Prüfungsteilnehmer	Prüfungstermin	Einzelprüfungsnummer
Kennzahl: ______	HERBST	66110
Kennwort: ______	1993	
Arbeitsplatz-Nr.: ____		

Erste Staatsprüfung für ein Lehramt an öffentlichen Schulen

- Prüfungsaufgaben -

Fach: Informatik (vertieft studiert)

Einzelprüfung: Automatentheorie, Algorithm. Sprachen

Anzahl der gestellten Themen (Aufgaben): 1

Anzahl der Druckseiten dieser Vorlage: 3

bitte wenden!

Sämtliche Teilaufgaben sind zu bearbeiten!

Hinweis: Verwenden Sie zur Formulierung von Algorithmen eine Programmiersprache wie PASCAL, MODULA o.ä. oder einen "Pseudocode", wie er in einschlägigen Vorlesungen und Büchern üblicherweise benutzt wird!

Aufgabe 1

Gegeben sei die Grammatik Γ mit $\Sigma = \{a,b\}$ als Menge der Terminalzeichen, den Nichtterminalzeichen Z, A und B, dem Axiom Z und den Produktionsregeln

$$
\begin{aligned}
Z &\to a \\
Z &\to aB \\
Z &\to Aa \\
A &\to ab \\
A &\to aBb \\
A &\to abA \\
B &\to ba
\end{aligned}
$$

a) Beweisen Sie: Γ ist mehrdeutig.

b) Beweisen Sie: Für den Sprachschatz $\mathcal{L}(\Gamma)$ von Γ gilt:

$$\mathcal{L}(\Gamma) = \{a(ba)^n : n \in \mathbb{N}_0\}.$$

c) Geben Sie eine reguläre Grammatik an, die den gleichen Sprachschatz hat wie Γ.

d) Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten an, der genau die Zeichenreihen von $\mathcal{L}(\Gamma)$ akzeptiert!

Aufgabe 2

Gegeben sei das Alphabet $\Sigma = \{a,b\}$. Für eine Zeichenreihe $w \in \Sigma^*$ bezeichne $A(w)$ die Anzahl der Zeichen a in w und $B(w)$ die Anzahl der Zeichen b in w.

Die Menge $M \subseteq \Sigma^*$ sei definiert durch

$$M = \{w \in \Sigma^* : A(w) \text{ ist gerade, und } B(w) \text{ ist ungerade}\}.$$

Beweisen Sie: M ist entscheidbar. Geben Sie dazu eine Turing-Maschine an, die für alle $x \in \Sigma^*$ anhält und genau alle $x \in M$ akzeptiert!

Fortsetzung nächste Seite!

Aufgabe 3

Gegeben sei eine Funktion $G: \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ mit $G(x) \le x$ für alle $x \in \mathbb{N}_0$.

Durch die Funktionsvereinbarung

> **function** F(x:nat)nat:
> **if** $x \bmod 2 = 0$ **then** $G(x)$ **else** $F(F(x\text{-}1))$ **endif**

ist eine Funktion $F: \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ definiert.

a) Beweisen Sie:

a1) $F(x)$ terminiert für alle $x \in \mathbb{N}_0$.

a2) Falls $G(x) = x$ für alle $x \in \mathbb{N}_0$, so gilt $F(F(x)) = F(x)$ für alle $x \in \mathbb{N}_0$.

b) Die Funktion $F^*: \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ sei wie folgt definiert:

$$F^*(x,y) = \begin{cases} x, & \text{falls } y = 0, \\ F^*(F(x), y\text{-}1) & \text{sonst.} \end{cases}$$

b1) Beweisen Sie: Für alle $x \in \mathbb{N}_0$ gilt $F(x) = F^*(x,1)$.

b2) Geben Sie eine repetitiv rekursive Funktionsvereinbarung für F^* an (die sich nicht auf F abstützt), und entwickeln Sie daraus durch Entrekursivierung und Spezialisierung (gemäß Teilaufgabe b1) einen iterativen Algorithmus zur Berechnung von F.

Aufgabe 4

Gegeben seien folgende Produktionsregeln (in Backus-Naur-Form) für die Syntaxdefinition von *Gleitpunktzahlen* (über dem Alphabet {+,-,.,E,0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}):

<Gleitpunktzahl> → <Vorzeichen><nichtnegative Zahl> | <nichtnegative Zahl>
<nichtnegative Zahl> → <Mantisse><Exponent>
<Mantisse> → <Ziffernfolge>.<Ziffer><Ziffernfolge>
<Exponent> → E<ganze Zahl> | ε
<ganze Zahl> → <Vorzeichen><Ziffer><Ziffernfolge> | <Ziffer><Ziffernfolge>
<Ziffernfolge> → <Ziffer><Ziffernfolge> | ε
<Vorzeichen> → + | -
<Ziffer> → 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9

a) Geben Sie für die Gleitpunktzahl

4.538E-2

den Syntaxbaum gemäß dieser Definition an!

b) Geben Sie einen Syntaxanalyse-Algorithmus nach der Methode des rekursiven Abstiegs ("recursive descent") an, der feststellt, ob eine vorgelegte Zeichenreihe eine Gleitpunktzahl gemäß dieser Definition ist!