Prüfungsteilnehmer	Prüfungstermin	Einzelprüfungsnummer
Kennzahl: ______ Kennwort: ______ Arbeitsplatz-Nr.: ______	**Frühjahr 2001**	**46113**

Erste Staatsprüfung für ein Lehramt an öffentlichen Schulen

- Prüfungsaufgaben -

Fach: **Informatik (nicht vertieft studiert)**

Einzelprüfung: **Theoretische Informatik**

Anzahl der gestellten Themen (Aufgaben): 2

Anzahl der Druckseiten dieser Vorlage: 5

Bitte wenden!

Thema Nr. 1

1. a) Man gebe einen deterministischen Kellerautomaten an, der $L = \{a^k b^{2k} a \mid k \geq 1\}$ akzeptiert.

   # sei das Kellerbodenzeichen, als weitere Kellerzeichen verwende man A, B, ...,
   die Zustände bezeichne man mit z_0, z_1, ...; z_0 sei der Anfangszustand.

   Die Überführungsfunktion schreibe man so:

   (Zustand z_i, Eingabezeichen a oder b, oberstes Kellerzeichen) $\rightarrow$
   (Zustand z_j, das das oberste Kellerzeichen ersetzende Wort).

   b) Man gebe eine kontextfreie Grammatik für L an.

   c) Fragen:

   α) Ist auch der $L_1 = \{a^k b^{2k} a^m \mid k, m \geq 1\}$ deterministisch kontextfrei?

   β) Ist L_1 kontextfrei?

   Man gebe jeweils eine Begründung an.

2. Sei $L_1 = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k \geq 0,\ m = 0 \text{ oder } k = 0\}$
   und $L_2 = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k \geq 0,\ m = n \text{ oder } k = n\}$.

   a) Welche der zwei Sprachen ist regulär, welche nicht?

   b) Sind beide kontextfrei?

   Hinweis: Um zu zeigen, dass eine der Sprachen regulär ist, genügt es, einen regulären Ausdruck oder einen endlichen Automaten für die Sprachen anzugeben.

   Zum Nachweis der Nichtregularität können Sie statt des Pumping Lemmas auch Operationen auf regulären Sprachen verwenden, sowie die Tatsache, dass $L_3 = \{a^n b^n \mid n > 0\}$ nicht regulär ist.

3. Man betrachte die Grammatik G mit den Produktionen

   $S \rightarrow AS \mid AB \mid SS$
   $B \rightarrow CC$
   $A \rightarrow a$
   $C \rightarrow c$

   a) Man vereinfache die Grammatik durch Verringerung der Zahl der Variablen (A, B, C).

   b) Man zeige, dass die erzeugte Sprache $L(G)$ regulär ist — etwa durch Angabe eines regulären Ausdrucks oder eines akzeptierenden endlichen Automaten (mit Begründung).

Fortsetzung nächste Seite!

4. Man betrachte die allgemeine Chomsky-Grammatik G (Grammatik vom Typ 0) mit folgenden 6 Produktionen:

   (1) $S \rightarrow LaR$
   (2) $La \rightarrow LB$
   (3) $Ba \rightarrow aaB$
   (4) $BR \rightarrow aaR$
   (5) $L \rightarrow \varepsilon$
   (6) $R \quad \varepsilon$

   a) Welche Sprache (Teilmenge von $\{a\}^*$) erzeugt G?

   Hinweis: Man betrachte zunächst nur die ersten 4 Produktionen (ohne die Löschproduktion für L und R) und gebe die Satzformen an, die kein B mehr enthalten und mit den obigen 4 Regeln erzeugt werden können.

   b) Ist diese Sprache kontextfrei?

Thema Nr. 2

1. Beantworten Sie die folgende Aussage mit ja oder nein! (kurze Begründung)

$$(ab \mid a)^* a \text{ ist mit } a (ba \mid a)^* \text{ äquivalent}$$

2. Zeigen Sie mit dem Pumping Lemma, dass die folgende Sprache L nicht regulär ist!

$$L = \{a^n b a^m b a^{n+m} : n, m \geq 1\}$$

3. Sei L die Sprache

$$\{w \in \{0,1\}^* : \text{der Teilstring 011 ist nicht in w enthalten}\}$$

   a) Geben Sie das Zustandsdiagramm für einen endlichen Automaten an, der L akzeptiert!

   b) Geben Sie eine reguläre Grammatik G an, die L erzeugt!

4. Sei $G = (V,\Sigma,R,S)$ eine kontextfreie Grammatik, wobei $V = \{a,b,A,S\}$, $\Sigma = \{a,b\}$ und die Menge R der Regeln oder Produktionen wie folgt gegeben ist:

S   aAS | a

A   SbA | SS | ba

Geben Sie für das Wort

aabbaa

einen Parsebaum an!

5. Betrachten Sie die durch folgende Produktionen definierte kontextfreie Grammatik G mit den Regeln:

S   aAB
A   aBB
A   a
B   bCC
B   b
C   c.

Geben Sie für die Sprache

$$L(G) = \{w \in \{a,b,c\}^* : S \Rightarrow^*_G w\}$$

einen regulären Ausdruck an!

Hinweis: L(G) sei die Menge aller Wörter, die nur aus Terminalsymbolen bestehen und die von der Grammatik G abgeleitet werden können.

Fortsetzung nächste Seite!

6. Ist die folgende Funktion $f : \{0,1,\ldots,9\}^* \quad \{0,1\}$ rekursiv?
   Die Eingabe x wird als Dezimialzahl interpretiert. Es ist $f(x) = 1$ genau dann, wenn es in der Dezimaldarstellung von $\prod$ einen geschlossenen Block von mindestens x Siebenen gibt. Beweisen Sie Ihre Antwort.

7. Eine Turingmaschine (Einbandturingmaschine)

$$M = (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,s,h,\#)$$

wird durch

(i) eine endliche Zustandsmenge Q
(ii) ein endliches Eingabealphabet Σ
(iii) ein endliches Arbeitsalphabet Γ, wo $\Sigma \subseteq \Gamma$
(iv) eine Übergangsfunktion
$$\delta: (Q - \{h\}) \times \Gamma \quad Q \times \Gamma \times \{L,R,N\}$$
(v) einen Startzustand s in Q
(vi) ein Leerzeichen # in $(\Gamma - \Sigma)$

beschrieben.

Sie startet bei der ersten Zelle des Bandes, die ein Leerzeichen enthält, und stoppt, wenn das nächste Leerzeichen gelesen wird.

a) Beschreiben Sie anschaulich eine Turingmaschine M, die die Nachfolgerfunktion $S(x) = x + 1$ berechnet, bei der die Eingabe und Ausgabe in der Unärdarstellung gegeben werden!

b) Geben Sie die Übergangsfunktion δ für diese Turingmaschine an!