Cas tests

Validation de l'équation de transport sur NEOS :

Afin de tester la résolution de l'équation de transport, on a considéré comme domaine le carré $[0, 1] \times [0, 1]$, avec une donnée initiale nulle sur l'ensemble du domaine. L'objectif de la simulation est d'imposer une valeur à la frontière $x = 0$, que nous allons transporter avec une vitesse $u = 2.5\,\mathrm{m/s}$ pendant 0.5 s. La solution obtenue est conforme aux attentes ; il reste maintenant à la comparer avec la solution exacte du problème en effectuant une étude de convergence. Par contre, le problème que l'on a rencontré dans cette partie est comment initialiser au tout début la fonction comme une fonction distance signée par rapport à l'interface.

Validation de l'équation de Poisson à coefficient variable sur NEOS :

Pour résoudre l'équation de Poisson avec un coefficient variable, nous avons choisi d'adapter le fichier `poissonCos.cpp`, fourni en exemple dans Neos. Notre modification consiste à incorporer directement le coefficient dans les sections `KappaCC` et `KappaFc` simultanément. Pour valider le problème, nous avons suivi une démarche d'analyse synthèse afin de déterminer une solution analytique. Nous avons donc envisagé différentes fonctions (afin d'éviter des valeurs nulles ou infinies pour α) que nous avons incorporées dans l'équation, avec un terme source nul par choix. La résolution de l'équation différentielle simple nous a permis de déterminer le coefficient α correspondant. En fin de compte, nous avons retenu $U(x, y) = y^2 + 2y$ et on cherche α comme fonction de y uniquement . En remplaçant dans l'équation :

$$\nabla.(\alpha(x, y)\nabla U) = 0 \tag{1}$$

On obtient :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\alpha(y)\frac{\partial U}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\alpha(y)\frac{\partial U}{\partial y}) = 0 \tag{2}$$

Ensuite en devellopant et remplaçant le U on trouve l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\alpha'(y)}{\alpha(y)}(y + 1) = -1 \tag{3}$$

La solution de cette équation différentielle s'exprime ainsi :

$$\alpha(y) = \frac{\alpha(0)}{y + 1} \tag{4}$$

Nous avons choisi $\alpha(0) = 1$ et avons considéré des conditions aux bords de type Dirichlet, imposant la solution précédente U, puis nous avons visualisé l'erreur par rapport à la solution. L'erreur L1 obtenue, de l'ordre de 0.08, n'est pas acceptable dans notre cas et nous n'arrivons pas à voir la source de l'erreur.