

Kennzahl: \_\_\_\_\_

**Frühjahr**

Kennwort: \_\_\_\_\_

**2006****46113**Arbeitsplatz-Nr.: \_\_\_\_\_

---

**Erste Staatsprüfung für ein Lehramt an öffentlichen Schulen**  
**- Prüfungsaufgaben -**

Fach: **Informatik (Unterrichtsfach)**Einzelprüfung: **Theoretische Informatik**

Anzahl der gestellten Themen (Aufgaben): 2

Anzahl der Druckseiten dieser Vorlage: 3

**Thema Nr. 1**

1. Betrachten Sie über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$  die Sprachen

$$L = \{w \in \Sigma^* ; w \text{ enthält das Teilwort } aa \text{ mindestens einmal} \}$$

$$M = \{w \in \Sigma^* ; w \text{ enthält eine gerade Anzahl von } a\text{'s} \}$$

- a) Geben Sie für jede der Sprachen  $L$  und  $M$  einen vollständigen deterministischen endlichen Automaten an, der diese Sprache akzeptiert.
- b) Geben Sie für die Sprachen  $L$  und  $M$ , sowie für deren Komplemente  $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$  und  $\bar{M} = \Sigma^* \setminus M$ , jeweils einen regulären Ausdruck an, der diese Sprache beschreibt.
- c) Konstruieren Sie einen vollständigen deterministischen endlichen Automaten, der die Sprache  $L \cap M$  akzeptiert.  
Hinweis: Verwenden Sie die Automaten aus Teilaufgabe a).

2. Unter der (binären) Länge  $l(n)$  einer positiven natürlichen Zahl versteht man die Anzahl der Ziffern in der Binärdarstellung von  $n$ , wobei führende Nullen weggelassen werden, also beispielsweise  $l(23) = 5$ , da 10111 die Binärdarstellung der Dezimalzahl 23 ist. Per Konvention setzt man  $l(0) = 1$ .
- a) Konstruieren Sie ein LOOP-Programm zur Berechnung der Längenfunktion  $n \rightarrow l(n)$ .
- b) Geben Sie eine primitiv-rekursive Definition der Längenfunktion  $n \rightarrow l(n)$  an.
3. Ein Übungsleiter zur Algorithmen-Vorlesung möchte sich die Korrekturarbeiten zu den Programmieraufgaben erleichtern. Er gibt an, dass er ein Programm TESTER geschrieben habe, welches Folgendes leistet: Zu jeder Aufgabe vergleicht TESTER den Programmtext studentischer Lösungen mit einer Musterlösung des Übungsleiters und stellt fest, ob in beiden Fällen dieselbe Funktion berechnet wird. Kommentieren Sie diese Behauptung!
4. Betrachten Sie die beiden folgenden Entscheidungsprobleme:
- TEILMENGENSUMME
    - Instanzen sind Paare  $\langle (a_1, \dots, a_n), k \rangle$  bestehend aus Vektoren positiver natürlicher Zahlen  $(a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{N}_+^n$  und Zahlen  $k \in \mathbb{N}$ , wobei  $n \geq 1$ .
    - Gefragt ist, ob es eine Teilmenge  $I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$  gibt mit  $\sum_{i \in I} a_i = k$ .
  - PARTITIONIERUNG
    - Instanzen sind Vektoren positiver natürlicher Zahlen  $(a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{N}_+^n$  mit  $n \geq 1$ .
    - Gefragt ist, ob es eine Teilmenge  $I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$  gibt mit  $\sum_{i \in I} a_i = \sum_{j \notin I} a_j$ .
- a) Zeigen Sie, dass die Abbildung
- $$\langle (a_1, \dots, a_n), k \rangle \rightarrow \left\langle a_1, \dots, a_n, 1 - k + \sum_{i=1}^n a_i, k + 1 \right\rangle$$
- eine polynomielle Reduktion von TEILMENGENSUMME auf PARTITIONIERUNG ist.
- b) Was folgt daraus für die Zeitkomplexität von PARTITIONIERUNG?

**Thema Nr. 2**

1. Geben Sie einen vollständigen deterministischen endlichen Automaten an, der die Zeichenketten über  $\{a, b, c\}$  mit einer geraden Anzahl von  $a$ 's als Sprache hat.
2. Zeigen Sie, dass der Schnitt kontextfreier Sprachen nicht kontextfrei zu sein braucht.
3. Zeigen Sie, dass  $f : N \times N \rightarrow N$  mit

$$f(x, y) = \begin{cases} x - y & \text{falls } x > y \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

primitiv rekursiv ist.

4. Leiten Sie die Zeitkomplexität von Mergesort her.  
(Mergesort(Feld))

Ist  $|\text{Feld}| > 1$ , so

```
{mergesort (Erste Hälfte des Feldes);  
  mergesort (Zweite Hälfte des Feldes);  
  verschmelze die beiden Hälften  
}
```

gebe das Feld zurück)