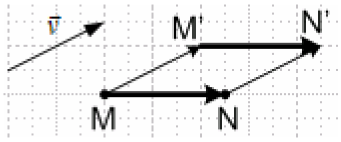
CHƯƠNG I:
PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẲNG

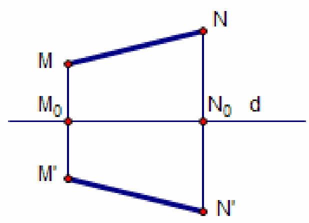
I. Phép tịnh tiến



- $T_{\vec{v}}: M \mapsto M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$
- $T_{\vec{v}}(M) = M',\ T_{\vec{v}}(N) = N' \Rightarrow \overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$
- $T_{\vec{v}}: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$

II. Phép đối xứng trục

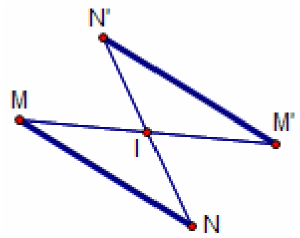
- $Đ_d: M \mapsto M' \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M'} = -\overrightarrow{M_0M}$ (M_0 là hình chiếu của M trên d)



- $Đ_d(M) = M' \Leftrightarrow Đ_d(M') = M$
- $Đ_d(M) = M',\ Đ_d(N) = N' \Rightarrow M'N' = MN$
- $Đ_{Ox}: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$

  $Đ_{Oy}: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$

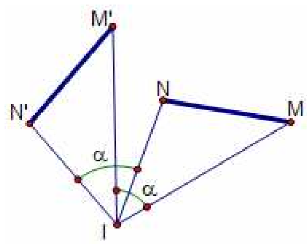
III. Phép đối xứng tâm



- $Đ_I: M \mapsto M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM}$
- $Đ_I(M) = M' \Leftrightarrow Đ_I(M') = M$
- $Đ_I(M) = M',\ Đ_I(N) = N' \Rightarrow \overrightarrow{M'N'} = -\overrightarrow{MN}$
- Cho I(a; b). $Đ_I: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$

  Đặc biệt: $Đ_O: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$

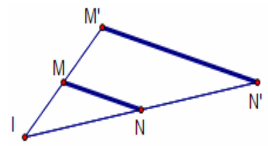
IV. Phép quay



- $Q_{(I,\alpha)}: M \mapsto M' \Leftrightarrow \begin{cases} IM' = IM \\ (IM; IM') = \alpha \end{cases}$
- $Q_{(I,\alpha)}(M) = M',\ Q_{(I,\alpha)}(N) = N' \Rightarrow M'N' = MN$
- $Q_{(I,\alpha)}(d) = d'$. Khi đó: $\left(\widehat{d, d'}\right) = \begin{cases} \alpha & \text{nếu } 0 < \alpha \le \dfrac{\pi}{2} \\ \pi - \alpha & \text{nếu } \dfrac{\pi}{2} \le \alpha < \pi \end{cases}$
- $Q_{(O,90^0)}: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$

  $Q_{(O,-90^0)}: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$

V. Phép vị tự



- $V_{(I,k)}: M \mapsto M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = k.\overrightarrow{IM}$ $(k \neq 0)$
- $V_{(I,k)}(M) = M',\ V_{(I,k)}(N) = N' \Rightarrow \overrightarrow{M'N'} = k.\overrightarrow{MN}$
- Cho I(a; b). $V_{(I,k)}: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = kx + (1-k)a \\ y' = ky + (1-k)b \end{cases}$

Chú ý: *Nếu phép dời hình (phép đồng dạng) biến ΔABC thành $\Delta A'B'C'$ thì nó cũng biến trọng tâm, trực tâm, tâm các đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp của ΔABC tương ứng thành trọng tâm, trực tâm, tâm các đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp của $\Delta A'B'C'$.*

I. PHÉP TỊNH TIẾN

1. Cho hai điểm cố định B, C trên đường tròn (O) và một điểm A thay đổi trên đường tròn đó. Tìm quĩ tích trực tâm H của ΔABC.

HD: Vẽ đường kính BB′. Xét phép tịnh tiến theo $\vec{v} = \overrightarrow{B'C}$. *Quĩ tích điểm H là đường tròn (O′) ảnh của (O) qua phép tịnh tiến đó.*

2. Cho đường tròn (O; R), đường kính AB cố định và đường kính CD thay đổi. Tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B cắt AC tại E, AD tại F. Tìm tập hợp trực tâm các tam giác CEF và DEF.

