

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 66115 / 2017 / Herbst

## Thema 1 / Aufgabe 3

(NAE3SAT)

**Stichwörter:** Komplexitätstheorie

---

Betrachten Sie die folgenden Probleme:

### Exkurs: SAT

Das **Erfüllbarkeitsproblem der Aussagenlogik** SAT und  $k$ -SAT mit  $k \geq 3, k \in \mathbb{N}$  (Satz von Cook) fragt, ob eine aussagenlogische Formel erfüllbar ist. Das Erfüllbarkeitsproblem der *Aussagenlogik* ist in exponentieller Zeit in Abhängigkeit der Anzahl der Variablen mit Hilfe einer Wahrheitstabelle entscheidbar. Diese *Wahrheitstabelle* kann nicht in polynomieller Zeit aufgestellt werden.

### Exkurs: NAE3SAT

Like 3-satisfiability, an instance of the problem consists of a collection of Boolean variables and a collection of clauses, each of which combines three variables or negations of variables. However, unlike 3-satisfiability, which requires each clause to have at least one true Boolean value, NAE3SAT requires that the three values in each clause are not all equal to each other (in other words, at least one is true, and at least one is false) <sup>a</sup>

<sup>a</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/Not-all-equal\\_3-satisfiability](https://en.wikipedia.org/wiki/Not-all-equal_3-satisfiability)

### 3SAT

**Gegeben:** Eine aussagenlogische Formel  $\varphi$  in konjunktiver Normalform (drei Literale pro Klausel).

**Frage:** Ist  $\varphi$  erfüllbar?

### NAE-3SAT

**Gegeben:** Eine aussagenlogische Formel  $\varphi$  in konjunktiver Normalform (drei Literale pro Klausel).

**Frage:** Gibt es eine Belegung, die in jeder Klausel mindestens ein Literal *wahr* und mindestens ein Literal *falsch* macht?

Wir erlauben, dass NAE-3SAT-Formeln Literale der Form *false* haben, die immer *falsch* sind. So ist

$$(x_1 \vee \text{false} \vee \text{false}) \wedge (\neg x_1 \vee x_1 \vee x_1)$$

in NAE-3SAT (setze  $x_1$  wahr).

(a) Zeigen Sie, dass sich 3SAT in polynomieller Zeit auf NAE-3SAT reduzieren lässt.

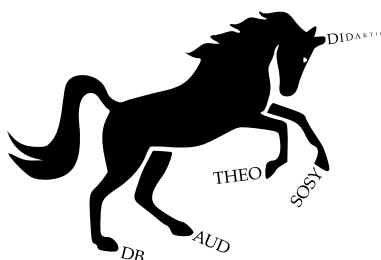
Lösungsvorschlag

(b) Was können Sie aus a) folgern, wenn Sie wissen, dass 3SAT NP-vollständig ist?

Lösungsvorschlag

(c) Was können Sie aus a) folgern, wenn Sie wissen, dass NAE-3SAT NF-vollständig ist?

Lösungsvorschlag



## Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bschlangaul@gmx.net](mailto:hermine.bschlangaul@gmx.net). Der  $\text{\LaTeX}$ -Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben-tex/blob/main/Examen/66115/2017/09/Thema-1/Aufgabe-3.tex>