

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

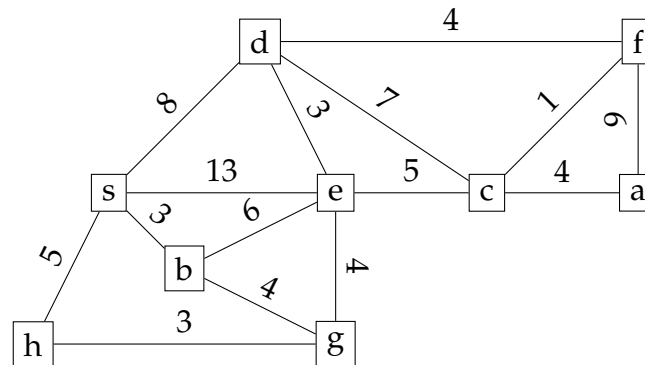
Einzelprüfungsnummer 66115 / 2018 / Frühjahr

Thema 2 / Aufgabe 9

(Negative Kantengewichte)

Stichwörter: Algorithmus von Dijkstra

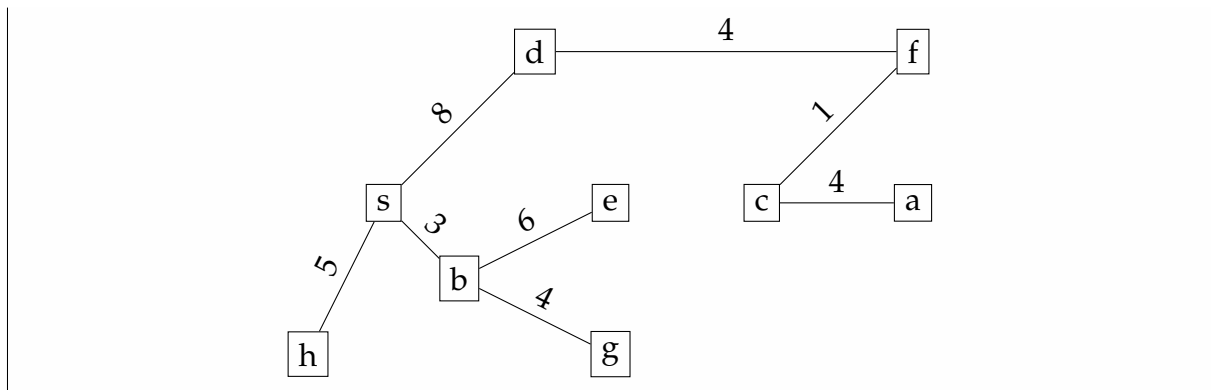
Gegeben sei folgender Graph G .



- (a) Berechnen Sie mithilfe des Algorithmus von Dijkstra die kürzesten Wege vom Knoten s zu allen anderen Knoten im Graphen G . Erstellen Sie dazu eine Tabelle mit zwei Spalten und stellen Sie jeden einzelnen Schritt des Verfahrens in einer eigenen Zeile dar. Geben Sie in der ersten Spalte den jeweils als nächstes fertigzustellenden Knoten v (wird sog. „schwarz“) als Tripel (v, p, δ) mit v als Knotenname, p als aktueller Vorgängerknoten und δ als aktuelle Distanz von s zu v über p an. Führen Sie in der zweiten Spalten alle anderen bisher erreichten Knoten v ebenfalls als Tripel (v, p, δ) auf, wobei diese sog. „grauen Randknoten“ in folgenden Durchgängen erneut betrachtet werden müssen. Zeichnen Sie anschließend den entstandenen Wegebaum, d. h. den Graphen G , in dem nur noch diejenigen Kanten vorkommen, die Teil der kürzesten Wege von s zu allen anderen Knoten sind.

Lösungsvorschlag

| Nr | „schwarze“ Knoten | „graue“ Randknoten |
|----|-------------------|---|
| 1 | (s, -, 0) | [(b, s, 3)] (d, s, 8) (e, s, 13) (h, s, 5) |
| 2 | (b, s, 3) | (d, s, 8) (e, b, 9) (g, b, 7) [(h, s, 5)] |
| 3 | (h, s, 5) | (d, s, 8) (e, b, 9) [(g, b, 7)] |
| 4 | (g, b, 7) | [(d, s, 8)] (e, b, 9) |
| 5 | (d, s, 8) | (c, d, 15) [(e, b, 9)] (f, d, 12) |
| 6 | (e, b, 9) | (c, e, 14) [(f, d, 12)] |
| 7 | (f, d, 12) | (a, f, 21) [(c, f, 13)] |
| 8 | (c, f, 13) | [(a, c, 17)] |
| 9 | (a, c, 17) | |



