

Algoritmos Avanzados

Primera Evaluación Programada

14 – diciembre – 2021

Instrucciones:

- Lea atentamente el enunciado de cada uno de los problemas.
- Esta prueba está diseñada para desarrollarla en 1 hora y 30 minutos.
- A partir de las 15:40 horas del 14 de diciembre, usted dispone de 24 horas para entregar sus respuestas a través de la plataforma Moodle del curso (campus virtual).
- El trabajo debe ser desarrollado de forma individual, sin apoyo de fuentes bibliográficas y sin la ayuda de terceros.
- Puede escribir sus respuestas a mano y luego escanearlas o fotografiarlas.
- Procure mantener el orden en la presentación de sus respuestas.
- Responda cada pregunta en forma conjunta sin mezclar con la respuesta de otros problemas.
- Entregue su solución como un único archivo PDF.
- Identifique el archivo de respuesta con su nombre.
- Identifique claramente en el archivo a que problema corresponde cada respuesta.

PROBLEMA 1 (1,5 puntos):

Para un problema Π de tamaño n se conocen cinco algoritmos que lo resuelven con las siguientes complejidades:

(a) $T_1(n) = \mathcal{O}(n \log n + \log(n^k))$ con $k < n$

$= \mathcal{O}(n \log n)$

(b) $T_2(n) = \mathcal{O}(n^2 + 5(n \log n)^2)$

$= \mathcal{O}(n^2 (\log n)^2)$

(c) $T_3(n) = \mathcal{O}(n^3 + 7 \log n) + \mathcal{O}(n \log(n!))$

$= \mathcal{O}(n^3)$

(d) transformarlo en otro problema para el cual se conoce un algoritmo de tiempo $\mathcal{O}(n \log(n))$, la transformación demora $\mathcal{O}(n^2 \log n + 88 n^2)$

$= \mathcal{O}(n^2 \log n)$

(e) $T_5(n) = \mathcal{O}(\log(n^2)) + \mathcal{O}(n \log n)$

$= \mathcal{O}(n \log n)$

En general, ¿cuál de los algoritmos es más eficiente? Justifique. Analice cada alternativa.

En términos asintóticos los más eficientes son los algoritmos A_1 y A_5

PROBLEMA 2 (1,5 puntos):

Dados un problema **T** que pertenece a la clase **P**, un problema **B** que pertenece a la clase **NP**, un problema **Q** que pertenece a la clase **NP** y un problema **A** del cual no sabe nada.

- a) Se realiza la transformación polinomial de **A** a **T** ¿Qué concluye usted? Justifique.
A en P
- b) Se realiza la transformación polinomial de **B** a **Q** y de **Q** a **A** ¿Qué concluye usted? Justifique.
Nada, falta información
- c) Se realiza la transformación polinomial de **A** a **B** ¿Qué concluye usted? Justifique.
Nada, falta información
- d) Se prueba que **B** que pertenece a la clase **NP**-duro y se realiza la transformación polinomial de **B** a **A** ¿Qué concluye usted? Justifique.
A en NP-duro

PROBLEMA 3 (2,5 puntos):

Considere el caso de un contratista del rubro de la construcción que ha recibido n ofertas de proyectos. Cada oferta especifica el primer y último día de trabajo que requiere el proyecto. Siempre que acepte uno de los trabajos, el contratista debe comprometerse a estar disponible a lo largo de todo el período que dure el proyecto, por tanto, no puede aceptar dos trabajos cuyos intervalos de duración se superpongan. El criterio para seleccionar los proyectos es el de obtener la mayor rentabilidad posible. Debido a que cada proyecto, independiente de su duración, paga la misma tarifa, el contratista debe seleccionar el mayor subconjunto posible de trabajos (intervalos) de modo que no haya dos de ellos que entren conflicto entre sí. Por ejemplo, en la figura nro. 1 se presenta una instancia del problema que considera nueve proyectos, representados por nueve intervalos. En este caso, los cuatro proyectos de color rojo definen una solución óptima, es decir, se pueden seleccionar como máximo cuatro proyectos para ser realizados sin conflictos.

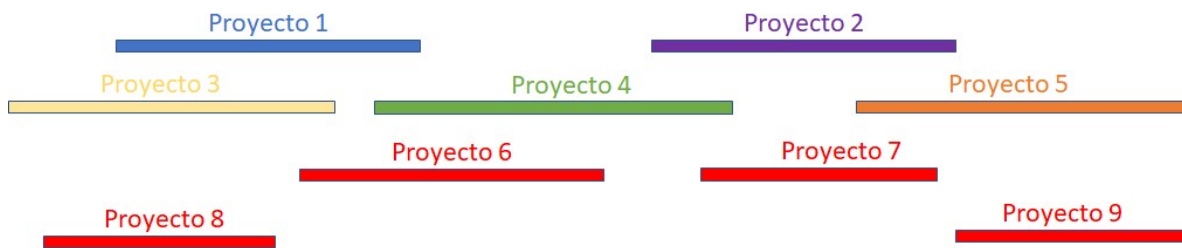


Figura nro. 1: ejemplo del problema de selección de proyectos.

- Dado un número de n de proyectos, cada uno de ellos con un intervalo de duración especificado por el día de inicio y el día de término. Construya un algoritmo que entregue el mayor subconjunto de proyectos que puedan ser seleccionados para ser realizados sin conflictos de superposición entre ellos.
- Calcule la complejidad temporal del algoritmo propuesto.

PROBLEMA 4 (0,5 puntos):

Después de años de arduo trabajo y estudio, usted logra diseñar un algoritmo determinista que resuelve en tiempo polinomial la versión de decisión de uno de los problemas pertenecientes a la clase NP -Completo. ¿Qué implicaciones tendría su descubrimiento para la clasificación de problemas vista en el curso? Comente.

Principal implicación $P=NP$