3.1. Die schwache Formulierung lautet:

$$\int_{\mathbb{R}}\int_0^\infty -f(u)\Phi_x - u\Phi_t \,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}x - \int_{\mathbb{R}} u_0\Phi_0 \,\mathrm{d}x = \int_{\mathbb{R}}\int_0^\infty g(u)\Phi \,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}x$$

Sei nun u eine klassische Lösung mit Schock in $\psi(t)$.
Wobei wie gewohnt $u_l(t) = \lim\limits_{x\nearrow\psi(t)} u(x,t)$, $u_r(t) = \lim\limits_{x\searrow\psi(t)} u(x,t)$.
Führt man die Herleitung der RH-Bedingung wie im Skript durch, ergibt sich:

$$\begin{aligned}\int_{\mathbb{R}}\int_0^\infty g(u)\Phi \,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}x = &\int_{\mathbb{R}}\int_0^\infty f(u)_x\Phi + u_t\Phi \,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}x \\ &+[\psi'(t)(u_l(t) - u_r(t)) - f(u_l(t) + f(u_r(t))] \int_0^\infty \Phi(\psi(t),t)\,\mathrm{d}t\end{aligned}$$

Damit sich alles auf 0 ergibt, muss also wieder gelten:

$$\psi'(t) = \frac{f(u_l(t)) - f(u_r(t))}{u_l(t) - u_r(t)}$$

3.2.

3.3. **a)** Der Beweis sollte wieder so funktionieren wie die RH-Bedingung.

b) Bsp. 1.11 durchführen mit η, ψ allgemein?

c)

3.4. **a)**

$$f(u) = \eta(u) = \frac{u^2}{2} \Rightarrow f'(u) = \eta'(u) = u$$

$$\psi' = f'\eta' \Rightarrow \psi' = u^2 \Rightarrow \psi = \frac{u^3}{3}$$

3.5.