Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen / Datenstrukturen (nicht vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 46115 / 2015 / Herbst

Thema 2 / Aufgabe 1

(*Hashing mit Modulo 8*)

Stichwörter: Streutabellen (Hashing)

Fügen Sie die folgenden Werte in der gegebenen Reihenfolge in eine Streutabelle der Größe 8 (mit den Indizes 0 bis 7) und der Streufunktion $h(x) = x \mod 8$ ein. Verwenden Sie die jeweils angegebene Hash-Variante bzw. Kollisionsauflösung: 15, 3, 9, 23, 1, 8, 17, 4

(a) Offenes Hashing

Zur Kollisionsauflösung wird Verkettung verwendet.

Beispiel

Für die beiden Werte 8 und 16 würde die Lösung wie folgt aussehen:

Bucket	0	1	2	⋯
Inhalt	8			
	16			

Lösungsvorschlag

$$
\begin{aligned}
h(15) &= 15 \mod 8 = 7 \\
h(3) &= 3 \mod 8 = 3 \\
h(9) &= 9 \mod 8 = 1 \\
h(23) &= 23 \mod 8 = 7 \\
h(1) &= 1 \mod 8 = 1 \\
h(8) &= 8 \mod 8 = 0 \\
h(17) &= 17 \mod 8 = 1 \\
h(4) &= 4 \mod 8 = 4
\end{aligned}
$$

Bucket	0	1	2	3	4	5	6	7
Inhalt	8	9		3	4			15
		1						23
		17						

(b) Geschlossenes Hashing

Zur Kollisionsauflösung wird lineares Sondieren (nur hochzählend) mit Schrittweite $+5$ verwendet.

Treten beim Einfügen Kollisionen auf, dann notieren Sie die Anzahl der Versuche zum Ablegen des Wertes im Subskript (z. B. das Einfügen des Wertes 8 gelingt im 5. Versuch: 8_5).

Beispiel

Für die beiden Werte 8 und 16 würde die Lösung wie folgt aussehen:

Bucket	0	1	2	3	4	5	⋯
Inhalt	8					16_1	

Lösungsvorschlag

$h'(x) = x \mod 8$

$h(x,i) = (h'(x) + i \cdot 5) \mod 8$

17 einfügen

Bucket	0	1	2	3	4	5	6	7
Inhalt	8	9		3	23_2		1_2	15

1. Versuch: $h(17,0) = (h'(17) + 0 \cdot 5) \mod 8 = (1+0) \mod 8 = 1 \mod 8 = 1$ (belegt von 9)
2. Versuch: $h(17,1) = (h'(17) + 1 \cdot 5) \mod 8 = (1+5) \mod 8 = 6 \mod 8 = 6$ (belegt von 1)
3. Versuch: $h(17,2) = (h'(17) + 2 \cdot 5) \mod 8 = (1+10) \mod 8 = 11 \mod 8 = 3$ (belegt von 3)
4. Versuch: $h(17,3) = (h'(17) + 3 \cdot 5) \mod 8 = (1+15) \mod 8 = 16 \mod 8 = 0$ (belegt von 8)
5. Versuch: $h(17,4) = (h'(17) + 4 \cdot 5) \mod 8 = (1+20) \mod 8 = 21 \mod 8 = 5$

4 einfügen

Bucket	0	1	2	3	4	5	6	7
Inhalt	8	9		3	23_2	17_5	1_2	15

1. Versuch: $h(4,0) = (h'(4) + 0 \cdot 5) \mod 8 = (4+0) \mod 8 = 4$ (belegt von 23)
2. Versuch: $h(4,1) = (h'(4) + 1 \cdot 5) \mod 8 = (4+5) \mod 8 = 1$ (belegt von 9)
3. Versuch: $h(4,2) = (h'(4) + 2 \cdot 5) \mod 8 = (4+10) \mod 8 = 6$ (belegt von 1)
4. Versuch: $h(4,3) = (h'(4) + 3 \cdot 5) \mod 8 = (4+15) \mod 8 = 3$ (belegt von 3)
5. Versuch: $h(4,4) = (h'(4) + 4 \cdot 5) \mod 8 = (4+20) \mod 8 = 0$ (belegt von 8)
6. Versuch: $h(4,5) = (h'(4) + 5 \cdot 5) \mod 8 = (4+25) \mod 8 = 5$ (belegt von 17)
7. Versuch: $h(4,6) = (h'(4) + 6 \cdot 5) \mod 8 = (4+30) \mod 8 = 2$

Bucket	0	1	2	3	4	5	6	7
Inhalt	8	9	4_7	3	23_2	17_5	1_2	15

(c) Welches Problem tritt auf, wenn zur Kollisionsauflösung lineares Sondieren mit Schrittweite 4 verwendet wird? Warum ist 5 eine bessere Wahl?

Lösungsvorschlag

Beim linearen Sondieren mit der Schrittweite 4 werden nur zwei verschiedene Buckets erreicht, beispielsweise: 1, 5, 1, 5, etc.

Beim linearen Sondieren mit der Schrittweite 5 werden nacheinander alle möglichen Buckets erreicht, beispielsweise: 1, 6, 3, 0, 5, 2, 7, 4.

Additum

Kleines Java-Hilfsprogramm zum Ausrechnen der Sondierungen

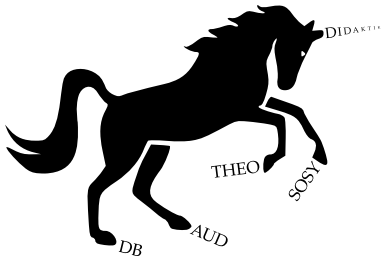
```java
public class Hashing {
  public static int hashen(int x) {
    return (x % 8);
  }

  public static int sondieren(int x, int i) {
    int ergebnis = (hashen(x) + i * 5) % 8;
    System.out.println(String.format("h(%s,%s) = %s", x, i, ergebnis));
    return ergebnis;
  }

  public static void main(String[] args) {
    for (int i = 0; i < 5; i++) {
      sondieren(17, i);
    }

    for (int i = 0; i < 7; i++) {
      sondieren(4, i);
    }
  }
}
```

Code-Beispiel auf Github ansehen: `src/main/java/org/bschlangaul/aufgaben/aud/baum/Hashing.java`



Die Bschlangaul-Sammlung
Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net.Der TEX-Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: `https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben-tex/blob/main/Examen/46115/2015/09/Thema-2/Aufgabe-1.tex`