

Aufgabe Geometrische Summenformel

(Geometrische Summenformel `geoSum()`)

Stichwörter: Vollständige Induktion

Gegeben sei folgende Methode:

```
public class GeoSum {
    // Math.pow(q, n) == q^n
    double geoSum(int n, double q) {
        if (n == 0) {
            return 1 - q;
        } else {
            return (1 - q) * Math.pow(q, n) + geoSum(n - 1, q);
        }
    }
}
```

Code-Beispiel auf Github ansehen: [src/main/java/org/bschlangaul/aufgaben/sosy/totale_korrektheit/GeoSum.java](https://github.com/bschlangaul/aufgaben/sosy/totale_korrektheit/GeoSum.java)

Weisen Sie mittels vollständiger Induktion nach, dass

$$\text{geoSum}(n, q) = 1 - q^{n+1}$$

Dabei können Sie davon ausgehen, dass $q > 0, n \in \mathbb{N}_0$

Lösungsvorschlag

Induktionsanfang

— Beweise, dass $A(1)$ eine wahre Aussage ist. _____

$$f(0) : \text{geoSum}(0, q) = 1 - q^{0+1} = 1 - q^1 = 1 - q$$

Induktionsvoraussetzung

— Die Aussage $A(k)$ ist wahr für ein beliebiges $k \in \mathbb{N}$. _____

$$f(n) : \text{geoSum}(n, q) = 1 - q^{n+1}$$

Induktionsschritt

— Beweise, dass wenn $A(n = k)$ wahr ist, auch $A(n = k + 1)$ wahr sein muss. _____

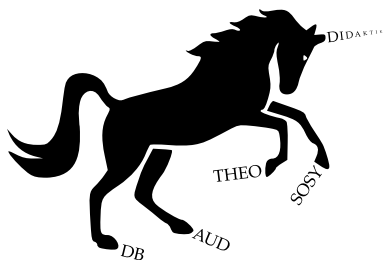
$$\begin{aligned} f(n) &= \text{geoSum}(n, q) \\ &= (1 - q) \cdot q^n + \text{geoSum}(n - 1, q) \\ &= (1 - q) \cdot q^n + 1 - q^{(n-1)+1} \\ &= (1 - q) \cdot q^n + 1 - q^n \end{aligned}$$

Java-Code in Mathe-Formel umgewandelt

für rekursiven Methodenaufruf gegebene Formel eingesetzt

Addition im Exponent

$$\begin{aligned}
 f(n+1) &= \text{geoSum}(n+1, q) \\
 &= (1-q) \cdot q^{n+1} + 1 - q^{n+1} && \text{von Java konvertierte Formel verwendet und } n+1 \text{ eingesetzt} \\
 &= q^{n+1} - q^{(n+1)+1} + 1 - q^{n+1} && \text{ausmultipliziert} \\
 &= -q^{(n+1)+1} + 1 && q^{n+1} - q^{n+1} = 0 \\
 &= 1 - q^{(n+1)+1} && \text{Kommutativgesetz der Addition} \\
 &= 1 - q^{(n+1)+1} && \text{was zu zeigen war}
 \end{aligned}$$



Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net. Der \LaTeX -Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben-tex/blob/main/Module/30_AUD/20_Vollstaendige-Induktion/Aufgabe_Geometrische-Summenformel.tex