Prüfungsteilnehmer	Prüfungstermin	Einzelprüfungsnummer
Kennzahl: ____________	**HERBST 1991**	**66110**
Kennwort: ____________		
Arbeitsplatz-Nr.: _____		

Erste Staatsprüfung für ein Lehramt an öffentlichen Schulen

- Prüfungsaufgaben -

Fach: Informatik (vertieft studiert)

Einzelprüfung: Automatentheorie, Algorithm. Sprachen

Anzahl der gestellten Themen (Aufgaben): 1

Anzahl der Druckseiten dieser Vorlage: 4

bitte wenden!

Die gesamte Prüfungsaufgabe besteht aus den nachfolgenden Aufgaben 1 - 4.

Aufgabe 1

Gegeben seien das Alphabet $A = \{a,b\}$ sowie folgende Mengen M_1 und M_2:

M_1 = Menge aller Zeichenreihen über A, die mindestens ein Paar aufeinanderfolgender Zeichen **a** enthalten,

M_2 = Menge aller Zeichenreihen über A, die höchstens ein Paar aufeinanderfolgender gleicher Zeichen enthalten.

a) Geben Sie eine reguläre Grammatik an, die M_1 als Sprachschatz hat!

b) Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten an, der genau die Zeichenreihen von M_2 akzeptiert!

c) Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der eine Menge L von Zeichenreihen über A beschreibt, für die gilt:

$$M_1 = LA^*.$$

Beweisen Sie Ihre Behauptung!

d) Beweisen oder widerlegen Sie: Es gibt eine Menge N von Zeichenreihen über A mit

$$M_2 = NA^*.$$

Aufgabe 2

M sei die Menge aller Zeichenreihen w über dem Alphabet $\{0,1\}$ mit der Eigenschaft, daß w doppelt so viele Zeichen 1 wie Zeichen 0 enthält.

Geben Sie eine Turingmaschine an, die genau die Menge M akzeptiert!

Aufgabe 3

Hinweis: Verwenden Sie zur Beschreibung der in dieser Aufgabe zu entwickelnden Algorithmen eine Syntax, wie sie in höheren Programmiersprachen wie PASCAL, MODULA o.ä. üblich ist.

Für die Menge bbchar aller Binärbäume über einer Grundmenge char von Zeichen seien als Grundoperationen verfügbar:

empty: → bbchar,	*empty* = leerer Binärbaum,
isempty: bbchar → boolean,	*isempty*(b) = *true* ⇔ b ist leer,
root: bbchar → char,	*root*(b) = Wurzel von b, falls $b \neq$ *empty*,
left: bbchar → bbchar,	*left*(b) = linker Unterbaum von b, falls $b \neq$ *empty*,
right: bbchar → bbchar,	*right*(b) = rechter Unterbaum von b, falls $b \neq$ *empty*.

(Für b = *empty* ist *root*(b), *left*(b), *right*(b) jeweils undefiniert.)

Fortsetzung nächste Seite!

a) Definieren Sie mit Hilfe dieser Grundoperationen rekursiv die folgenden weiteren Operationen (wobei diese Definitionen gegebenenfalls auf weitere geeignet definierte Operationen abgestützt werden können):

a1) *bbgleich*: bbchar × bbchar → boolean,
bbgleich(b_1,b_2) = *true* ⇔ b_1 und b_2 sind gleich,

a2) *istord*: bbchar → boolean, *istord*(b) = *true* ⇔ b ist geordnet (sortiert),

a3) *istvoll*: bbchar → boolean, *istvoll*(b) = *true* ⇔ b ist vollständig.

b) Die Operation *enthalten*: bbchar × char → boolean mit

enthalten(b,x) = *true* ⇔ x ist als Knoten in b enthalten

kann rekursiv wie folgt definiert werden:

enthalten(b,x) = **if** *isempty*(b) **then** *false*
else x = *root*(b) ∨ *enthalten*(*left*(b),x) ∨ *enthalten*(*right*(b,x))
endif

Geben Sie - unter Verwendung einer geeignet gewählten Datenstruktur keller (für Kellerspeicher) - einen iterativen Algorithmus an, der *enthalten*(b,x) für gegebene b und x berechnet!

c) Unter der Voraussetzung, daß b geordnet (sortiert) ist, läßt sich *enthalten* linear rekursiv definieren.

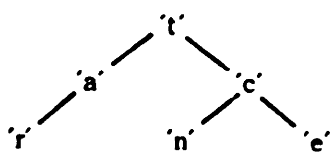
Geben Sie diese Definition und einen entsprechenden iterativen Algorithmus (ohne Verwendung eines Kellers) zur Berechnung an!

d) Binärbäume seien nun in üblicher Weise durch Geflechte realisiert, in PASCAL-Notation etwa:

```
TYPE bbchar  = ↑bbelem;
     bbelem  = RECORD
                 wurzel : char;
                 lub : bbchar;     (* linker Unterbaum *)
                 rub : bbchar      (* rechter Unterbaum *)
               END;
```

Geben Sie Algorithmen zur Realisierung der Operationen *isempty*, *root* und *left* gemäß dieser Darstellung an!

e) Geben Sie einen Algorithmus an, der den Binärbaum



in der Darstellung von Teilaufgabe d) erzeugt!

Geben Sie dazu zunächst einen Algorithmus für die Operation

compose: char × bbchar × bbchar → bbchar,
compose(x,b_1,b_2) = Binärbaum mit Wurzel x, linkem Unterbaum b_1 und rechtem Unterbaum b_2

an und verwenden Sie diesen zum Aufbau des Binärbaums!

Fortsetzung nächste Seite!

Aufgabe 4

Durch die Funktionsvereinbarung

> **function** $f(x,y,z\text{:nat})\text{nat}$:
> **if** $x = y$ **then** z **else** $f(x,y+1,(y+1)*z)$ **endif**

ist eine Funktion $f: \mathbb{N}_0^3 \to \mathbb{N}_0$ gegeben.

a) Bestimmen Sie den Wert von $f(4,0,2)$!

b) Beweisen Sie: $f(x,y,z)$ terminiert für alle $x,y,z \in \mathbb{N}_0$ mit $x \geq y$!