Prüfungsteilnehmer	Prüfungstermin	Einzelprüfungsnummer
Kennzahl: ____ Kennwort: ____ Arbeitsplatz-Nr.: ____	**Frühjahr 2008**	**46113**

Erste Staatsprüfung für ein Lehramt an öffentlichen Schulen

— Prüfungsaufgaben —

Fach: **Informatik (Unterrichtsfach)**

Einzelprüfung: **Theoretische Informatik, Algorithmen**

Anzahl der gestellten Themen (Aufgaben): 2

Anzahl der Druckseiten dieser Vorlage: 5

Bitte wenden!

Thema Nr. 1

Aufgabe 1:

reguläre Mengen

Sei L die Menge aller Worte über dem Alphabet $\{a, b, c\}$, deren drittes Zeichen (von links) ein a und deren vorletztes Zeichen ein b ist.

Beschreiben Sie L

a) durch einen regulären Ausdruck,

b) durch einen deterministischen endlichen Automaten A.

Aufgabe 2:

Klassifikation von Sprachen

Was ist kleinste Klasse der Chomsky-Hierarchie, in der die Sprache

$$L = \{a^n b^n c^n \mid 0 \leq n \leq 100\} \text{ liegt.}$$

Begründen/beweisen Sie Ihre Antwort!

Sie dürfen hierzu bekannte Eigenschaften von Klassen der Chomsky-Hierarchie verwenden, ohne diese selbst zu beweisen, z. B. Pumping Lemmata für reguläre bzw. kontextfreie Sprachen oder entsprechende Automaten oder Maschinen bzw. Grammatiken. Bei der Angabe von Automaten oder Maschinen müssen Sie „high-level" beschreiben, wie der Automat/die Maschine arbeiten soll.

Aufgabe 3:

Determinismus und Nicht-Determinismus

Gegeben sind

a) endliche Automaten,

b) Kellerautomaten und

c) Turingmaschinen.

Für welche dieser Maschinen gilt, dass die deterministischen und die nicht-deterministischen Maschinen gleichmächtig sind bzw. dass dies nicht gilt?

Begründen Sie Ihre Antwort für (beliebige) zwei der drei Fälle a) - c)! Im Fall der Gleichmächtigkeit müssen Sie zur Begründung angeben, wie eine nicht-deterministische Maschine durch eine äquivalente deterministische simuliert wird. Der Beweis der Äquivalenz ist nicht gefordert. Andernfalls ist der Nachweis anhand passender und bekannter Gegenbeispiele zu führen.

Fortsetzung nächste Seite!

Aufgabe 4:

Konstruktion von Turingmaschinen

a) Konstruieren Sie eine (k-Band-)Turingmaschine M für die Sprache

$$COPY = \{wcw | w \in \{a,b\}^*\}.$$

b) Welche Zeit-Komplexität hat Ihre Turingmaschine M?

c) Ordnen Sie $COPY$ in die Chomsky-Hierarchie ein.

Aufgabe 5:

kontextfreie Sprachen

Zeigen Sie durch Angabe einer kontextfreien Grammatik G, dass die Sprache L der Palindrome über dem Alphabet $\{a, b, c\}$

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w = w^{rev} \}$$

kontextfrei ist, wobei w^{rev} die Spiegelung von w ist (w wird rückwärts gelesen).

Aufgabe 6:

kontextfreie Sprachen

Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L = \{a^n b^m | n \geq 0, m \geq 0, n = m \text{ oder } n = 2m\}$$

kontextfrei ist.
Es reicht die Angabe einer geeigneten Grammatik oder eines geeigneten Automaten. Was „geeignet" ist, muss gesagt werden.

Thema Nr. 2

Aufgabe 1:

Primitiv rekursive Funktionen

Geben Sie für die folgenden Funktionen primitiv rekursive Terme an. In jeder Teilaufgabe können Sie die Funktionen der vorangegangenen Teilaufgaben als primitiv rekursiv voraussetzen.

a) Die Bedingung $if : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit

$$if(b, x, y) = \begin{cases} x \text{ falls } b > 0 \\ y \text{ sonst} \end{cases}$$

b) Die Vorgängerfunktion $pred : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit

$$pred(x) = \begin{cases} x - 1 \text{ falls } x > 0 \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$$

c) Die absolute Differenz $diff : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit

$$diff(x, y) = \begin{cases} x - y \text{ falls } x \geq y \\ y - x \text{ sonst} \end{cases}$$

d) Das Gleichheitsprädikat $eq : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit

$$eq(x, y) = \begin{cases} 1 \text{ falls } x = y \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 2:

Typ-1-Sprachen

Gegeben sei die Sprache $L = \{a^k b^{2k} c^k \mid k \in \mathbb{N}\}$.

a) Zeigen Sie, indem Sie eine geeignete Grammatik angeben: L ist kontextsensitiv.

b) Verwenden Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen (uvwxy-Theorem), um zu zeigen: L ist *nicht* kontextfrei.

Fortsetzung nächste Seite!

Aufgabe 3:

Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus

Es sei $G = (\{A, B, C, D, E, F, G, H, I\}, \{d, q, m, p, b\}, P, A)$ die kontextfreie Grammatik mit dem Startzustand A und den folgenden Regeln P in Chomsky-Normalform.

$$\begin{aligned} A &\rightarrow FB|FC \\ B &\rightarrow AG \\ C &\rightarrow DG \\ D &\rightarrow HE|HI \\ E &\rightarrow DI \\ F &\rightarrow d \\ G &\rightarrow b \\ H &\rightarrow q \\ I &\rightarrow p \end{aligned}$$

a) Zeigen Sie mit Hilfe des Algorithmus von Cocke, Younger und Kasami (CYK), dass $ddqpbb \in L(G)$.

b) Zeigen Sie mit Hilfe CYK-Algorithmus, dass $ddqqppb \notin L(G)$.

Aufgabe 4:

Kellerautomaten

Es sei $L = \{a^{2i}bc^i \mid i \in \mathbb{N}\}$

a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an, so dass $L(G) = L$.

b) Geben Sie einen nicht-deterministischen Kellerautomaten $M = (Q, \sum, \Gamma, \delta, q_0, \#)$ an, der die Sprache L akzeptiert, und erläutern Sie seine Funktionsweise.