Prüfungsteilnehmer	Prüfungstermin	Einzelprüfungsnummer
Kennzahl: ______	**FRÜHJAHR 1990**	**46112**
Kennwort: ______		
Arbeitsplatz-Nr.: ______		

Erste Staatsprüfung für ein Lehramt an öffentlichen Schulen

\- Prüfungsaufgaben -

Fach: Informatik (nicht vertieft studiert)

Einzelprüfung: Grundlagen der Informatik

Anzahl der gestellten Themen (Aufgaben): 1

Anzahl der Druckseiten dieser Vorlage: 4

Bitte wenden!

Sämtliche Teilaufgaben sind zu bearbeiten!

Teilaufgabe 1

Gegeben sei die folgende Funktionsprozedur in PASCAL-Notation:

```
FUNCTION f(n : NAT) : NAT;
         BEGIN IF n <= 1 THEN f := 1
               ELSE f := f(n - 1) + 2 * f(n - 2)
         END;
```

Dabei sei die Art NAT durch TYPE $NAT = \{INTEGER\ x : x >= 0\}$ definiert.

1.1 Zeigen Sie, daß für $n >= 0$ gilt:

$$f(n) = \frac{2^{n+1} - (-1)^{n+1}}{3}$$

1.2

a) Schreiben Sie eine rekursive Funktionsprozedur für eine Funktion

$$a : NAT \rightarrow NAT,$$

die folgender Spezifikation genügt:

$a(n)$ gibt die Gesamtzahl der Aufrufe von f für $f(n)$ an!

b) Vergleichen Sie die Folge $A = \{a(n)\}_{n=0,1,2,3,4,\ldots}$ mit der Fibonaccifolge $F = \{1, 1, 2, 3, 5, \ldots\}$ und beweisen Sie, daß A eine Majorante von F ist!

1.3 Schreiben Sie eine rekursive Funktionsprozedur

$$q : NAT \rightarrow NAT$$

für die Funktion $q(n) = 2^n$. Die Aufrufkomplexität von q soll O(log n) sein!

1.4 Schreiben Sie unter Verwendung der Funktion q (aus Teilaufgabe 1.3) eine Funktionsprozedur für eine Funktion

$$g : NAT \rightarrow NAT,$$

die sich nicht selbst aufruft und den gleichen Wertverlauf wie f hat!

Fortsetzung nächste Seite!

Teilaufgabe 2

Gegeben seien die folgenden Arten (in PASCAL-Notation):

```
TYPE name    = ARRAY[1..20] OF CHAR;
     datum   = 18000101..19991231;
     liste   = ↑ eintrag;
     eintrag = RECORD n : name;
                      gebtag : datum;
                      next : liste
               END;
```

Hierbei stellt ein Objekt der Art *datum* als 8-stellige Zahl $j_1j_2j_3j_4m_1m_2t_1t_2$ das Datum $t_1t_2.m_1m_2.j_1j_2j_3j_4$ dar; z.B. steht 19880917 für das Datum 17.9.1988. Zu beachten ist allerdings, daß nicht jedes Objekt der Art *datum* sinnvoll interpretiert werden kann; z.B. sind 18771405, 19010547 und 19890229 nicht interpretierbar, weil es die entsprechenden Daten nicht als Tagesdatum gibt.

Sei nun *personal* eine Variable der Art *liste*. Die Variable *personal* verweise als Anker auf eine nicht-zyklische, einfach verkettete Liste von Objekten der Art *eintrag*. Entwickeln Sie eine geschlossene Rechenstruktur, die es erlaubt, einen sortierten Binärbaum als Zugriffsindex, nach Geburtsdaten geordnet, auf die mit *personal* bezeichnete Liste aufzubauen! Die Personalliste soll dabei unverändert bleiben, und es darf nicht angenommen werden, daß sie geordnet wäre. Der sortierte Binärbaum als Zugriffsindex soll keinen Namen aus der Personaldatei enthalten. Im einzelnen ist für diese Aufgabe folgendes zu leisten:

2.1 Legen Sie die Datenstruktur für den aufzubauenden sortierten Binärbaum fest!

2.2 Schreiben Sie eine Prozedur *einf*, die ein Element in den sortierten Binärbaum so einträgt, daß die Zugriffsbedingung (geordnet nach Geburtsdaten) auf *personal* beachtet wird!

