig? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösungsvorschlag

Nein. Die Sprache ist nicht eindeutig. Für das Wort abc gibt es zwei Ableitungen, nämlich $S \vdash S_a \vdash a S_a c \vdash abc$ und $S \vdash S_b \vdash a B_b \vdash abc$.

(c) Betrachten Sie die Sprache $L_2 = \{ a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N} \}$. Zeigen Sie, dass L_2 nicht kontextfrei ist.

Lösungsvorschlag

Annahme: L_2 ist kontextfrei
 \rightarrow Pumping-Lemma gilt für L_2
 $\rightarrow j \in \mathbb{N}$ als Pumping-Zahl
 $\omega \in L_2: |\omega| \geq j$
 Konsequenz: $\omega = uvwxy$

- $|vx| \geq 1$
- $|vwx| \leq j$
- $uv^iwx^iy \in L_2$ für alle $i \in \mathbb{N}_0$

Wir wählen: $\omega = a^{2^i}: |\omega| \geq j$

p $a \dots a$

r $a \dots a$

s $a \dots a$

t $a \dots a$

q $a \dots a$

$$q + r + s + t + q = 2^j$$

$$\Rightarrow r + t \geq 1$$

$$r + s + t \leq j$$

1. Fall

$$r + t = 2^{j-1}$$

$$2^{j-1} + 2^{j-1} = 2 \cdot 2^{j-1} = 2^1 \cdot 2^{j-1} = 2^{1+j-1} = 2^j$$

$$\omega' = uv^2wx^2y$$

$$p + 2 \cdot r + s + 2 \cdot t + q$$

$$p + s + q + 2 \cdot (r + t)$$

$$2^{j-1} + 2 \cdot 2^{j-1} = 3 \cdot 2^{j-1} = 2^{j-1} + 2^i \leq 2^{j+1}$$

keine Zweierpotenz

$$\Rightarrow \omega \notin L_2$$

\Rightarrow Widerspruch zur Annahme

$\Rightarrow L_2$ nicht kontextfrei

2. Fall

$$r + t \neq 2^{j-1}$$

$$\omega' = uv^0wx^0y$$

$$\Rightarrow p + s + q = 2^j - (r + t)$$

$$(r + t) \neq 2^{j-i}$$

ist keine Zweierpotenz

$$\Rightarrow \omega \notin L_2$$

$\Rightarrow L_2$ nicht kontextfrei



Die Bschlangaul-Sammlung Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net. Der \LaTeX -Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben-tex/blob/main/Examen/66115/2017/09/Thema-1/Aufgabe-2.tex>