Prüfungsteilnehmer	Prüfungstermin	Einzelprüfungsnummer
Kennzahl: ______________ Kennwort: ______________ Arbeitsplatz-Nr.: ________	**Herbst** **2005**	**46113**

Erste Staatsprüfung für ein Lehramt an öffentlichen Schulen

- Prüfungsaufgaben -

Fach: **Informatik (Unterrichtsfach)**

Einzelprüfung: **Theoretische Informatik**

Anzahl der gestellten Themen (Aufgaben): 2

Anzahl der Druckseiten dieser Vorlage: 4

Bitte wenden!

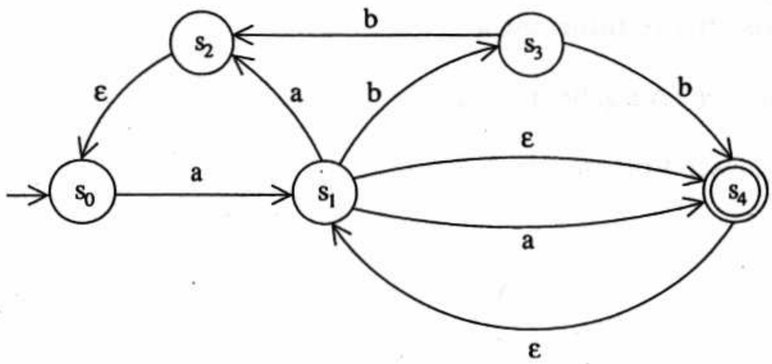
Thema Nr. 1

Sämtliche Teilaufgaben sind zu bearbeiten!

Vorbemerkung: Bei der Lösung von Teilaufgaben können (wenn möglich) Lösungen der vorherigen Teilaufgaben vorausgesetzt werden, auch wenn diese nicht gelöst wurden.

Aufgabe 1

Gegeben ist der folgende nichtdeterministische endliche Automat A mit Leerübergängen. (Ein Leerübergang hat die Markierung "ε" und besagt, dass der Automat (spontan) einen Zustandswechsel durchführen kann ohne ein Eingabezeichen zu lesen.)



Es bezeichne $L(A)$ die von A akzeptierte Sprache.

a) Konstruieren Sie einen äquivalenten Automaten ohne Leerübergänge.

b) Konstruieren Sie einen äquivalenten, minimalen deterministischen Automaten.

c) Beweisen Sie unter Verwendung des in Teil b) konstruierten minimalen Automaten, dass für jedes $w \in L(A)$ gilt: Die Anzahl der in w vorkommenden Zeichen b ist gerade.

d) Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die Sprache $L(A)$ beschreibt.

e) Geben Sie eine rechtslineare Grammatik an, die die Sprache $L(A)$ erzeugt.

Aufgabe 2

Für eine primitiv rekursive Funktion $f : N \to N$ sei die (von f abhängige) Menge $M_f \subseteq N$ folgendermaßen definiert (wobei N die Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der 0 bezeichnet):

$$M_f = \{x \in N \mid \exists z \leq x, f(z) = x\}$$

a) Geben Sie primitiv rekursive Funktionen $f1$ und $f2$ an mit $M_{f1} = N$ und $M_{f2} = \{0\}$.

b) Zeigen Sie, dass es keine primitiv rekursive Funktion f gibt mit $M_f = \emptyset$.

Es soll nun bewiesen werden, dass M_f primitiv rekursiv ist, d.h. dass die charakteristische Funktion $\chi_{M_f} : N \to N$ (mit $\chi_{M_f}(x) = 1$ falls $x \in M_f$, $\chi_{M_f}(x) = 0$ sonst) primitiv rekursiv ist. Zum Beweis sind die Teilaufgaben c) und d) zu bearbeiten.

c) Die (von f abhängige) Funktion $\Phi_f : N^2 \to N$ wird definiert durch

$$\Phi_f(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \exists z \leq y \text{ mit } f(z) = x \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass Φ_f primitiv rekursiv ist. Beim Beweis ist das Schema der primitiven Rekursion mit geeigneten primitiv rekursiven Funktionen $g : N \to N$ und $h : N^3 \to N$ zu verwenden. Dabei kann vorausgesetzt werden, dass die Funktionen $eq : N^2 \to N$ und $or : N^2 \to N$ primitiv rekursiv sind, wobei $eq(x,y) = 1$ falls $x = y$, $eq(x,y) = 0$ sonst und $or(x,y) = 1$ falls $x \neq 0$ oder $y \neq 0$, $or(x,y) = 0$ sonst.

d) Zeigen Sie unter Verwendung von Teil c), dass M_f primitiv rekursiv ist.

Thema Nr. 2

Aufgabe 1

Gegeben sind die drei folgenden Sprachen L_1, L_2 und L (jeweils über dem Alphabet $\{a,b,c\}$).

$$L_1 = \{a^i b^k c^k \mid i,k > 0\}$$
$$L_2 = \{a^i b^i c^k \mid i,k > 0\}$$
$$L = \{a^i b^j c^k \mid i,j,k > 0, i = j \text{ oder } j = k\}$$

a) Beweisen Sie, dass L_1 nicht regulär ist!

b) Geben Sie kontextfreie Grammatiken G_1 und G_2 an, die die Sprachen L_1 bzw. L_2 erzeugen!

c) Wie kann man aus den beiden Grammatiken für L_1 und L_2 eine Grammatik G konstruieren, die die Sprache L erzeugt? (Begründung ohne Beweis!)

d) Zeigen Sie, dass die in Teil c) konstruierte Grammatik G mehrdeutig ist!

e) Ist die Sprache $L_1 \cap L_2$ kontextfrei? (Begründung ohne Beweis!)

Aufgabe 2

Geben Sie einen vollständigen deterministischen endlichen Automaten (etwa in Form eines Zustandsdiagramms) an, der genau diejenigen Worte aus $\{a,b\}^*$ akzeptiert, die an drittletzter Position das Zeichen a stehen haben. Begründen (beweisen) Sie, dass der Automat alle diese und nur diese Worte akzeptiert!

Hinweis: Konstruieren Sie zuerst einen nichtdeterministischen endlichen Automaten, der die genannte Menge akzeptiert.