Prüfungsteilnehmer	Prüfungstermin	Einzelprüfungsnummer
Kennzahl: __________	Herbst	
Kennwort: __________	2001	46113
Arbeitsplatz-Nr.: ______		

Erste Staatsprüfung für ein Lehramt an öffentlichen Schulen

- Prüfungsaufgaben -

Fach: **Informatik (nicht vertieft studiert)**

Einzelprüfung: **Theoretische Informatik**

Anzahl der gestellten Themen (Aufgaben): 2

Anzahl der Druckseiten dieser Vorlage: 2

Thema Nr. 1

1. (Automatentheorie) Für $n \geq 0$ sei $L_n =_{\text{def}} \{a, b\}^*a\{a, b\}^n a\{a, b\}^*$ die Menge aller Wörter aus $\{a, b\}^*$, in denen der Buchstabe a an zwei Stellen mit genau n dazwischenliegenden Buchstaben vorkommt. Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten mit $n + 3$ Zuständen an, der L_n akzeptiert (erkennt)!

2. (Formale Sprachen) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die die Sprache $L =_{\text{def}} \{a^n b^m : 0 \leq n \leq m\}$ erzeugt! Zeigen Sie weiter, dass diese Sprache nicht regulär ist!

3. (Berechenbarkeit) Zeigen Sie, dass die Sprache $\{(13n^3 - 17m)^2 : n, m \in \mathbb{N}\}$ rekursiv aufzählbar ist!

4. (Komplexität) Es sei $\exp : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ mit $\exp(x,y) =_{\text{def}} x^y$ die Exponentialfunktion.

   a) Ist exp in polynomieller Zeit berechenbar?

   b) Zeigen Sie durch Angabe eines geeigneten Algorithmus, dass die Menge $\{(x,y,z) : x^y = z\}$ in polynomieller Zeit entscheidbar ist!

Alle Antworten sind zu begründen.

Thema Nr. 2

Aufgabe 1 (Automatentheorie)

Gegeben seien das Alphabet $I = (A,B,C)$ und die regulären Mengen R_1 und R_2 über dem Alphabet I:

$$R_1 = \{\{AB\}^*\{C\}\{C\}^*\}^* \text{ und } R_2 = \{\{AB\}^*\{C\}\}^*.$$

Beweisen Sie, dass $R_1 = R_2$ ist!

Hinweis: Für den Beweis empfiehlt es sich, endliche Automaten A_1 und A_2 zu konstruieren, deren akzeptierte Wortmengen $L(A_1) = R_1$ und $L(A_2) = R_2$ sind.

Aufgabe 2 (Formale Sprachen)

Gegeben seien das terminale Vokabular $V_T = (a,b,c)$ und die drei Wortmengen L_1, L_2, L_3, über dem Vokabular V_T:

$$L_1 = \{a^{2n}b^n c^n\}_{n>0}, \quad L_2 = \{a^n b^{n+m} c^m\}_{n,m>0}, \quad L_3 = \{a^{n+m} b^n c^{n+m}\}_{n,m>0}.$$

1. Diese drei Wortmengen sind *kontextabhängige* Sprachen. Eine von ihnen ist darüber hinaus *kontextfrei*. Stellen Sie fest, welche das ist, und konstruieren Sie dafür eine CHOMSKY-2-Grammatik!

2. Beweisen Sie für **eine** der beiden anderen Sprachen, die Sie selbst auswählen können, dass sie **nicht** *kontextfrei* ist, und konstruieren Sie dafür eine CHOMSKY-1-Grammatik!

Aufgabe 3 (Berechenbarkeit)

Gegeben sei die Funktion c: $\mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ mit $c(x) = \text{entier}(\sqrt[3]{x})$ [1].

1. Beweisen Sie, dass die Funktion $c(x)$ primitiv rekursiv ist!

Hinweis: Für den Beweis können Sie anstelle des *Modells der primitiv rekursiven Funktionen* ein dazu äquivalentes *Programmiermodell* verwenden.

2. Geben Sie eine vollständige μ-rekursive Herleitung der Funktion $c(x)$ an, in der eine Minimalisierung verwendet wird!

---

[1] *entier*(a) ist die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich a ist.