
Prüfungsteilnehmer

Prüfungstermin

Einzelprüfungsnummer

Kennzahl: _____

Frühjahr

Kennwort: _____

2007

46113

Arbeitsplatz-Nr.: _____

Erste Staatsprüfung für ein Lehramt an öffentlichen Schulen
— Prüfungsaufgaben —

Fach: **Informatik (Unterrichtsfach)**

Einzelprüfung: **Theoretische Informatik**

Anzahl der gestellten Themen (Aufgaben): **2**

Anzahl der Druckseiten dieser Vorlage: **4**

Bitte wenden!

Thema Nr. 1

Sämtliche Teilaufgaben sind zu bearbeiten!

Aufgabe 1:**(Automatentheorie)**

Gegeben seien die Sprachen

$$L_1 = \{(ab)^i c d^j : i, j \in \mathbb{N}\},$$

$$L_2 = \{a^i b^j c^i d^j : i, j \in \mathbb{N}\},$$

$$L_3 = \{a^i b^j (cd)^j : i, j \in \mathbb{N}\}.$$

Für welche Sprache existiert ein endlicher Automat, der diese erkennt? Falls es einen solchen Automaten gibt, geben Sie ihn an! Andernfalls begründen Sie die Nichtexistenz!

Aufgabe 2:**(Formale Sprachen)**

Zeigen Sie, dass kontextfreie Sprachen nicht abgeschlossen bzgl. der Durchschnittsbildung sind! Betrachten Sie hierzu

$$L_1 = \{a^n b^n c^m : n, m \in \mathbb{N}\}$$

$$L_2 = \{a^m b^n c^n : n, m \in \mathbb{N}\}$$

Zeigen Sie, dass L_1 und L_2 kontextfrei sind, nicht aber $L_1 \cap L_2$ (Pumping Lemma).

Aufgabe 3:**(Berechenbarkeit und Komplexität)**

Gegeben sei die Sprache $L = \{a^n b c^n : n \in \mathbb{N}\}$.

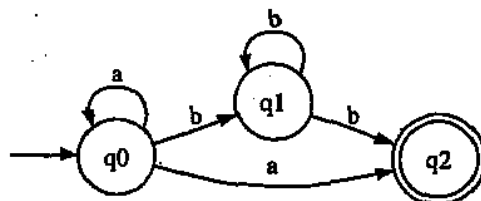
- Geben Sie ein Turing-Programm an, das für jedes $w \in \{a, b, c\}^*$ entscheidet, ob $w \in L$ gilt oder nicht. Beschreiben Sie jeden Schritt im Detail!
- Welche Komplexität besitzt der Algorithmus?

Thema Nr. 2

Sämtliche Teilaufgaben sind zu bearbeiten!

Aufgabe 1:**(Automatentheorie)**

Gegeben sei der folgende nichtdeterministische Automat N .



- Geben Sie einen regulären Ausdruck für die von N erkannte Sprache an!
- Wandeln Sie N in einen deterministischen endlichen Automaten D um! Gehen Sie dabei systematisch vor und beschreiben Sie jeden der Schritte!

Aufgabe 2:**(Formale Sprache)***Hinweis:*

Eine Chomsky-Normalform ist eine kontextfreie Grammatik G mit $\epsilon \notin L(G)$, welche nur Regeln der Form

$$A \rightarrow BC$$

bzw. $A \rightarrow a$

besitzt.

(A, B, C Variablen; a Terminsymbol)

- Beweisen Sie: Wenn eine Grammatik G in Chomsky-Normalform ist, dann wird ein Wort w der Sprache $L(G)$ in genau $2|w| - 1$ Ableitungsschritten erzeugt.
- Gegeben sei die folgende Grammatik für aussagenlogische Konjunktionen, die nur die Aussagenvariablen „ A “ und „ B “ enthalten.

$$\begin{aligned} \text{Conj} &\rightarrow \text{Lit} \mid \text{Lit} \wedge \text{Conj} \\ \text{Lit} &\rightarrow \text{Term} \mid \neg \text{Term} \\ \text{Term} &\rightarrow A \mid B \end{aligned}$$

Beispiele, die mit dieser Grammatik generiert werden können, sind:

$$\begin{aligned} &\neg A \\ &B \\ &A \wedge \neg B \\ &A \wedge B \wedge A \wedge B \end{aligned}$$

Wandeln Sie diese Grammatik in Chomsky-Normalform um!

Fortsetzung nächste Seite!

Aufgabe 3:**(Berechenbarkeit)**

- a) Definieren Sie den Begriff „rekursiv aufzählbar“ für Sprache $A \subseteq \Sigma^*$
- b) Zeigen Sie: Sind die Sprachen A und B rekursiv aufzählbar, so auch $A \cup B$ und $A \times B$.

Aufgabe 4:**(Komplexität)**

Der folgende Algorithmus (in Java) sortiert eine Reihung von ganzen Zahlen.

```
public static void selectionSort(int data[]) {  
    for (int i = 0; i < (data.length-1); i++) {  
        // Finde das Minimum  
        int minIndex = i;  
        for (int j = i + 1; j < data.length; j++) {  
            if (data[j] < data[minIndex]) {  
                minIndex = j;  
            }  
        }  
        // Vertausche aktuelles Datum und Minimum  
        int tmp = data[i];  
        data[i] = data[minIndex];  
        data[minIndex] = tmp;  
    }  
}
```

Welche Zeitkomplexität hat selectionSort? Berechnen Sie genau die Anzahl der benötigten Vergleiche und folgern Sie daraus die Komplexität in O-Notation!