

Kennzahl: _____

Frühjahr

Kennwort: _____

2000

66112

Arbeitsplatz-Nr.: _____

Erste Staatsprüfung für ein Lehramt an öffentlichen Schulen

- Prüfungsaufgaben -

Fach: **Informatik (vertieft studiert)**

Einzelprüfung: **Automatentheorie, Komplexität, Algorith.**

Anzahl der gestellten Themen (Aufgaben): 2

Anzahl der Druckseiten dieser Vorlage: 7

Bitte wenden!

Thema Nr. 1

Sämtliche Teilaufgaben sind zu bearbeiten!

Verwenden Sie zur Beschreibung von Algorithmen bzw. Datentypen eine imperative Programmiersprache wie PASCAL oder MODULA oder einen entsprechenden „Pseudocode“. Alle anzugebenden Algorithmen, Programme, Grammatiken oder Automaten müssen durch Kommentare erläutert werden. Die Qualität der Erläuterungen trägt wesentlich zur Bewertung bei.

Einführung:

Die folgenden Aufgaben sind unabhängig voneinander und sollen alle gelöst werden. Sie beziehen sich auf einen Dokumenttyp namens Bericht, der wie folgt definiert ist:

- Ein *Bericht* besteht aus folgenden Komponenten in der gegebenen Reihenfolge:
 - einem *Titel*,
 - einer *Autorenliste* (die aber optional ist, also auch entfallen kann),
 - einer *Zusammenfassung*,
 - einer nichtleeren und endlichen Folge von *Kapiteln*,
- Eine *Autorenliste* ist eine nichtleere und endliche Folge von *Namen*.
- Eine *Zusammenfassung* besteht aus genau einem *Absatz*.
- Ein *Kapitel* besteht aus folgenden Komponenten in der gegebenen Reihenfolge:
 - einem *Titel*,
 - einer nichtleeren und endlichen Folge von *Absätzen*.

Das folgende Dokument ist vom Typ *Bericht*. Die Aufgaben 2 und 5 beziehen sich auf dieses Beispiel.

Dokumentstruktur			Dokument
<i>Bericht</i>	<i>Titel</i>	→	The Computer in two Chapters
	<i>Autorenliste</i>	<i>Name</i>	→ Anton Ackermann
		<i>Name</i>	→ Berta Bloch
	<i>Zusammenfassung</i>	<i>Absatz</i>	→ This report explains the essentials of computers.
	<i>Kapitel</i>	<i>Titel</i>	→ Hardware
		<i>Absatz</i>	→ You might get it into your pocket.
	<i>Kapitel</i>	<i>Titel</i>	→ Software
		<i>Absatz</i>	→ You might get it into your head.
		<i>Absatz</i>	→ Can be pretty hard, too.

Fortsetzung nächste Seite!

Auf welche Weise ein Teiltext eines Dokuments vom übrigen Text abgegrenzt und eindeutig als eine der Dokumentkomponenten *Titel*, *Name* oder *Absatz* klassifiziert werden kann, und welchen inneren Aufbau er dazu haben muss, spielt im Folgenden keine Rolle. Die Aufgaben behandeln nicht das Dokument, sondern die Dokumentstruktur, die auf den Dokumentkomponenten *Titel*, *Name* und *Absatz* aufbaut. Ab sofort werden diese drei Dokumentkomponenten mit *t*, *n*, *a* abgekürzt.

Auf dieser Beschreibungsebene wird das obige Dokument durch die Komponentenfolge *Titel Name Name Absatz Titel Absatz Titel Absatz Absatz* repräsentiert, abgekürzt *tnnatataa*.

Also ist *tnnatataa* eine zulässige Komponentenfolge für Dokumente vom Typ *Bericht*. Dagegen ist die Komponentenfolge *nnatataa* für Dokumente vom Typ *Bericht* nicht zulässig, da ein *Bericht* nach der obigen Definition mit einem *Titel* beginnen muss.

Aufgabe 1

Geben Sie eine Grammatik G_1 in Erweiterter Backus-Naur-Form (EBNF) an, die genau die zulässigen Komponentenfolgen für Dokumente vom Typ *Bericht* erzeugt. Die Grammatik soll so weit wie möglich der verbalen Definition des Dokumenttyps *Bericht* in der Einführung entsprechen.

Verwenden Sie dazu die Terminalsymbole *t*, *n*, *a* und die folgenden Nichtterminalsymbole:

Bericht, *Autorenliste*, *Zusammenfassung*, *Kapitel*

Geben Sie sämtliche Bestandteile der Grammatik G_1 vollständig an.

