11.1. **a)**

b)

c)

11.2. **a)**

b)

11.3. Mit $W = a + [0, \varepsilon)^d$ gilt

$$\int_W g_\varepsilon(x)\,\mathrm{d}x = \int_Y g(x+a)\varepsilon^d\,\mathrm{d}x = \varepsilon^d \langle g\rangle_Y$$

Also gilt:

$$\left|\langle g_\varepsilon, \mathbb{1}_W\rangle - \langle\langle g\rangle_Y, \mathbb{1}_W\rangle\right| = 0, \quad \forall W$$

Und mit der Dichtheit der Würfel in L_2 folgt die Aussage.

11.4.

$$a_n = b_n := \mathbb{1}_{(0,\frac{1}{n})}\sqrt{n} \in L^\infty(\Omega) \subset L^2(\Omega)$$

$$\int_\Omega a_n f\,\mathrm{d}x \leq \underbrace{\sqrt{\int_0^{\frac{1}{n}} \sqrt{n}^2\,\mathrm{d}x}}_{\to 1}\underbrace{\sqrt{\int_0^{\frac{1}{n}} f^2\,\mathrm{d}x}}_{\to 0} \to 0$$

Für $f \equiv 1 \in L^2(0,1)$ gilt aber:

$$\int_\Omega a_n b_n f\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{1}{n}} n\,\mathrm{d}x = 1 \to \infty \neq 0 = ab$$

11.5. **a)**

b)

11.6. **a)**

b)

c)