Prüfungsteilnehmer	Prüfungstermin	Einzelprüfungsnummer
Kennzahl: ____________ Kennwort: ____________ Arbeitsplatz-Nr.: ________	**Frühjahr 2002**	**46113**

Erste Staatsprüfung für ein Lehramt an öffentlichen Schulen

- Prüfungsaufgaben -

Fach: **Informatik (nicht vertieft studiert)**

Einzelprüfung: **Theoretische Informatik**

Anzahl der gestellten Themen (Aufgaben): 2

Anzahl der Druckseiten dieser Vorlage: 4

Bitte wenden!

Thema Nr. 1

Teilaufgabe 1

Für einen regulären Ausdruck R sei L(R) die durch R dargestellte Wortmenge.

Im Folgenden sind jeweils Paare von Wortmengen über dem Alphabet {a,b} gegeben, die durch reguläre Ausdrücke sowie die Mengenoperationen $\cap$ und – beschrieben sind.
(Es ist $W - V = \{u \in W \mid u \notin V\}$; das + in den regulären Ausdrücken wird in der Literatur manchmal auch als | geschrieben.)

Man gebe jeweils an - mit Begründung -, ob die beiden Mengen gleich sind oder nicht und ob eine in der anderen erhalten ist.

a) $L(((ab)^*(ba)^*)^*)$ und $L((abba)^*)$

b) $\{a, b\}^* - L((aaa(a + b)^*)$ und $L((b + ab + aab + aaaa) (a+b)^* + \varepsilon)$

c) $L(a(a+b)^*) \cap L((a+b)^*b)$ und $L(a(a+b)^*b)$

Teilaufgabe 2

Sei k eine feste natürliche Zahl ($k \neq 0$) und {a,b} ein Alphabet.

Welche der folgenden Sprachen ist regulär, kontextfrei oder kontextsensitiv?

Man gebe jeweils eine Grammatik oder einen akzeptierenden Automaten für die Sprache an - mit Begründung - sowie einen Beweis dafür, dass die Sprache nicht regulär bzw. nicht kontextfrei ist!

a) $\{a^k b^m a^k b^m \mid m \geq 1\}$

b) $\{a^k a^k b^m b^m \mid m \geq 1\}$

c) $\{a^n b^m a^n b^m \mid n, m \geq 1\}$

Fortsetzung nächste Seite!

Teilaufgabe 3

Man untersuche die folgende rekursiv definierte Funktion:

$$f(n) = \begin{cases} n & \text{für} \quad n \leq 7 \\ f(f(n \text{ div } 8) + n \text{ mod } 8) & \text{sonst} \end{cases}$$

Dabei sei div die ganzzahlige Division ohne Rest, und mod liefert diesen Rest.

a) Man berechne die Werte von $f(n)$ für folgende Werte von n:

8, 11, 15, 16, 19, 83, 517

b) Man beweise: Für $0 \leq m, k \leq 7$ gilt

$$f(8m+k) = f(m+k) = \begin{cases} m+k & \text{für } m+k \leq 7 \\ m+k-7 & \text{sonst} \end{cases}$$

c) Man beweise (mit vollständiger Induktion): Für

$$n = z_k \cdot 8^k + z_{k-1} \cdot 8^{k-1} + \ldots\ldots + z_1 \cdot 8 + z_0 \quad \text{mit} \quad z_i \in \{0, 1, \ldots, 7\} \quad \text{gilt}$$
$$f(n) = f(f(f(\ldots\ldots f(z_k + z_{k-1}) + z_{k-2}) + \ldots\ldots + z_1) + z_0)$$

d) Man gebe ein iteratives Programm (in einer abstrakten Programmnotation) an, das $f(n)$ aus der Oktaldarstellung $z_k\ z_{k-1}\ z_{k-2} \ldots z_1\ z_0$ von n berechnet.

Man nehme an, die Ziffern der Oktaldarstellung liegen in einem Feld z[0], z[1], ... z[k-1], z[k] vor und k sei ebenfalls gegeben. Man verwende b) und c) und begründe damit auch die Korrektheit des Programms!

Thema Nr. 2

Teilaufgabe 1

Gegeben sei die Grammatik Γ mit der Menge $\{a, b\}$ von Terminalzeichen, der Variablenmenge $\{S, A, B, C\}$, dem Startsymbol S und den Produktionsregeln

$$S \rightarrow aA \mid bC \mid \varepsilon$$
$$A \rightarrow aA \mid bB \mid bC \mid \varepsilon$$
$$B \rightarrow bC \mid \varepsilon$$
$$C \rightarrow aA$$

(ε bezeichne das leere Wort.) $\mathcal{L}(\Gamma)$ sei die von Γ erzeugte Sprache.

a) Geben Sie einen nicht-deterministischen endlichen Automaten an, der genau die Elemente von $\mathcal{L}(T)$ akzeptiert.

b) Beweisen oder widerlegen Sie:

b1) $baabba \in \mathcal{L}(\Gamma)$

b2) Es gibt ein Wort von $\mathcal{L}(\Gamma)$, das mit bb beginnt.

b3) Kein Wort von $\mathcal{L}(\Gamma)$ enthält bbb als Teilwort.

Teilaufgabe 2

Sei $L = \{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}_0, i + 1 \leq j\}$ eine Sprache über dem Alphabet $\{a, b\}$.

a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die L erzeugt!

b) Ist L regulär? Beweisen Sie Ihre Antwort!

Teilaufgabe 3

Sei $L = \{1^i 0 1^j 0 1^{i+j} \mid i, j \in \mathbb{N}_0\}$ eine Sprache über dem Alphabet $\{0, 1\}$.

a) Zeigen Sie, dass L entscheidbar ist. Geben Sie dazu eine deterministische Turingmaschine an, die für jedes $\omega \in \{0, 1\}^*$ entscheidet, ob $\omega \in L$ gilt oder nicht.

Erläutern Sie Ihre Lösung durch ausführliche Kommentare!

b) Erläutern Sie, was die Aussage

"L ist mit einer deterministischen Turingmaschine mit quadratischer Zeitkomplexität entscheidbar"

bedeutet, und begründen Sie, warum diese Aussage richtig ist!