46115
Herbst
2017

Theoretische Informatik / Algorithmen / Datenstrukturen (nicht vertieft)

Aufgabenstellungen mit Lösungsvorschlägen

Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Aufgabenübersicht

Die Bschlangaul-Sammlung
Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.

Thema Nr. 2

Aufgabe 3 [Primzahl]

Die Methode `pKR` berechnet die n-te Primzahl ($n \geq 1$) kaskadenartig rekursiv und äußerst ineffizient:

```
static long pKR(int n) {
  long p = 2;
  if (n >= 2) {
    p = pKR(n - 1); // beginne die Suche bei der vorhergehenden Primzahl
    int i = 0;
    do {
      p++; // pruefe, ob die jeweils naechste Zahl prim ist, d.h. ...
      for (i = 1; i < n && p % pKR(i) != 0; i++) {
      } // pruefe, ob unter den kleineren Primzahlen ein Teiler ist
    } while (i != n); // ... bis nur noch 1 und p Teiler von p sind
  }
  return p;
}
```

Code-Beispiel auf Github ansehen: `src/main/java/org/bschlangaul/examen/examen_46115/jahr_2017/herbst/PrimzahlDP.java`

Überführen Sie `pKR` mittels *dynamischer Programmierung* (hier also *Memoization*) und mit möglichst *wenigen Änderungen* so in die *linear* rekursive Methode `pLR`, dass `pLR(n, new long[n + 1])` ebenfalls die n-te Primzahl ermittelt:

```
private long pLR(int n, long[] ps) {
  ps[1] = 2;
  // ...
}
```

Lösungsvorschlag

Lösungsvorschlag

Exkurs: Kaskadenartig rekursiv
Kaskadenförmige Rekursion bezeichnet den Fall, in dem mehrere rekursive Aufrufe nebeneinander stehen.

Lösungsvorschlag

Exkurs: Linear rekursiv
Die häufigste Rekursionsform ist die lineare Rekursion, bei der in jedem Fall der rekursiven Definition höchstens ein rekursiver Aufruf vorkommen darf.

```
static long pLR(int n, long[] ps) {
  ps[1] = 2;
  long p = 2;
  if (ps[n] != 0) // Fall die Primzahl bereits gefunden / berechnet wurde,
    return ps[n]; // gib die berechnet Primzahl zurück.
  if (n >= 2) {
```

```
      // der einzige rekursive Aufruf steht hier, damit die Methode linear rekursiv
      // ist.
      p = pLR(n - 1, ps);
      int i = 0;
      do {
        p++;
        // Hier wird auf das gespeicherte Feld zurückgegriffen.
        for (i = 1; i < n && p % ps[i] != 0; i++) {
        }
      } while (i != n);
    }
    ps[n] = p; // Die gesuchte Primzahl im Feld speichern.
    return p;
  }
```

Code-Beispiel auf Github ansehen: `src/main/java/org/bschlangaul/examen/examen_46115/jahr_2017/herbst/PrimzahlDP.java`

