

Тестовое задание: отчёт соискателя

18 сентября 2025 г.

Вакансия: программист-математик/алгоритмист

Соискатель: Башкиров Д.А.

1 Постановка задачи

Необходимо разработать математическую модель движения машины и программу для генерации GPS сообщений в зависимости от угла поворота руля и скорости движения.

Исходные данные:

- Угол поворота руля машины: $-600 - + 600$ градусов.
- Скорость движения от 0 до 30 км/час.
- Расстояние между осями машины 2 метра.
- Дискретность работы алгоритма 100 мс.
- Начальные GPS координаты машины: широта: 53.262778, долгота: 50.372778

Алгоритм работы программы:

1. С помощью математической модели рассчитать новое положение машины в зависимости от текущего положения машины, скорости движения и угла поворота колес.
2. Перевести полученные координаты из декартовой системы координат в геодезическую.
3. Вывести в консоль полученные координаты и скорость движения в формате NMEA0183 (GGA и VTG сообщения) с частотой 10 Гц.

Результат: программа генерирует GPS сообщения с координатами движения машины, при постоянном угле поворота колес и разных скоростях машина движется по окружности с постоянным радиусом.

Примечания. Скорость и угол поворота колес задавать с клавиатуры (или другим удобным способом).

Возможно частичное выполнение задания: только математическую модель с описанием, только генератор координат.

2 Предлагаемое решение

Шаг 1. Будем использовать простейшую, т.н. “велосипедную” [1, 2], модель двухосного транспортного средства (далее, ТС). Модель предполагает

- идеальное сцепление с грунтом;
- движение на строго-горизонтальной поверхности с постоянной скоростью;
- кинематический характер – действие сил в уравнения движения не входит.

Считая угол поворота одинаковым и постоянным для обоих передних колёс, модель имеет 3 вещественных степени свободы. А именно, состояние системы в момент времени t характеризуется положением на плоскости выделенной точки ТС – центра масс, и ориентацией продольной оси ТС (рис.1). Делаем дополнительное предположение о том, что центр масс расположен на задней оси равноудалённо от задних колёс.

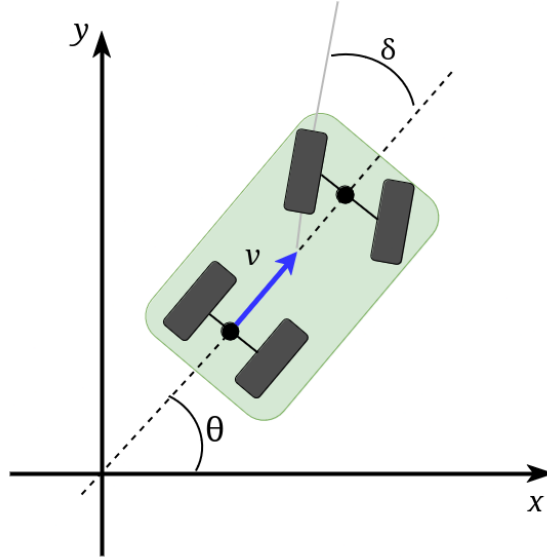


Рис. 1: Используемая кинематическая модель

Выбрав декартову систему координат на плоскости движения и направление отсчёта угла ориентации, состояние системы можно описать обобщённой координатой (x, y, θ) . Движение системы задаётся нелинейной системой ОДУ 1-го порядка

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cdot \cos(\theta) \\ \dot{y} = v \cdot \sin(\theta) , \\ \dot{\theta} = \frac{v}{L} \tan(\delta) \end{cases} \quad (1)$$

где константы v, L, δ – скорость движения, расстояние между осями и угол поворота соответственно.

Для численного решения этой системы при заданных начальных условиях подойдёт практически любой из классических методов. Мы воспользуемся методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

Примечания.

1. Для корректной постановки задачи (1) с начальными условиями потребуется дополнительно задать $\theta(0)$ – начальную ориентацию ТС, не указанную в исходном задании.
2. Параметр δ – угол поворота колёс, также требует дополнительных данных, не указанных в задании. А именно, если задан угол поворота руля, то для нахождения δ потребуется указать передаточное число рулевого механизма.
3. В задании имеется небольшая неточность в формулировке: “[...] *при постоянном угле поворота колес и разных скоростях машина движется по окружности с постоянным радиусом*”.

Это так, если угол поворота колёс не равен нулю, когда движение прямолинейно (либо придётся вводить окружность “бесконечно-большого радиуса”).

Шаг 2. На этом шаге будем пользоваться средствами библиотеки PROJ версии 9.7.0. Декартову систему координат, введённую на шаге 1, будем считать азимутальной равноудалённой системой (AEQD), с началом координат в точке исходного положения ТС. Оси x и y ориентированы на восток и север соответственно. В номенклатуре PROJ такая система кодируется строкой

```
+proj=aeqd +lat_0=<шир0> +lon_0=<дол0> +x_0=0 +y_0=0 +datum=WGS84 +units=m
```

где шир0 , дол0 – широта и долгота точки отсчёта соответственно. Для преобразования в геодезические координаты ГСК-2011 (EPSG:7683) применяем функции `proj_create_crs_to_crs` и `proj_trans`.