Alternativer Lösungsweg

Lösungsvorschlag

| Nr. | besucht | a | b | c | d | e | f | g | h | s |
|-----|---------|-----------|----------|-----------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|
| 0 | | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 0 |
| 1 | s | ∞ | 3 | ∞ | 8 | 13 | ∞ | ∞ | 5 | 0 |
| 2 | b | ∞ | 3 | ∞ | 8 | 9 | ∞ | 7 | 5 | |
| 3 | h | ∞ | | ∞ | 8 | 9 | ∞ | 7 | 5 | |
| 4 | g | ∞ | | ∞ | 8 | 9 | ∞ | 7 | | |
| 5 | d | ∞ | | 15 | 8 | 9 | 12 | | | |
| 6 | e | ∞ | | 14 | | 9 | 12 | | | |
| 7 | f | 21 | | 13 | | | 12 | | | |
| 8 | c | 17 | | 13 | | | | | | |
| 9 | a | 17 | | | | | | | | |

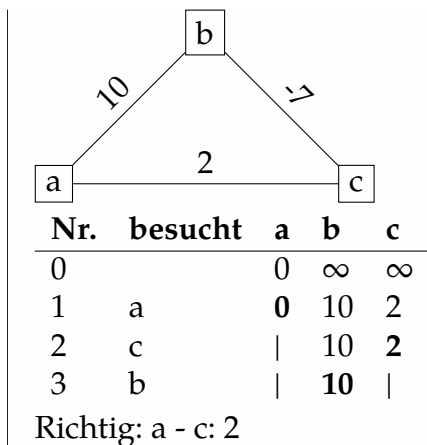
| nach | Entfernung | Reihenfolge | Pfad |
|-------|------------|-------------|-------------------|
| s → a | 17 | 9 | s → d → f → c → a |
| s → b | 3 | 2 | s → b |
| s → c | 13 | 8 | s → d → f → c |
| s → d | 8 | 5 | s → d |
| s → e | 9 | 6 | s → b → e |
| s → f | 12 | 7 | s → d → f |
| s → g | 7 | 4 | s → b → g |
| s → h | 5 | 3 | s → h |
| s → s | 0 | 1 | |

(b) Der Dijkstra-Algorithmus liefert bekanntlich auf Graphen mit negativen Kantengewichten unter Umständen ein falsches Ergebnis.

(i) Geben Sie einen Graphen mit negativen Kantengewichten an, sodass der Dijkstra-Algorithmus ausgehend von einem von Ihnen ausgezeichneten Startknoten ein korrektes Ergebnis liefert.

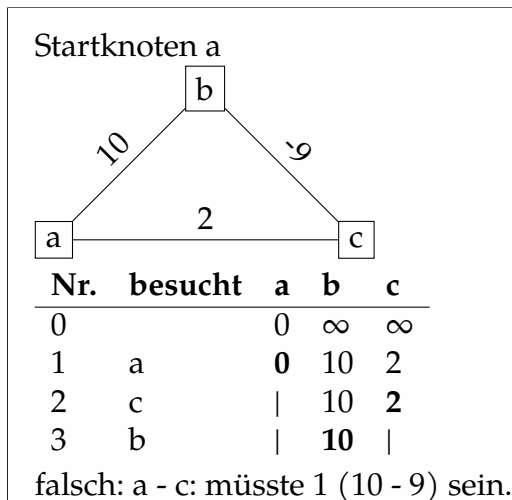
Lösungsvorschlag

Startknoten a

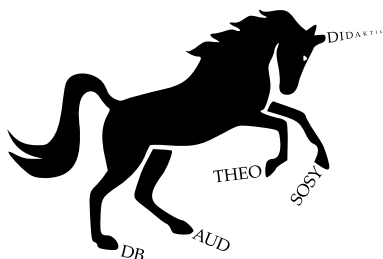


- (ii) Geben Sie einen Graphen mit negativen Kantengewichten an, sodass der Dijkstra-Algorithmus ausgehend von einem von Ihnen ausgezeichneten Startknoten ein falsches Ergebnis liefert.

Lösungsvorschlag



Ein Beweis oder eine Begründung ist jeweils nicht erforderlich.



Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.