

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen / Datenstrukturen (nicht vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 46115 / 2014 / Frühjahr

Thema 2 / Aufgabe 4

(Binomialkoeffizient)

Stichwörter: Rekursion, Implementierung in Java, Iterative Realisation

Aufgabe 4

Für Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$ gelten neben den grundlegenden Beziehungen $\binom{n}{0} = 1$ und $\binom{n}{n} = 1$ auch folgende Formeln:

Exkurs: Binomialkoeffizient

Der Binomialkoeffizient ist eine mathematische Funktion, mit der sich eine der Grundaufgaben der Kombinatorik lösen lässt. Er gibt an, auf wie viele verschiedene Arten man k bestimmte Objekte aus einer Menge von n verschiedenen Objekten auswählen kann (ohne Zurücklegen, ohne Beachtung der Reihenfolge). Der Binomialkoeffizient ist also die Anzahl der k -elementigen Teilmengen einer n -elementigen Menge.^a

^a<https://de.wikipedia.org/wiki/Binomialkoeffizient>

A $\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k}$

B $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} \cdot \frac{n}{k}$

- (a) Implementieren Sie unter Verwendung von Beziehung (A) eine rekursive Methode `binRek(n, k)` zur Berechnung des Binomialkoeffizienten in einer objektorientierten Programmiersprache oder entsprechendem Pseudocode!

Lösungsvorschlag

Zuerst verwandeln wir die Beziehung (A) geringfügig um, indem wir n durch $n - 1$ ersetzen:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

```
public static int binRek(int n, int k) {
    if (k == 0 || k == n) {
        return 1;
    } else {
        return binRek(n - 1, k - 1) + binRek(n - 1, k);
    }
}
```

Code-Beispiel auf Github ansehen: [src/main/java/org/bschlangaul/examen/examen_46115/jahr_2014/fruehjahr/Binomialkoeffizient.java](https://github.com/bschlangaul/examen/examen_46115/jahr_2014/fruehjahr/Binomialkoeffizient.java)

- (b) Implementieren Sie unter Verwendung von Beziehung (B) eine iterative Methode `binIt(n, k)` zur Berechnung des Binomialkoeffizienten in einer objektorientierten Programmiersprache oder entsprechendem Pseudocode!

Lösungsvorschlag

```

public static int binIt(int n, int k) {
    // Das Ergebnis wird als Kommazahl deklariert, da nicht alle
    // Zwischenergebnisse ganze Zahlen sind.
    double ergebnis = 1;
    while (k > 0) {
        ergebnis = ergebnis * n / k;
        n--;
        k--;
    }
    // Vor dem Zurückgeben kann das Ergebnis nun in eine ganze Zahl
    // umgewandelt werden.
    return (int) ergebnis;
}

```

Code-Beispiel auf Github ansehen: [src/main/java/org/bschlangaul/examen/examen_46115/jahr_2014/fruehjahr/Binomialkoeffizient.java](https://github.com/src/main/java/org/bschlangaul/examen/examen_46115/jahr_2014/fruehjahr/Binomialkoeffizient.java)

- (c) Geben Sie die Laufzeitkomplexität der Methoden `binRek(n, k)` und `binIt(n, k)` aus den vorhergehenden beiden Teilaufgaben in O-Notation an!

Komplette Java-Klasse

```

/**
 * <a href="https://www.studon.fau.de/file2889270_download.html">Angabe: PUE_AUD_WH.pdf</a>
 * <a href="https://www.studon.fau.de/file3081306_download.html">Lösung:
 * ↪ PUE_AUD_WH_Lsg.pdf</a>
 */
public class Binomialkoeffizient {

    /**
     * Berechnet rekursiv den Binominalkoeffizienten „n über k“. Dabei muss gelten:
     * n &#x3E;= 0, k &#x3E;= 0 und n &#x3E;= k.
     *
     * @param n Ganzzahl n
     * @param k Ganzzahl k
     *
     * @return Eine Ganzzahl.
     */
    public static int binRek(int n, int k) {
        if (k == 0 || k == n) {
            return 1;
        } else {
            return binRek(n - 1, k - 1) + binRek(n - 1, k);
        }
    }

    /**
     * Berechnet iterativ den Binominalkoeffizienten „n über k“. Dabei muss gelten:
     * n &#x3E;= 0, k &#x3E;= 0 und n &#x3E;= k.
     *
     * @param n Ganzzahl n
     * @param k Ganzzahl k
     *
     * @return Eine Ganzzahl.
     */
}

```

```
*/
public static int binIt(int n, int k) {
    // Das Ergebnis wird als Kommazahl deklariert, da nicht alle
    // Zwischenergebnisse ganze Zahlen sind.
    double ergebnis = 1;
    while (k > 0) {
        ergebnis = ergebnis * n / k;
        n--;
        k--;
    }
    // Vor dem Zurückgeben kann das Ergebnis nun in eine ganze Zahl
    // umgewandelt werden.
    return (int) ergebnis;
}
}
```

Code-Beispiel auf Github ansehen: [src/main/java/org/bschlangaul/examen/examen_46115/jahr_2014/fruehjahr/Binomialkoeffizient.java](https://github.com/bschlangaul/examen/examen_46115/jahr_2014/fruehjahr/Binomialkoeffizient.java)

Test

```
import static org.junit.Assert.assertEquals;

import org.junit.Test;

public class BinomialkoeffizientTest {

    public void testeRek(int n, int k, int ergebnis) {
        assertEquals(ergebnis, Binomialkoeffizient.binIt(n, k));
    }

    public void testeIt(int n, int k, int ergebnis) {
        assertEquals(ergebnis, Binomialkoeffizient.binIt(n, k));
    }

    public void teste(int n, int k, int ergebnis) {
        testeRek(n, k, ergebnis);
        testeIt(n, k, ergebnis);
    }

    @Test
    public void teste() {
        teste(0, 0, 1);

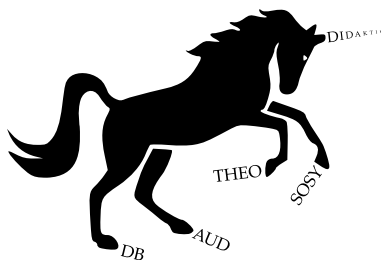
        teste(1, 0, 1);
        teste(1, 1, 1);

        teste(2, 0, 1);
        teste(2, 1, 2);
        teste(2, 2, 1);

        teste(3, 0, 1);
        teste(3, 1, 3);
        teste(3, 2, 3);
        teste(3, 3, 1);
    }
}
```

```
teste(4, 0, 1);  
teste(4, 1, 4);  
teste(4, 2, 6);  
teste(4, 3, 4);  
teste(4, 4, 1);  
}  
}
```

Code-Beispiel auf Github ansehen: [src/test/java/org/bschlangaul/examen/examen_46115/jahr_2014/fruehjahr/BinomialkoeffizientTest.java](https://github.com/bschlangaul/examen/examen_46115/jahr_2014/fruehjahr/BinomialkoeffizientTest.java)



Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net. Der \LaTeX -Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben-tex/blob/main/Examen/46115/2014/03/Thema-2/Aufgabe-4.tex>