Prüfungsteilnehmer	Prüfungstermin	Einzelprüfungsnummer

Kennzahl: ______________

Kennwort: ______________

Arbeitsplatz-Nr.: ______________

Frühjahr 2003

46113

Erste Staatsprüfung für ein Lehramt an öffentlichen Schulen

- Prüfungsaufgaben -

Fach: **Informatik (Unterrichtsfach)**

Einzelprüfung: **Theoretische Informatik**

Anzahl der gestellten Themen (Aufgaben): 2

Anzahl der Druckseiten dieser Vorlage: 3

Bitte wenden!

Thema Nr. 1

1. (Automatentheorie)
   a) Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten an, der genau diejenigen Wörter über $\{0,1,2\}$ akzeptiert, in denen weder 01 noch 10 vorkommt (d. h., die nicht die Form $u01v$ oder $u10v$ besitzen).
   b) Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die Menge dieser Wörter beschreibt!

2. (Formale Sprachen)
   a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die die Sprache $\{a^n b^m c^{n+m}: n, m \geq 1\}$ erzeugt!
   b) Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass diese Sprache nicht regulär ist!

3. (Berechenbarkeit)

Es sei $\overline{\omega}$ dasjenige Wort, das man aus $\omega \in \{0, 1\}^*$ durch das Vertauschen der Symbole 0 und 1 erhält, also z. B. $\overline{011011000100} = 100100111011$.
Man gebe eine 1-Band-Turingmaschine an, die die Funktion $f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$ mit

$$f(\omega) =_{def} \begin{cases} \overline{\omega} & \text{falls der rechteste Buchstabe von } \omega \text{ eine 1 ist} \\ \omega & \text{sonst} \end{cases}$$

berechnet. Die Arbeit der Turingmaschine beginnt und endet auf dem linkesten Buchstaben des Eingabe- bzw. Ergebniswortes. Kommentieren Sie die Befehle Ihrer Turingmaschine!

4. (Komplexität)

Geben Sie einen nichtdeterministischen Algorithmus an, der das *Rucksackproblem*

$$\left\{(a_1,...,a_m,b_1...,b_m,c,d):\ m,a_1,...,a_m,b_1...,b_m,c,d \in \mathbb{N} \wedge \exists I\left(I \subseteq \{1,...,m\} \wedge \sum_{i\in I} a_i \leq c \wedge \sum_{i\in I} b_i \geq d\right)\right\}$$

in Polynomialzeit löst. Geben Sie eine Laufzeitabschätzung für Ihren Algorithmus an!

Alle Antworten sind zu begründen.

Thema Nr. 2

1. Durch folgende Grammatik (Großbuchstaben sind Variablen/Nichtterminalsymbole) wird eine „Programmiersprache" WHILE definiert:

- $S \rightarrow W \mid \textit{while}\ B\ \textit{do}\ S\ \textit{end} \mid (S;S)$
- $W \rightarrow V := V+1 \mid V := V-1$
- $\mathrm{V} \rightarrow x\mathrm{K}$
- $\mathrm{K} \rightarrow 0 \mid 1\mathrm{Z}$
- $\mathrm{Z} \rightarrow 0\mathrm{Z} \mid 1\mathrm{Z} \mid \varepsilon$
- $\mathrm{B} \rightarrow \mathrm{V} \neq 0$

a) Geben Sie einen regulären Ausdruck für die Sprache $\mathrm{LK} = \{\mathrm{w} \in \{0,1\}^* \mid \mathrm{w}$ ist aus K ableitbar$\}$ an!

b) Geben Sie einen endlichen erkennenden Automaten für $\mathrm{LK} = \{\mathrm{w} \in \{0,1\}^* \mid \mathrm{w}$ ist aus K ableitbar$\}$ an!

c) Ist die Sprache WHILE regulär, kontextfrei, kontextsensitiv? (Begründung!)

d) Geben Sie eine Beschreibung (Semantik) an, wie Programme aus WHILE auf einer geeigneten Maschine (beschreiben Sie auch diese!) ausgeführt werden!

e) Geben Sie ein Programm in WHILE an, das die Funktion $< x \rightarrow 2^x >$ berechnet!

2. Geben Sie eine formale Definition für eine zweidimensionale Turingmaschine, die anstelle eines (eindimensionalen) Turingbandes ein (zweidimensionales, wie auf kariertem Papier in Einheitsquadrate eingeteiltes) unendliches „Turing-Speicherblatt" besitzt!

3. Sei R ein regulärer Ausdruck und ε das leere Wort. Beweisen Sie:
   - Ist ε in der durch R beschriebenen regulären Sprache L(R), so gilt $R^+ = R^*$

   [Hinweis: $R^+ = RR^*$].

4. Gegeben sei die Sprache $L = \{\text{Barbara, Bar, Barbar}\}$.
   a) Geben Sie eine Grammatik G an, die L erzeugt!
   b) Geben Sie einen vollständigen erkennenden endlichen Automaten an, der L akzeptiert!