

Turing-Maschine zur Multiplikation mit 3

(Turing-Maschine Multiplikation)

Stichwörter: Turing-Maschine

Gesucht ist eine Turing-Maschine, die die Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $f(x) = 3x$ berechnet. Zu Beginn der Berechnung steht die Eingabe binär codiert auf dem Band, wobei der Kopf auf die linkeste Ziffer (most significant bit) zeigt. Am Ende der Berechnung soll der Funktionswert binär codiert auf dem Band stehen, wobei der Kopf auf ein beliebiges Feld zeigen darf.

- (a) Überlege, was bei der Multiplikation mit 3 im Binären tatsächlich passiert. Leite hieraus die Arbeitsweise des Algorithmus für die Turingmaschine ab und beschreibe diese. Tipp: Die schriftliche Multiplikation mit Binärzahlen funktioniert genauso wie die schriftliche Multiplikation mit Dezimalzahlen!

Lösungsvorschlag

$$13 \cdot 3 = 0b1101 \cdot 0b11 = 39 = 0b100111:$$

$$\begin{array}{r}
 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\
 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1
 \end{array}$$

- (b) Erstelle dazu eine TM mit 3 Bändern. Die ersten beiden Bänder sollen für die Berechnung herangezogen werden. Auf dem dritten Band soll das Ergebnis stehen. (analog zur schriftlichen Multiplikation)

Lösungsvorschlag

z_0 Versetzung der Zeiger von Band 2 und 3 im Vergleich zu 1.
 z_1 kopiert das Wort von Band 1 auf Band 2 (mit Versetzung).
 z_2 Binäre Addition ohne Übertrag.
 z_3 Binäre Addition mit Übertrag.
 z_4 Übertrag am Ende der Addition falls sich das Wort vergrößert
 z_f fertig

name: Multiplikation mit 3 (3-Band)

init: z_0

accept: z_f

z_0 , 0, _ , _

z_1 , 0, _ , _ , - , > , >

z_0 , 1, _ , _

z_1 , 1, _ , _ , - , > , >

z_1 , 0, _ , _

z_1 , 0, 0, _ , > , > , >

z_1 , 1, _ , _

z_1 , 1, 1, _ , > , > , >

z_1 , _ , _ , _

z2, _,_,_ -,<,<

z2, _,0,_

z2, _,0,0, <,<,<

z2, _,1,_

z2, _,1,1, <,<,<

z2, 0,0,_

z2, 0,0,0, <,<,<

z2, 0,1,_

z2, 0,1,1, <,<,<

z2, 1,0,_

z2, 1,0,1, <,<,<

z2, 1,_,_

zf, 1,_,1, -, -, -

z2, 1,1,_

z3, 1,1,0, <,<,<

z3, 0,1,_

z3, 0,1,0, <,<,<

z3, 1,0,_

z3, 1,0,0, <,<,<

z3, 1,1,_

z3, 1,1,1, <,<,<

z3, 0,0,_

z2, 0,0,1, <,<,<

z3, 1,_,_

z4, 1,_,0, <,<,<

z4, _,_,_

zf, _,_,1, -, -, -

^a

^a<http://turingmachinesimulator.com/shared/tgaybidewo>

- (c) Erstelle dazu eine TM mit 2 Bändern. Auf dem ersten Band steht die Eingabe und auf dem zweiten Band soll das Ergebnis stehen.

Lösungsvorschlag

z_0 Die Binärzahl überlaufen
 z_1 Zur nächsten Ziffer muss 0 addiert werden.
 z_2 Zur nächsten Ziffer muss 1 addiert werden.
 z_3 Zur nächsten Ziffer muss 2 addiert werden.
 z_f fertig

name: Multiplikation mit 3 (2-Band)

init: z_0

accept: z_f

z_0 , 0, _

```

z0, 0,_, >,-
z0, 1,_,
z0, 1,_, >,-

z0, _,-
z1, _,-, <,-

z1, 0,_,
z1, 0,0, <,<

z1, 1,_,
z2, 1,1, <,<

z2, 1,_,
z3, 1,0, <,<

z3, 0,_,
z2, 0,0, <,<
z3, _,-
z2, _,-,0, -, <

z2, 0,_,
z1, 0,1, <,<
z2, _,-
z1, _,-,1, -, <

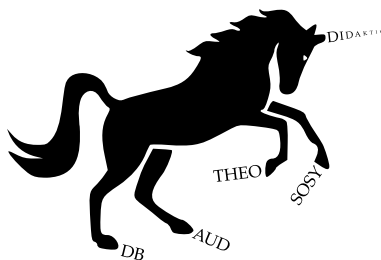
z3, 1,_,
z3, 1,1, <,<

z1, _,-
zf, _,-, -, -

a

```

^a<http://turingmachinesimulator.com/shared/caoxpsgrgl>



Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net. Der \LaTeX -Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben-tex/blob/main/Module/70_THEO/10_Formale-Sprachen/30_Typ-1_Kontextsensitiv/Turing-Maschine/Aufgabe_Turing-Maschine-Multiplikation.tex