Prüfungsteilnehmer	Prüfungstermin	Einzelprüfungsnummer
Kennzahl: ______	**FRÜHJAHR 1990**	**66110**
Kennwort: ______		
Arbeitsplatz-Nr.: ______		

Erste Staatsprüfung für ein Lehramt an öffentlichen Schulen

\- Prüfungsaufgaben -

Fach: Informatik (vertieft studiert)

Einzelprüfung: Automatentheorie, Algorithm. Sprachen

Anzahl der gestellten Themen (Aufgaben): 1

Anzahl der Druckseiten dieser Vorlage: 3

bitte wenden!

Sämtliche Teilaufgaben sind zu bearbeiten!

Teilaufgabe 1

Gegeben sei ein endliches Alphabet A und eine ungeordnete, endliche, nichtzyklische Liste von K Paaren (n, t) für ein vorgegebenes $K \in \mathbb{N}$, worin die n nichtleere endliche Zeichenreihen aus $A^* \setminus \{\epsilon\}$ und die t natürliche Zahlen aus $\mathbb{N}$ seien. In A^* steht die lexikographische Ordnung zur Verfügung, die zur Unterscheidung von der Ordnung $<$ in $\mathbb{N}$ mit $\sqsubset$ bezeichnet werde. Außerdem gelte für alle n in den Paaren der Liste: $|n| \leq L$ für ein vorgegebenes $L \in \mathbb{N}$, wobei mit $|x|$ die Länge einer Zeichenreihe $x \in A^*$ bezeichnet wird.
Die Paare der Liste können als einfache Karteikarten in einer Telefondatei aufgefaßt werden mit der Bedeutung:

$$n \mathrel{\hat{=}} \text{Name}$$
$$t \mathrel{\hat{=}} \text{Telefonnummer.}$$

Es wird vorausgesetzt, daß für verschiedene Paare (n_i, t_i) und (n_j, t_j) in der Liste gilt: $n_i \neq n_j$ und $t_i \neq t_j$.

1. Geben Sie Datenstrukturen durch Typ- und Identitätsvereinbarungen an, mit denen die folgenden Teilaufgaben bearbeitet werden können.

2. Formulieren Sie einen Algorithmus, mit dessen Hilfe eine Zugriffsstruktur auf die Liste aufgebaut wird. Die Zugriffsstruktur soll es ermöglichen, zu einem Namen n mit der Komplexität O(log K)

   (a) zu entscheiden, ob die Liste einen Eintrag zu n enthält, und

   (b) gegebenenfalls die zugehörige Telefonnummer t anzugeben.

3. Schreiben Sie eine Prozedur *zugriff* in PASCAL, die den unter 2. formulierten Algorithmus realisiert.

4. Schreiben Sie eine Prozedur *suche*, die mit Hilfe der unter 3. aufgebauten Zugriffsstruktur zu einem $n \in A^*$ feststellt, ob die Liste einen Eintrag zu n enthält, und gegebenenfalls die zugehörige Telefonnummer t ausgibt. Die Komplexität der Prozedur *suche* soll O(log K) sein.

Fortsetzung nächste Seite!

Teilaufgabe 2

Gegeben sei das Alphabet $A = \{a, b\}$. Mit x_a bzw. x_b werde für ein $x \in A^*$ die Zeichenreihe aus $\{a\}^*$ bzw. $\{b\}^*$ bezeichnet, die durch Streichen aller b bzw. a aus x entsteht. Seien also z.B. $x = aabab$ und $y = bbbb$, dann ist $x_a = aaa$, $x_b = bb$, $y_a = \epsilon$ und $y_b = bbbb$. Gegeben sei nun die wie folgt definierte Teilmenge M von A^*:

$$x \in M \quad \Leftrightarrow_{df} \quad |x_a| \leq |x_b|,$$

wobei für ein $x \in A^*$ mit $|x|$ die Länge von x bezeichnet wird.

1. Zeigen Sie, daß die Menge $M \subset A^*$ nicht regulär ist.
2. M ist als Sprachschatz einer kontextfreien Sprache über dem terminalen Alphabet A darstellbar. Beweisen Sie diese Aussage dadurch, daß Sie einen Kellerautomaten angeben, von dem Sie zeigen, daß er genau die Menge M akzeptiert.
3. Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik über dem terminalen Alphabet A, die in A^* genau die Menge M erzeugt, und begründen Sie die einzelnen Schritte Ihres konstruktiven Vorgehens.

Teilaufgabe 3

Gegeben seien zwei ganze Zahlen p und q mit $0 < q < p$ und eine wie folgt definierte rekursive Rechenvorschrift f für ganze Zahlen $z \in \mathbb{Z}$:

$$f(z) := \begin{cases} f(f(z-p)) & \text{für } z \geq 100 \\ z + q & \text{für } z < 100 \end{cases}.$$

Beweisen Sie, daß die Rechenvorschrift f für alle $z \in \mathbb{Z}$ terminiert und somit eine Funktion

$$f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$$

definiert.

Hinweis:
Betrachten Sie für $z \geq 100$ die durch $f(z)$ veranlaßten rekursiven Aufrufe $f(z_i)$ von f und zeigen Sie, daß für alle i gilt: $z_i < z$.