HD: Gọi H là trực tâm ΔCEF, K là trực tâm ΔDEF. Xét phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{BA}$. *Tập hợp các điểm H vàK là đường tròn (O′) ảnh của (O) qua phép tịnh tiến đó (trừ hai điểm A và A′ với* $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BA}$ *).*

3. Cho tứ giác lồi ABCD và một điểm M được xác định bởi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DM}$ và $\widehat{CBM} = \widehat{CDM}$. Chứng minh: $\widehat{ACD} = \widehat{BCM}$.

HD: Xét phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AB}$.

4. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{A} = 60^0$, $\widehat{B} = 150^0$, $\widehat{D} = 90^0$, AB = $6\sqrt{3}$, CD = 12. Tính độ dài các cạnh AD và BC.

HD: Xét phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{BA}$. *BC = 6, AD =* $6\sqrt{3}$.

5. Cho ΔABC. Dựng hình vuông BCDE về phía ngoài tam giác. Từ D và E lần lượt dựng các đường vuông góc với AB, AC. Chứng minh rằng hai đường vuông góc đó với đường cao AH của ΔABC đồng qui.

HD: Xét phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{BE}$, *ΔABC → ΔA′ED.*

6. Tìm ảnh của các điểm A(0; 2), B(1; 3), C(–3; 4) qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ trong các trường hợp sau:

a) $\vec{v}$ = (1; 1) b) $\vec{v}$ = (2; 1) c) $\vec{v}$ = (–2; 1) d) $\vec{v}$ = (3; –2)
e) $\vec{v}$ = (0; 0) f) $\vec{v}$ = (–3; 2)

7. Cho điểm A(1; 4). Tìm toạ độ điểm B sao cho $A = T_{\vec{v}}(B)$ trong các trường hợp sau:

a) $\vec{v} = (2;-3)$ b) $\vec{v}$ = (2; 1) c) $\vec{v}$ = (–2; 1) d) $\vec{v}$ = (3; –2)
e) $\vec{v}$ = (0; 0) f) $\vec{v}$ = (–3; 2)

8. Tìm toạ độ vectơ $\vec{v}$ sao cho $T_{\vec{v}}(M) = M'$ trong các trường hợp sau:

a) M(–10; 1), M’(3; 8) b) M(–5; 2), M′(4; –3) c) M(–1; 2), M′(4; 5)
d) M(0; 0), M′(–3; 4) c) M(5; –2), M′(2; 6) f) M(2; 3), M′(4; –5)

9. Trong mpOxy, cho đường thẳng (d) : 2x – y + 5 = 0. Tìm phương trình của đường thẳng (d’) là ảnh của (d) qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ trong các trường hợp sau:

a) $\vec{v} = (4;-3)$ b) $\vec{v}$ = (2; 1) c) $\vec{v}$ = (–2; 1) d) $\vec{v}$ = (3; –2)

10. Trong mpOxy, cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$. Tìm phương trình của đường tròn (C′) là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ trong các trường hợp sau:

a) $\vec{v} = (4;-3)$ b) $\vec{v}$ = (2; 1) c) $\vec{v}$ = (–2; 1) d) $\vec{v}$ = (3; –2)

11. Trong mpOxy, cho Elip (E): $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Tìm phương trình của elip (E′) là ảnh của (E) qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ trong các trường hợp sau:

a) $\vec{v} = (4;-3)$ b) $\vec{v}$ = (2; 1) c) $\vec{v}$ = (–2; 1) d) $\vec{v}$ = (3; –2)

12. Trong mpOxy, cho Hypebol (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. Tìm phương trình của Hypebol (H′) là ảnh của (H) qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ trong các trường hợp sau:
a) $\vec{v}=(4;-3)$ b) $\vec{v}$ = (2; 1) c) $\vec{v}$ = (–2; 1) d) $\vec{v}$ = (3; –2)

13. Trong mpOxy, cho Parabol (P): y^2 = 16x. Tìm phương trình của Parabol (P′) là ảnh của (P) qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ trong các trường hợp sau:
a) $\vec{v}=(4;-3)$ b) $\vec{v}$ = (2; 1) c) $\vec{v}$ = (–2; 1) d) $\vec{v}$ = (3; –2)

14. Cho đường thẳng d: x + 2y – 1 = 0 và vectơ $\vec{v}$ = (2; m). Tìm m để phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến d thành chính nó.

