

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 66115 / 2019 / Frühjahr

Thema 1 / Aufgabe 5

(BEHAELTER GERADEBEHAELTER)

Stichwörter: Komplexitätstheorie, Polynomialzeitreduktion

Wir betrachten das Behälterproblem BEHAELTER. Gegeben ist eine Menge von $k \in \mathbb{N}$ Behältern, die jeweils ein Fassungsvermögen der Größe $b \in \mathbb{N}$ haben. Gegeben sind weiterhin n Objekte mit jeweiligen Größen a_1, \dots, a_n . Gesucht ist eine Zuordnung der n Objekte auf die k Behälter, sodass keiner der Behälter überläuft.

Formal sind Instanzen des Behälterproblems BEHAELTER durch Tupel (k, a_1, \dots, a_n) gegeben, die wie folgt zu interpretieren sind:

- $k \in \mathbb{N}$ steht für eine Anzahl von Behältern.
- Jeder Behälter hat ein Fassungsvermögen von $b \in \mathbb{N}$.
- Die a_i stehen für die jeweiligen Größen von n Objekten.

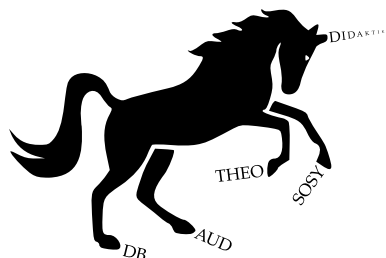
Zuordnungen von Objekten zu Behältern geben wir durch eine Funktion v an, wobei $v(j) = i$ wenn das j -te Objekt (mit Größe a_j) dem i -ten Behälter zugeordnet wird.

(k, b, a_1, \dots, a_n) ist eine JA-Instanz von BEHAELTER, wenn es eine Zuordnung v von Objekten auf Behälter ($v : [1; n] \rightarrow [1; k]$) gibt, die sicherstellt, dass kein Behälter überläuft:

$$(k, b, a_1, \dots, a_n) \in \text{BEHAELTER} \iff (\exists v : [1; n] \rightarrow [1; k]. \forall i. \sum_{j: v(j)=i} a_j \leq b)$$

Wir betrachten auch das modifizierte Problem GERADEBEHAELTER. Instanzen von GERADEBEHAELTER tragen die zusätzliche Einschränkung, dass alle a_i gerade (durch zwei teilbar) sein müssen.

- (a) Warum ist sowohl BEHAELTER \in NP als auch GERADEBEHAELTER \in NP?
- (b) Beweisen Sie, dass das Problem BEHAELTER auf das Problem GERADEBEHAELTER in polynomieller Zeit reduzierbar ist.
- (c) BEHAELTER ist NP-vollständig. Begründen Sie, was obige Reduktion für die Komplexität von GERADEBEHAELTER bedeutet. BEHAELTER ist NP-vollständig. Begründen Sie, was obige Reduktion für die Komplexität von GERADEBEHAELTER bedeutet.



Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net. Der TeX-Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben-tex/blob/main/Examen/66115/2019/03/Thema-1/Aufgabe-5.tex>