Der komplette Quellcode

```
/**
 * Berechne die n-te Primzahl.
 *
 * Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl, die größer als 1 und ausschließlich
 * durch sich selbst und durch 1 teilbar ist.
 *
 * <ul>
 * <li>1. Primzahl: 2
 * <li>2. Primzahl: 3
 * <li>3. Primzahl: 5
 * <li>4. Primzahl: 7
 * <li>5. Primzahl: 11
 * <li>6. Primzahl: 13
 * <li>7. Primzahl: 17
 * <li>8. Primzahl: 19
 * <li>9. Primzahl: 23
 * <li>10. Primzahl: 29
 * </ul>
 */
public class PrimzahlDP {

  /**
   * Die Methode pKR berechnet die n-te Primzahl ({@code n >= 1}) Kaskadenartig
↪  Rekursiv.
   *
   * @param n Die Nummer (n-te) der gesuchten Primzahl. Die Primzahl 2 ist die
   *          erste Primzahl. Die Primzahl 3 ist die zweite Primzahl etc.
   *
   * @return Die gesuchte n-te Primzahl.
   */
  static long pKR(int n) {
    long p = 2;
    if (n >= 2) {
      p = pKR(n - 1); // beginne die Suche bei der vorhergehenden Primzahl
      int i = 0;
```

```java
      do {
        p++; // pruefe, ob die jeweils naechste Zahl prim ist, d.h. ...
        for (i = 1; i < n && p % pKR(i) != 0; i++) {
        } // pruefe, ob unter den kleineren Primzahlen ein Teiler ist
      } while (i != n); // ... bis nur noch 1 und p Teiler von p sind
    }
    return p;
  }

  /**
   * Die Methode pLR berechnet die n-te Primzahl ({@code n >= 1}) Linear Rekursiv.
   *
   * @param n  Die Nummer (n-te) der gesuchten Primzahl. Die Primzahl 2 ist die
   *           erste Primzahl. Die Primzahl 3 ist die zweite Primzahl etc.
   * @param ps Primzahl Speicher. Muss mit n + 1 initialisert werden.
   *
   * @return Die gesuchte n-te Primzahl.
   */
  static long pLR(int n, long[] ps) {
    ps[1] = 2;
    long p = 2;
    if (ps[n] != 0) // Fall die Primzahl bereits gefunden / berechnet wurde,
      return ps[n]; // gib die berechnet Primzahl zurück.
    if (n >= 2) {
      // der einzige rekursive Aufruf steht hier, damit die Methode linear rekursiv
      // ist.
      p = pLR(n - 1, ps);
      int i = 0;
      do {
        p++;
        // Hier wird auf das gespeicherte Feld zurückgegriffen.
        for (i = 1; i < n && p % ps[i] != 0; i++) {
        }
      } while (i != n);
    }
    ps[n] = p; // Die gesuchte Primzahl im Feld speichern.
    return p;
  }

  static void debug(int n) {

↪   System.out.println(String.format("%d. Primzahl: %d (kaskadenartig rekursiv berechnet)",
↪   n, pKR(n)));
    System.out.println(String.format("%d. Primzahl: %d (linear rekursiv berechnet)", n,
↪   pLR(n, new long[n + 1])));
  }

  public static void main(String[] args) {
    System.out.println(pKR(10));
    System.out.println(pLR(10, new long[11]));

    for (int i = 1; i <= 10; i++) {
      debug(i);
    }
```

```
  }
}
```

Code-Beispiel auf Github ansehen: `src/main/java/org/bschlangaul/examen/examen_46115/jahr_2017/herbst/PrimzahlDP.java`

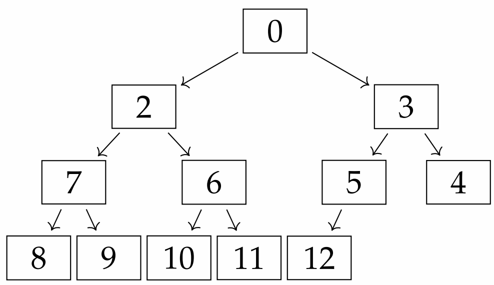
Aufgabe 6: [Halden - Heaps]

Gegeben sei folgende Feld-Einbettung (Array-Darstellung) einer Min-Halde:

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
0	2	3	7	6	5	4	8	9	10	11	12

(a) Stellen Sie die Halde graphisch als (links-vollständigen) Baum dar.

Lösungsvorschlag



(b) Entfernen Sie das kleinste Element (die Wurzel 0) aus der obigen initialen Halde, stellen Sie die Haldeneigenschaft wieder her und geben Sie nur das Endergebnis in Felddarstellung an.

Lösungsvorschlag

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
2	6	3	7	10	5	4	8	9	12	11

(c) Fügen Sie nun den Wert 1 in die obige initiale Halde ein, stellen Sie die Haldeneigenschaft wieder her und geben Sie nur das Endergebnis in Felddarstellung an.

Lösungsvorschlag

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
0	2	1	7	6	3	4	8	9	10	11	12	5