II. PHÉP ĐỐI XỨNG TRỤC

1. Cho hai điểm B, C cố định trên đường tròn (O) và một điểm A thay đổi trên đường tròn đó. Tìm quĩ tích trực tâm H của ΔABC.
HD: Gọi H′ là giao điểm thứ hai của đường thẳng AH với (O). Xét phép đối xứng trục BC. Quĩ tích điểm H là đường tròn (O′) ảnh của (O) qua phép $Đ_{BC}$.

2. Cho đường thẳng d và hai điểm A, B nằm về một phía của d. Tìm trên d một điểm M sao cho tổng AM + MB có giá trị nhỏ nhất.
HD: Gọi A′ = $Đ_d$(A). M là giao điểm của A′B và d.

3. Cho ΔABC với trực tâm H.
a) Chứng minh rằng các đường tròn ngoại tiếp các tam giác HAB, HBC, HCA có bán kính bằng nhau.
b) Gọi O_1, O_2, O_3 là tâm của các đường tròn nói trên. Chứng minh rằng đường tròn đi qua 3 điểm O_1, O_2, O_3 có bán kính bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

4. Cho góc nhọn xOy và một điểm A thuộc miền trong góc này. Tìm điểm B ∈ Ox, C ∈ Oy sao cho chu vi ΔABC là bé nhất.
HD: Xét các phép đối xứng trục: $Đ_{Ox}(A) = A_1$; $Đ_{Oy}(A) = A_2$. B, C là các giao điểm của A_1A_2 với các cạnh Ox, Oy.

5. Cho ΔABC có các góc đều nhọn và điểm M chạy trên cạnh BC. Giả sử $Đ_{AB}$(M) = M_1, $Đ_{AC}$(M) = M_2. Tìm vị trí của M trên cạnh BC để đoạn thẳng M_1M_2 có độ dài ngắn nhất.
HD: M là chân đường cao vẽ từ A của ΔABC.

6. Cho ΔABC cân đỉnh A. Điểm M chạy trên BC. Kẻ MD ⊥ AB, ME ⊥ AC. Gọi D′ = $Đ_{BC}$(D). Tính $\widehat{BD'M}$ và chứng tỏ MD + ME không phụ thuộc vào vị trí điểm M.
HD: $\widehat{BD'M}$ = 1v; MD + ME = BH.

7. Tìm ảnh của các điểm sau qua phép đối xứng trục Ox: A(2; 3), B(–2; 3), C(0; 6), D(4; –3).

8. Tìm ảnh của các điểm sau qua phép đối xứng trục Oy: A(2; 3), B(–2; 3), C(0; 6), D(4; –3).

9. Tìm ảnh của điểm A(3; 2) qua phép đối xứng trục d với d: x – y = 0.

10. Tìm ảnh của các đường thẳng sau qua phép đối xứng trục Ox:
a) x – 2 = 0 b) y – 3 = 0 c) 2x + y – 4 = 0 d) x + y – 1 = 0

11. Tìm ảnh của các đường thẳng sau qua phép đối xứng trục Oy:
a) x – 2 = 0 b) y – 3 = 0 c) 2x + y – 4 = 0 d) x + y – 1 = 0

12. Tìm ảnh của các đường tròn sau qua phép đối xứng trục Ox:

a) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$ b) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$
c) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 11 = 0$

13. Tìm ảnh của các đường tròn sau qua phép đối xứng trục Oy:
a) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$ b) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$
c) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 11 = 0$

14. Tìm ảnh của các elip sau qua phép đối xứng trục Ox (Oy):
a) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ b) $x^2 + 4y^2 = 1$ c) $9x^2 + 16y^2 = 144$

15. Tìm ảnh của các hypebol sau qua phép đối xứng trục Ox (Oy):
a) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ b) $x^2 - 4y^2 = 1$ c) $9x^2 - 25y^2 = 225$

16. Tìm ảnh của các parabol sau qua phép đối xứng trục Ox:
a) $y^2 = 2x$ b) $x^2 = 2y$ c) $y = x^2$

17. Tìm ảnh của các parabol sau qua phép đối xứng trục Oy:
a) $y^2 = 2x$ b) $x^2 = 2y$ c) $y = x^2$

III. PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

1. Trên đường tròn (O) cho hai điểm B, C cố định và một điểm A thay đổi. Gọi H là trực tâm của ΔABC và H′ là điểm sao cho HBH′C là hình bình hành. Chứng minh rằng H′ nằm trên đường tròn (O). Từ đó suy ra quĩ tích của điểm H.
HD: Gọi I là trung điểm của BC. $Đ_I(H′) = H$ ⇒ Quĩ tích điểm H là đường tròn (O′) ảnh của (O) qua phép $Đ_I$.