Шаг 3. Выполнение этого этапа сводится к форматированию данных полученных на предыдущих шагах согласно формату NMEA 0183 [3, 4]. Для заполнения всех полей GGA-сообщения вновь потребуется добавить данные, не приведённые в исходной постановке задачи:

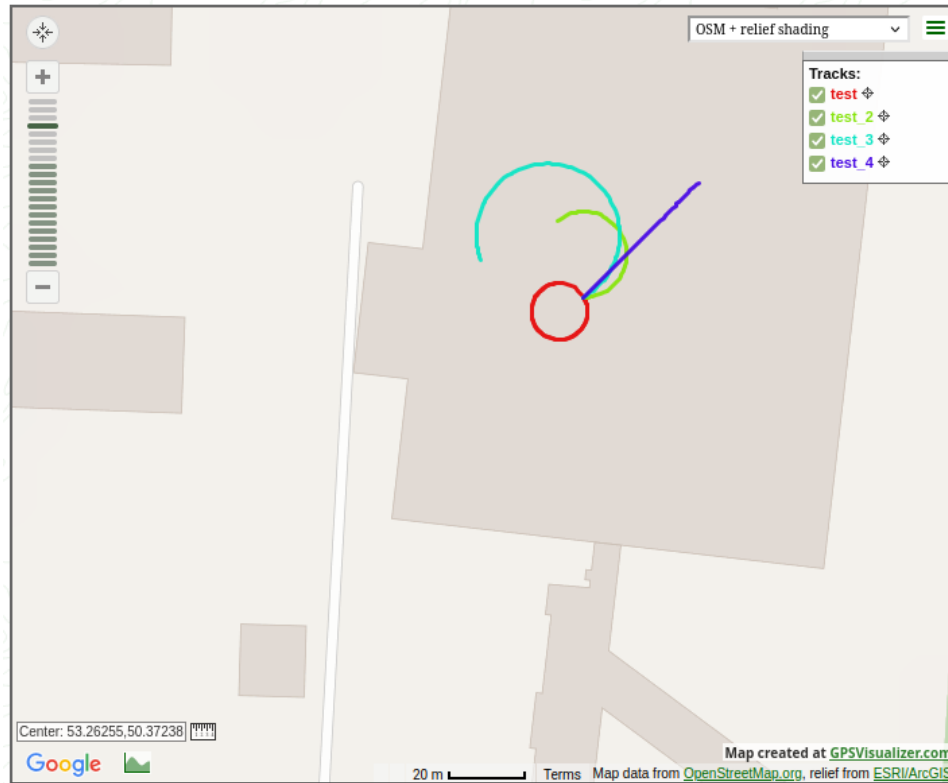


Рис. 2: Примеры сгенерированных траекторий

- время, во время которого осуществляется движение. Для простоты в этом качестве будем брать системное время машины (в UTC), на которой запущен генератор сообщений;
- высота над уровнем моря. По данным Open Elevation высота для приведённых координат составляет 50м. Ссылка: <https://api.open-elevation.com/api/v1/lookup?locations=53.262778,50.372778>

Для заполнения полей VTG-сообщения имеющихся данных достаточно.

2.1 Программная реализация и тестирование

Предлагаемая программа-генератор написана на языке C++ и скомпилирована компилятором g++ v.13.3.0 в ОС Linux. Использовалась сторонняя библиотека `boost/numeric/odeint` для численного интегрирования системы ОДУ и PROJ для конвертирования систем координат.

Программа запускается в режиме командной строки: `gps-tracking-sim <input_file>` и выводит результаты в консоль. Здесь, `input_file` – имя файла с параметрами модели. Файл представляет из себя последовательность строк вида `<параметр>:<значение>`. Порядок строк произвольный. Пример начальных данных и значения полей приведены ниже.

<code>steering_wheel_angle: 60.0</code>	угол поворота руля (град.)
<code>steering_ratio: 20</code>	передаточное число для рулевого механизма
<code>speed: 10.0</code>	скорость (км/ч)
<code>wheelbase: 2.0</code>	длина колёсной базы (м)
<code>time_step: 100</code>	дискретность (мс, целое)
<code>initial_lat: 53.262778</code>	начальное положение: широта (град.)
<code>initial_long: 50.372778</code>	начальное положение: долгота (град.)
<code>initial_elevation: 50.0</code>	начальное положение: высота над уровнем моря (м)
<code>initial_orientation: 90.0</code>	начальное положение: азимут $\theta(0)$, см.рис.1; (град.)

Для тестирования результатов сгенерированные для некоторых наборов исходных параметров GPS-данные были визуализированы на сайте GPSVisualizer (<https://www.gpsvisualizer.com/>).

Файлы с параметрами и сгенерированные для них последовательности сообщений находятся в директории `tests/` проекта. Скомпилированный исполняемый файл `gps-tracking-sim` находится в директории `release/`.

Примечание. Видимо, более реалистичные данные можно сгенерировать, добавляя к координатам и скорости гауссовы шумы подходящей амплитуды.

Список литературы

- [1] R. Rajamani, Vehicle Dynamics and Control, Springer, 2005
- [2] А.В. Влахова, Математические модели движения колёсных аппаратов, Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2014
- [3] NMEA Reference Manual, SiRF Technology, Inc., 2007, https://cdn.sparkfun.com/assets/a/3/2/f/a/NMEA_Reference_Manual-Rev2.1-Dec07.pdf
- [4] NMEA-0183 messages: Overview, https://receiverhelp.trimble.com/alloy-gnss/en-us/NMEA-0183messages_MessageOverview.html