# Kontextfreien Grammatiken in CNF (Vorlesungsaufgabe (S, SAB, SABCD))

Stichwörter: Chomsky-Normalform

Überführen Sie die folgenden kontextfreien Grammatiken in CNF (Chomsky-Normalform).

(a) 
$$P =$$

$$S \rightarrow 0S1 \mid \varepsilon$$

Lösungsvorschlag

## (i) Elimination der $\varepsilon$ -Regeln

— Alle Regeln der Form  $A \to \varepsilon$  werden eliminiert. Die Ersetzung von A wird durch  $\varepsilon$  in allen anderen Regeln vorweggenommen.

$$P = \Big\{$$

$$S \rightarrow 0S1 \mid 01$$

Der Automat auf flaci.com (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: flaci.com/Ghje1ygz9

#### (ii) Elimination von Kettenregeln

— Jede Produktion der Form  $A \to B$  mit  $A, B \in S$  wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren.

Ø Nichts zu tun

#### (iii) Separation von Terminalzeichen

— Jedes Terminalzeichen  $\sigma$ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal  $S_{\sigma}$  ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel  $S_{\sigma} \to \sigma$  ergänzt. —

$$N = Null, E = Eins$$

$$P = \left\{ \right.$$

$$S \to NSE \mid NE$$

$$N \to 0$$

$$E \rightarrow 1$$

#### (iv) Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten

— Alle Produktionen der Form  $A \to B_1B_2 \dots B_n$  werden in die Produktionen  $A \to A_{n-1}B_n$ ,  $A_{n-1} \to A_{n-2}B_{n-1}, \dots$ ,  $A_2 \to B_1B_2$  zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht.

$$P = \left\{ \begin{array}{c} S 
ightarrow NR \mid NE \\ R 
ightarrow SE \\ N 
ightarrow 0 \\ E 
ightarrow 1 \end{array} \right.$$

(b) 
$$P =$$

$$S \rightarrow a \mid aA \mid B$$

$$A \rightarrow aBB \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow Aa \mid b$$

Der Automat auf flaci.com (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: flaci.com/G54gubr9i

Lösungsvorschlag

## (i) Elimination der ε-Regeln

— Alle Regeln der Form  $A \to \varepsilon$  werden eliminiert. Die Ersetzung von A wird durch  $\varepsilon$  in allen anderen Regeln vorweggenommen.

$$P = \left\{ \begin{array}{c} S \rightarrow a \mid aA \mid B \\ A \rightarrow aBB \\ B \rightarrow Aa \mid b \mid a \end{array} \right.$$

Das leere Wort ist nicht in der Sprache ( $\varepsilon \notin L(G)$ ). In der Sprache sind immer Wörter mit mindestens einem Buchstaben. In der ersten Produktionsregel wird aus  $aA \to a\varepsilon$  nur das a. Das ist aber bereits in der ersten Regel enthalten. In der zweiten Regel wird das leere Wort weg gelassen. In der dritten Regel wird noch ein a hinzugefügt, das aus  $Aa \to \varepsilon a \to a$  entstanden ist.

#### (ii) Elimination von Kettenregeln

$$P = \left\{\right.$$

$$S \rightarrow a \mid aA \mid Aa \mid b$$

$$A \rightarrow aBB$$

$$B \rightarrow Aa \mid b \mid a$$

Wir schreiben die Regel, die keine einzelnes Nonterminal auf der rechten Seite enthalten, ab. In der ersten Regel wird B mit Aa|b|a ersetzte, wobei das letzte a, dann weggelassen werden kann, da es bereits am Anfang der rechten Seite vorkommt. Die B-Regel kann nicht weggelassen werden, weil sie in der A-Regel vorkommt.

### (iii) Separation von Terminalzeichen

— Jedes Terminalzeichen  $\sigma$ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal  $S_{\sigma}$  ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel  $S_{\sigma} \to \sigma$  ergänzt. —

$$P = \left\{ \begin{array}{c} S \rightarrow a \mid VA \mid AV \mid b \\ A \rightarrow VBB \\ B \rightarrow AV \mid b \mid a \\ V \rightarrow a \end{array} \right.$$

## (iv) Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten

— Alle Produktionen der Form  $A \to B_1B_2 \dots B_n$  werden in die Produktionen  $A \to A_{n-1}B_n$ ,  $A_{n-1} \to A_{n-2}B_{n-1}, \dots$ ,  $A_2 \to B_1B_2$  zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht.

$$P = \left\{ \begin{array}{c} S \rightarrow a \mid VA \mid AV \mid b \\ A \rightarrow VC \\ B \rightarrow AV \mid b \mid a \\ V \rightarrow a \\ C \rightarrow BB \end{array} \right.$$

(c) P =

$$S \to ABC$$

$$A \to aCD$$

$$B \to bCD$$

$$C \to D \mid \varepsilon$$

$$D \to C$$

Der Automat auf flaci.com (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: flaci.com/Grxwcync2

Lösungsvorschlag

## (i) Elimination der ε-Regeln

— Alle Regeln der Form  $A \to \varepsilon$  werden eliminiert. Die Ersetzung von A wird durch  $\varepsilon$  in allen anderen Regeln vorweggenommen.

$$P = \left\{ \begin{array}{c} S \rightarrow ABC \mid AB \\ A \rightarrow aCD \mid aD \\ B \rightarrow bCD \mid bD \\ C \rightarrow D \\ D \rightarrow C \mid \varepsilon \end{array} \right.$$

In der letzten Regel entsteht ein neues  $\varepsilon$ . Es muss in der nächsten Iteration entfernt werden.

$$P = \left\{ \begin{array}{c} S \rightarrow ABC \mid AB \\ A \rightarrow aCD \mid aD \mid aC \mid a \\ B \rightarrow bCD \mid bD \mid bC \mid b \\ C \rightarrow D \\ D \rightarrow C \end{array} \right.$$

#### (ii) Elimination von Kettenregeln

— Jede Produktion der Form  $A \to B$  mit  $A, B \in S$  wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren. —————

$$P = \left\{ \right.$$

$$S \to AB$$

$$A \to a$$

$$B \to b$$

)

C und D sind nicht produktiv.  $C \rightarrow D$  und  $D \rightarrow C$  können gestrichen werden.

## (iii) Separation von Terminalzeichen

— Jedes Terminalzeichen  $\sigma$ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal  $S_{\sigma}$  ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel  $S_{\sigma} \to \sigma$  ergänzt. —

Ø Nichts zu tun

#### (iv) Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten

— Alle Produktionen der Form  $A \to B_1B_2 \dots B_n$  werden in die Produktionen  $A \to A_{n-1}B_n$ ,  $A_{n-1} \to A_{n-2}B_{n-1}, \dots, A_2 \to B_1B_2$  zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht.

Ø Nichts zu tun



## Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike  $4.0\,\mathrm{International\text{-}Lizenz}.$ 

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net.Der TeX-Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben-tex/blob/main/Module/70\_THEO/10\_Formale-Sprachen/20\_Typ-2\_Kontextfrei/Chomsky-Normalform/Aufgabe\_Vorlesungsaufgabe.tex