Einzelprüfung "Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)"

Einzelprüfungsnummer 66115 / 2019 / Frühjahr

Thema 1 / Aufgabe 3

(Nonterminale: STU, Terminale: ab)

Stichwörter: Kontextfreie Sprache, Chomsky-Normalform

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit Sprache L(G), wobei $V = \{S, T, U\}$ und $\Sigma = \{a, b\}$. P bestehe aus den folgenden Produktionen:

$$P \! = \Big\{$$

$$S \rightarrow TUUT$$

$$T \rightarrow aT \mid \varepsilon$$

$$U \rightarrow bUb \mid a$$

1

(a) Geben Sie fünf verschiedene Wörter $w \in \Sigma^*$ mit $w \in L(G)$ an.

Lösungsvorschlag

- aa
- aaaa
- ababbaba
- aababbabaa
- abbabbbbabba
- (b) Geben Sie eine explizite Beschreibung der Sprache L(G) an.

Lösungsvorschlag

$$L = \{ a^*b^nab^{2n}ab^na^* \mid n \in \mathbb{N}_0 \}$$

(c) Bringen Sie *G* in Chomsky-Normalform und erklären Sie Ihre Vorgehensweise.

Lösungsvorschlag

(i) Elimination der ε-Regeln

— Alle Regeln der Form $A \to \varepsilon$ werden eliminiert. Die Ersetzung von A wird durch ε in allen anderen Regeln vorweggenommen.

$$P = \Big\{$$

$$S \rightarrow TUUT \mid TUU \mid UUT \mid UU$$

$$T \rightarrow aT \mid a$$

$$U \rightarrow bUb \mid a$$

1https://flaci.com/Gjpsin26a

(ii) Elimination von Kettenregeln

— Jede Produktion der Form $A \to B$ mit $A, B \in S$ wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren. —

Ø Nichts zu tun

(iii) Separation von Terminalzeichen

— Jedes Terminalzeichen σ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal S_{σ} ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel $S_{\sigma} \to \sigma$ ergänzt. —

$$P = \left\{ \begin{array}{c} S \rightarrow TUUT \mid TUU \mid UUT \mid UU \\ T \rightarrow AT \mid A \\ U \rightarrow BUB \mid A \\ A \rightarrow a \\ B \rightarrow b \end{array} \right.$$

(iv) Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten

— Alle Produktionen der Form $A \to B_1B_2 \dots B_n$ werden in die Produktionen $A \to A_{n-1}B_n$, $A_{n-1} \to A_{n-2}B_{n-1}, \dots, A_2 \to B_1B_2$ zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht.

$$P = \left\{ \begin{array}{c} S \rightarrow TS_1 \mid TS_3 \mid US_2 \mid UU \\ S_1 \rightarrow US_2 \\ S_2 \rightarrow UT \\ S_3 \rightarrow UU \\ T \rightarrow AT \mid a \\ U \rightarrow BU_1 \mid a \\ U_1 \rightarrow UB \\ A \rightarrow a \\ B \rightarrow b \end{array} \right.$$



Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike $4.0\,\mathrm{International\text{-}Lizenz}.$

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net.Der TeX-Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben-tex/blob/main/Examen/66115/2019/03/Thema-1/Aufgabe-3.tex