

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 66115 / 2014 / Frühjahr

Thema 1 / Aufgabe 5

(Halteproblem H_m)

Stichwörter: Entscheidbarkeit

- (a) Definieren Sie die zum Halteproblem für Turing-Maschinen bei fester Eingabe $m \in \mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$ gehörende Menge H_m .

Lösungsvorschlag

$H_m = \{c(M) \in \mathbb{N} \mid c(M) \text{ hält auf Eingabe } m\}$, wobei $c(M)$ der Codierung der Turingmaschine (Gödelnummer) entspricht.

- (b) Gegeben sei das folgende Problem E :

Entscheiden Sie, ob es für die deterministische Turing-Maschine mit der Gödelnummer n eine Eingabe $w \in \mathbb{N}_0$ gibt, so dass w eine gerade Zahl ist und die Maschine n gestartet mit w hält.

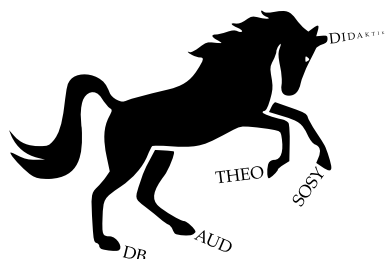
Zeigen Sie, dass E nicht entscheidbar ist. Benutzen Sie, dass H_m aus (a) für jedes $m \in \mathbb{N}_0$ nicht entscheidbar ist.

Lösungsvorschlag

Wir zeigen dies durch Reduktion $H_2 \leq E$:

- Berechenbare Funktion f : lösche Eingabe, schreibe eine 2 und starte dich selbst.
- M ist eine Turingmaschine, die E entscheidet.
- $x \in H_2$ (Quellcode der Programme, die auf die Eingabe von 2 halten)
- M_x (kompiliertes Programm, TM)
- Für alle $x \in H_2$ gilt, M_x hält auf Eingabe von 2 $\Leftrightarrow f(x) = c(M) \in E$. Denn sofern die ursprüngliche Maschine auf das Wort 2 hält, hält M auf alle Eingaben und somit auch auf Eingaben gerader Zahlen. Hält die ursprüngliche Maschine M nicht auf die Eingabe der Zahl 2, so hält M auf keine Eingabe.

- (c) Zeigen Sie, dass das Problem E aus (b) partiell-entscheidbar (= rekursiv aufzählbar) ist.



Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bsclangaul@gmx.net. Der \LaTeX -Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bsclangaul-sammlung/examens-aufgaben-tex/blob/main/Examen/66115/2014/03/Thema-1/Aufgabe-5.tex>