Prüfungsteilnehmer	Prüfungstermin	Einzelprüfungsnummer
Kennzahl: ____________	**Frühjahr 2002**	**66112**
Kennwort: ____________		
Arbeitsplatz-Nr.: ________		

Erste Staatsprüfung für ein Lehramt an öffentlichen Schulen

- Prüfungsaufgaben -

Fach: **Informatik (vertieft studiert)**

Einzelprüfung: **Automatentheorie,Komplexität,Algorith.**

Anzahl der gestellten Themen (Aufgaben): 2

Anzahl der Druckseiten dieser Vorlage: 5

Bitte wenden!

Thema Nr. 1

Sämtliche Teilaufgaben sind zu bearbeiten!

Thema : **Automaten, formale Sprachen, rekursive Funktionen**

1. Sei $\sum = \{a, b, c\}$ ein Alphabet. Man gebe an, von welchem Chomsky-Typ i (mit $1 \leq i \leq 3$) die folgenden Sprachen sind, wobei i jeweils maximal sein soll. Zur Begründung gebe man jeweils eine erzeugende Grammatik oder einen akzeptierenden Automaten für die Sprache an und beweise, dass die Sprache davon erzeugt bzw. akzeptiert wird!

(i) $L = \{a^k b^m c^n \mid 0 \leq k, m, n\}$ sowie
$L' = \sum^* - L$

(ii) $L = \{a^k b^m c^n \mid 0 \leq m < k, 0 \leq n\}$

(iii) $L = (\sum^* - \{a^m b^m c^n \mid 0 \leq m, n\}) \cap a^*b^*c^*$

Fortsetzung nächste Seite!

2. Welche Sprache wird von folgender Chomsky-Grammatik vom Typ 1 erzeugt?

$S \rightarrow SA \mid 1\$1$

$1A \rightarrow A11$

$\$A \rightarrow 0\$ \mid 1\$1$

Hinweis: Offensichtlich werden Wörter der Gestalt u\$v erzeugt. Man gebe an, wie die Teilwörter v aussehen und in welcher Beziehung jeweils das u zum v steht - natürlich jeweils mit Beweis!

3. Welche der folgenden Fälle des Postschen Korrespondenzproblems haben eine Lösung, welche nicht? Man gebe entweder eine Lösung oder eine Begründung für die Nichtlösbarkeit an!

(i) (aa, aab), (bb, ba), (abb, b)
(ii) (aaa, aa), (aaaa, aaa)
(iii) (a, aaa), (abaaa, ab), (ab, b)
(iv) (ab, aba), (ba, aa), (abab, baa).

4. Man gebe explizite Darstellungen der folgenden über den ganzen Zahlen rekursiv definierten Funktionen an:

f(x) = **if** x < 4 **then** f(f(x + 2)) **else** x - 1 **end**

f(x) = **if** x ≥ 4 **then** f(f(x-2)) **else** x - 1 **end**

Hinweis: Man mache eine Fallunterscheidung für verschiedene Wertebereiche für x und beweise die einzelnen Teilaussagen mit vollständiger Induktion!

Thema Nr. 2

Sämtliche Teilaufgaben sind zu bearbeiten!

1. Sei L die Sprache aller Wörter über dem Zeichenvorrat {a,b}, die doppelt so viele Vorkommen von 'a' wie von 'b' enthalten. Beweisen Sie oder widerlegen Sie:

   a) L ist kontextsensitiv.

   b) L ist kontextfrei.

   c) L ist regulär.

2. Konstruieren Sie einen vollständigen deterministischen erkennenden Automaten, der genau die durch den regulären Ausdruck ab*|(ac)* gegebene Sprache über dem Zeichenvorrat {a,b,c} akzeptiert!

3. Zeigen Sie die Äquivalenz der beiden regulären Ausdrücke
   - b| a(ba)*bb
   - (ab)*b

4. Beweisen Sie: Ist f: $\mathbf{N}^2 \rightarrow \mathbf{N}$ primitiv rekursiv, so ist auch g : $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ mit

$$g(n) = \sum_{i=1}^{n} f(i,n)$$

   primitiv rekursiv.

5. Zeigen Sie, dass die Präfixrelation (präfix(u,v) **:** <--> -$\exists$ w $\in$ {a,b}* : u w = v) auf {a,b}* entscheidbar ist.

6. Seien paarcod : $\mathbf{N}^2 \rightarrow \mathbf{N}$; q_1, q_2: $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ gegebene primitiv rekursive Funktionen mit paarcod(x,y) = z <--> $q_1(z)$ = x und $q_2(z)$ = y für alle x, y, z.

   a) Zeigen Sie, dass die durch (x$\in$ **N** , y$\in$ **N***, ε leere Folge)

   - c : $\mathbf{N}^* \rightarrow \mathbf{N}$, $c(\varepsilon) = 0$, $c(\langle x \rangle \circ y) = \text{paarcod}(x, c(y)) + 1$

   gegebene Funktion c bijektiv ist.

Fortsetzung nächste Seite!

b) Für Zahlenfolgen $\langle y_1, \ldots, y_k \rangle$ und Zahlen x seien die Keller-Operationen Push, Top, Rest, Leer charakterisiert durch:

- $\text{Push}(x, \langle y_1, \ldots, y_k \rangle) = \langle x, y_1, \ldots, y_k \rangle$
- $\text{Top}(\langle y_1, \ldots, y_k \rangle) = y_1$
- $\text{Rest}(\langle y_1, \ldots, y_k \rangle) = \langle y_2, \ldots, y_k \rangle$
- $\text{Leer}(\langle y_1, \ldots, y_k \rangle) =$ if $k = 0$ then true else false

Beschreiben Sie primitiv rekursive Funktionen push, top, rest, leer, die entsprechende Operationen auf den Codewerten c(y) von Zahlenfolgen y ausführen.

7. Aussagenlogik

a) Beweisen Sie: "$(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$" ist eine Tautologie.

b) Folgt aus $\{(A \rightarrow B), \neg A\}$ die Formel $\neg B$?

c) Formalisieren Sie aussagenlogisch die folgenden beiden Aussagen und zeigen Sie ihre Äquivalenz:

- "Wenn das Kind durstig oder hungrig ist und wir den Koch erreichen, so rufen wir ihn."
- "Wenn das Kind durstig ist, so rufen wir den Koch, falls wir ihn erreichen, und, wenn wir den Koch erreichen, so rufen wir ihn, wenn das Kind hungrig ist."