Aufgabe 2

2.1 Geben Sie eine Grammatik G_2 vom Typ 3 (regulär) an, die genau die zulässigen Komponentenfolgen für Dokumente vom Typ *Bericht* erzeugt.

Verwenden Sie dazu die Terminalsymbole *t*, *n*, *a*.

Geben Sie sämtliche Bestandteile der Grammatik G_2 vollständig an.

2.2 Zeigen Sie, dass die Komponentenfolge *tnnatataa* des Beispieldokuments in der Einführung von der Grammatik G_2 erzeugt wird.

Aufgabe 3

Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten A an, der genau die zulässigen Komponentenfolgen für Dokumente vom Typ *Bericht* akzeptiert.

Verwenden Sie dazu die Terminalsymbole *t*, *n*, *a*.

3.1 Definieren Sie den endlichen Automaten A in Form eines Diagramms.

3.2 Definieren Sie den endlichen Automaten in der Form $A = (Z, \Sigma, \delta, z_0, E)$.

Geben Sie jeden der Bestandteile Z , Σ , δ , z_0 und E des Automaten A vollständig an und nennen Sie jeweils seine Bedeutung.

Fortsetzung nächste Seite!

Aufgabe 4

Der Dokumenttyp *erweiterter_Bericht* sei definiert wie *Bericht*, aber zusätzlich kommt unmittelbar nach der *Zusammenfassung* noch ein *Inhaltsverzeichnis*. Dieses besteht aus der Folge der *Titel* der *Kapitel* des Dokuments. Das folgende Dokument ist vom Typ *erweiterter_Bericht*.

Dokumentstruktur		Dokument
<i>Bericht</i>	<i>Titel</i>	→ The Computer in two Chapters
	<i>Autorenliste</i>	<i>Name</i> → Anton Ackermann
		<i>Name</i> → Berta Bloch
	<i>Zusammenfassung</i>	<i>Absatz</i> → This report explains the essentials of computers.
	<i>Inhaltsverzeichnis</i>	<i>Titel</i> → Hardware
		<i>Titel</i> → Software
	<i>Kapitel</i>	<i>Titel</i> → Hardware
		<i>Absatz</i> → You might get it into your pocket.
	<i>Kapitel</i>	<i>Titel</i> → Software
		<i>Absatz</i> → You might get it into your head.
		<i>Absatz</i> → Can be pretty hard, too.

Die Komponentenfolge *tnnattataa* dieses Dokuments ist also zulässig für Dokumente vom Typ *erweiterter_Bericht*. Allerdings hätte ein Dokument, dessen *Inhaltsverzeichnis* die *Titel* in einer anderen Reihenfolge enthält, die gleiche Komponentenfolge. Auf der Beschreibungsebene der Komponentenfolgen ist dieser Unterschied nicht darstellbar. Die Komponentenfolge *tnnattataa* ist dagegen nicht zulässig, da darin zwei *t* vorkommen, die zu *Kapiteln* gehören, aber nur ein *t*, das zum *Inhaltsverzeichnis* gehören kann. Die beiden Anzahlen müssten aber gleich sein.

4.1 Beweisen Sie, dass die Menge aller zulässigen Komponentenfolgen für Dokumente vom Typ *erweiterter_Bericht* nicht durch eine Grammatik vom Typ 3 (regulär) erzeugt werden kann. Formulieren Sie die Sätze aus, die Ihr Beweis verwendet.

4.2 Geben Sie eine Grammatik vom Typ 2 (kontextfrei) an, die genau die Menge aller zulässigen Komponentenfolgen für Dokumente vom Typ *erweiterter_Bericht* erzeugt.

Aufgabe 5

Es stehe ein Datentyp *Komponente* mit folgenden Operationen zur Verfügung:

<i>istTitel</i> (k:Komponente):BOOLEAN	liefert TRUE gdw. k ein Titel ist.
<i>istName</i> (k:Komponente):BOOLEAN	liefert TRUE gdw. k ein Name ist.
<i>istAbsatz</i> (k:Komponente):BOOLEAN	liefert TRUE gdw. k ein Absatz ist.

Weiter stehe ein Datentyp *Komponentenfolge* mit folgenden Operationen zur Verfügung:

<i>leer</i> (f:Komponentenfolge):BOOLEAN	liefert TRUE gdw. f die leere Komponentenfolge ist.
<i>komponente1</i> (f:Komponentenfolge):Komponente	liefert die erste Komponente in f; undefiniert falls f leer ist.
<i>rest</i> (f:Komponentenfolge):Komponentenfolge	liefert die Teilfolge von f ab der zweiten Komponente; undefiniert falls f leer ist.

Fortsetzung nächste Seite!