2.3 Schreiben Sie eine Prozedur *aufbau*, die unter Verwendung von *einf* (aus Teilaufgabe 2.2) einen sortierten Binärbaum aufbaut. Dieser Baum soll der Aufgabe entsprechend als Zugriffsindex für die gegebene, mit *personal* bezeichnete Liste verwendet werden!

2.4 Schreiben Sie eine Prozedur *gibaus*, die mit Hilfe des aufgebauten Binärbaums alle Einträge aus der Personalliste zu einem vorgegebenen Geburtsdatum heraussucht und die zugehörigen Namen ausdruckt! Falls die Liste keinen Eintrag mit dem gegebenen Geburtsdatum enthält, soll der Hinweis 'kein Eintrag' ausgedruckt werden.

Fortsetzung nächste Seite!

Teilaufgabe 3

Gegeben sei das Alphabet $A = (a, b, c, x, y)$.
Für eine Sprache S über A seien die relativen Häufigkeiten, mit denen die Zeichen aus A auftreten, durch folgende Tabelle gegeben:

a	41%
b	19%
c	10%
x	23%
y	7%

Betrachtet wird die folgende Binärcodierung C_1 für A:

$$C_1 \triangleq \begin{pmatrix} \text{a:} & O \\ \text{b:} & LOL \\ \text{c:} & LLO \\ \text{x:} & LOO \\ \text{y:} & LLL \end{pmatrix}$$

3.1 Bestimmen Sie die mittlere Codewortlänge von C_1 für die oben angegebenen relativen Häufigkeiten!

3.2 C_1 erfüllt die Fano-Bedingung und ist daher eindeutig decodierbar. Geben Sie unter Verzicht auf die eindeutige Decodierbarkeit eine Binärcodierung C_2 für A an, die hinsichtlich der mittleren Codewortlänge optimal ist!

3.3 Bestimmen Sie die mittlere Codewortlänge von C_2!

3.4 Die Codierung soll hinsichtlich der mittleren Codewortlänge gegenüber C_2 durch folgende Maßnahme weiter verbessert werden:
Das Buchstabenpaar aa soll durch ein eigenes Codewort dargestellt werden, d.h. betrachtet wird das Alphabet $A' = (a_1, a_2, b, c, x, y)$ mit folgender Maßgabe:
a_1 steht für a und a_2 für ein Paar aa in unmittelbarer Folge. Jede Zeichenreihe z über A läßt sich dann offenbar (wenn auch nicht eindeutig) durch eine Zeichenreihe z' über A' so darstellen, daß die ursprüngliche Zeichenreihe z eindeutig wiedergewonnen werden kann und in z' kein Paar a_1a_1 in unmittelbarer Folge auftritt.
z.B. ist $z = xabbaaaaac$ durch

$z'_1 = xa_1bba_2a_2a_1c$, aber auch durch
$z'_2 = xa_1bba_2a_1a_2c$ und durch
$z'_3 = xa_1bba_1a_2a_2c$

darstellbar.

3.4.1 Bestimmen Sie die relativen Häufigkeiten für die Zeichen von A' entsprechend der oben angegebenen Tabelle!

3.4.2 Geben Sie eine hinsichtlich der mittleren Codewortlänge optimale Binärcodierung für A' unter Verzicht auf eindeutige Decodierbarkeit an!

3.4.3 Bestimmen Sie die mittlere Codewortlänge von A' sowie die mittlere Codewortlänge für die dadurch gegebene Binärcodierung von A!