- 5.1 Definieren Sie eine Funktionsprozedur `anzahlTitel_rek(f:Komponentenfolge):INTEGER`, die die Anzahl der Titel in `f` rekursiv berechnet.
- 5.2 Definieren Sie eine Funktionsprozedur `anzahlTitel_iter (f : Komponentenfolge) : INTEGER`, die die Anzahl der Titel in `f` iterativ berechnet.
- 5.3 Elemente des Datentyps `Komponentenfolge` sollen als einseitig verkettete Listen mit Verbunden und Verbundzeigern repräsentiert werden. Geben Sie eine Definition des Datentyps `Komponentenfolge` für diese Repräsentation an. Definieren Sie dazu passende Funktionsprozeduren für die angegebenen drei Operationen auf dem Datentyp `Komponentenfolge`.
- 5.4 Unabhängig von den obigen Vorgaben seien Datentypen `Titel`, `Name` und `Absatz` gegeben, mit denen die entsprechenden Komponenten eines Dokuments repräsentiert werden können.

Definieren Sie einen Datentyp `Bericht` und alle weiteren benötigten Datentypen, um die gesamte Dokumentstruktur von Dokumenten vom Typ *Bericht* repräsentieren zu können. Die Definitionen sollen so weit wie möglich der verbalen Definition des Dokumenttyps `Bericht` in der Einführung entsprechen. Halten Sie sich an die Konvention, dass Bezeichner von Typen mit Großbuchstaben anfangen und andere Bezeichner mit Kleinbuchstaben.

Sei `bericht` eine Variable des von Ihnen definierten Datentyps `Bericht`, deren Wert die Struktur des Beispieldokuments in der Einführung repräsentiert. Geben Sie einen Ausdruck an, mit dem auf den ersten Absatz des zweiten Kapitels zugegriffen wird.

Thema Nr. 2**Sämtliche Teilaufgaben sind zu bearbeiten!**

1. a) Zeigen Sie, dass die folgende Sprache L nicht regulär ist:

$$L = \{ a^n b a^m b a^{n+m} \mid n, m \geq 1 \}.$$

- b) Definieren Sie formal den Begriff eines Kellerautomaten.

- c) Beschreiben Sie einen Kellerautomaten M , der die Sprache

$$L = \{ a^n b a^m b a^{n+m} \mid n, m \geq 1 \}$$

akzeptiert.

2. Sei L die Sprache

$$L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid \text{der Teilstring } 011 \text{ ist nicht in } w \text{ enthalten} \}.$$

- a) Geben Sie das Zustandsdiagramm an für einen endlichen Automaten, der L akzeptiert.
- b) Geben Sie eine reguläre Grammatik G an, die L erzeugt.
- c) Geben Sie einen regulären Ausdruck für die Sprache L an.
3. Sei $G = (V, \Sigma, R, S)$ eine kontextfreie Grammatik, wobei $V = \{A, S\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und R die Menge der Regeln oder Produktionen

$$S \rightarrow aAS \mid a$$

$$A \rightarrow SbA \mid SS \mid ba.$$

Geben Sie einen Parsebaum und eine Linksableitung an für das Wort

aabb \bar{a} a.

4. Betrachten Sie die durch folgende Produktionen definierte kontextfreie Grammatik G mit den Regeln:

$S \rightarrow aAB$
 $A \rightarrow aBBC$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow bCC$
 $B \rightarrow b$
 $C \rightarrow c.$

Geben Sie einen regulären Ausdruck für die Sprache $L(G) = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$ an; d.h. $L(G)$ ist die Menge aller Wörter, die nur aus Terminalsymbolen bestehen und die von der Grammatik abgeleitet werden können.

5. a) Geben Sie eine genaue Formulierung des Pumping Lemmas für kontextfreie Sprachen an.
b) Zeigen Sie mit dem Pumping Lemma, dass die folgende Sprache nicht kontextfrei ist:

$$\{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}, j = i^2\}.$$

6. Ist die folgende Funktion $F : \{0,1,\dots,9\}^* \rightarrow \{0,1\}$ rekursiv? Die Eingabe x wird als Dezimalzahl interpretiert. Es ist $f(x) = 1$ genau dann, wenn es in der Dezimaldarstellung von x einen geschlossenen Block von mindestens x Siebenen gibt. Beweisen Sie Ihre Antwort.
7. a) Definieren Sie den Begriff einer kontextsensitiven Grammatik.
b) Sei $L = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 0, m \leq n\}$. Geben Sie eine kontextsensitive Grammatik für L an.
c) Geben Sie eine Ableitung des Worts $a^3 b^2 c^3$ mittels Ihrer Grammatik an.