2. Điểm M thuộc miền trong tứ giác lồi ABCD. Gọi A′, B′, C′, D′ lần lượt là điểm đối xứng của M qua trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh tứ giác A′B′C′D′ là hình bình hành.

3. Cho đường tròn (O, R) và một dây cố định $AB = R\sqrt{2}$. Điểm M chạy trên cung lớn $\overset{\frown}{AB}$ thoả mãn ΔMAB có các góc đều nhọn, có H là trực tâm. AH và BH cắt (O) theo thứ tự tại A′ và B′. A′B cắt AB′ tại N.
a) Chứng minh A′B′ cũng là đường kính của đường tròn (O, R).
b) Tứ giác AMBN là hình bình hành.
c) HN có độ dài không đổi khi M chạy như trên.
d) HN cắt A′B′ tại I. Tìm tập hợp các điểm I khi M chạy như trên.
HD: a) $\widehat{A'BB'} = 1v$ b) AM // A′N, BM // AN c) HN = B′A′ = 2R
d) Gọi J là trung điểm AB. $Đ_J(M) = N$, $Đ_J(O) = O′$. $\widehat{OIO'} = 1v$ ⇒ Tập hợp các điểm I là đường tròn đường kính OO′.

4. Một đường thẳng đi qua tâm O của hình bình hành ABCD cắt các cạnh DC, AB tại P và Q. Chứng minh rằng các giao điểm của các đường thẳng AP, BP, CQ, DQ với các đường chéo của hình bình hành là các đỉnh của một hình bình hành mới.
HD: Xét phép $Đ_O$.

5. Tìm ảnh của các điểm A(2; 3), B(–2; 3), C(0; 6), D(4; –3) qua phép đối xứng tâm với:
a) Tâm O(0; 0) b) Tâm I(1; –2) c) Tâm H(–2; 3)

6. Tìm ảnh của các đường thẳng sau qua phép đối xứng tâm O(0; 0):
a) $2x - y = 0$ b) $x + y + 2 = 0$ c) $2x + y - 4 = 0$ d) $y = 2$ e) $x = -1$

7. Tìm ảnh của các đường thẳng sau qua phép đối xứng tâm I(2; 1):
a) $2x - y = 0$ b) $x + y + 2 = 0$ c) $2x + y - 4 = 0$ d) $y = 2$ e) $x = -1$

8. Tìm ảnh của các đường tròn sau qua phép đối xứng tâm I(2; 1):
a) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$ b) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$
c) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 11 = 0$

9. Tìm ảnh của các elip sau qua phép đối xứng tâm I(1; –2):
a) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ b) $x^2 + 4y^2 = 1$ c) $9x^2 + 16y^2 = 144$

10. Tìm ảnh của các hypebol sau qua phép đối xứng tâm I(–1; 2):
a) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ b) $x^2 - 4y^2 = 1$ c) $9x^2 - 25y^2 = 225$

11. Tìm ảnh của các parabol sau qua phép đối xứng tâm O(0; 0):
a) $y^2 = 2x$ b) $x^2 = 2y$ c) $y = x^2$

IV. PHÉP QUAY

1. Cho ΔABC. Dựng về phía ngoài tam giác đó các tam giác BAE và CAF vuông cân tại A. Gọi I, M, J theo thứ tự là trung điểm của EB, BC, CF. Chứng minh ΔIMJ vuông cân.
HD: Xét phép quay $Q_{(A,90^0)}$.

2. Cho ΔABC. Dựng về phía ngoài tam giác đó các hình vuông ABEF và ACIK. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng AM vuông góc với FK và AM = $\frac{1}{2}$FK.
HD: Gọi $D = Đ_{(A)}(B)$*. Xét phép quay* $Q_{(A,90^0)}$.

3. Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng theo thứ tự. Lấy các đoạn thẳng AB, BC làm cạnh, dựng các tam giác đều ABE và BCF nằm cùng về một phía so với đường thẳng AB. Gọi M, N lần lượt là các trung điểm của các đoạn thẳng AF, CE. Chứng minh ΔBMN đều.
HD: Xét phép quay $Q_{(B,60^0)}$.

4. Cho ΔABC. Lấy các cạnh của tam giác đó làm cạnh, dựng ra phía ngoài tam giác các tam giác đều ABC_1, CAB_1, CAB_1. Chứng minh rằng các đoạn thẳng AA_1, BB_1, CC_1 bằng nhau.
HD: Xét các phép quay $Q_{(A,60^0)}$, $Q_{(B,60^0)}$.

5. Cho ΔABC đều tâm O. Trên các cạnh AB, AC đặt các đoạn thẳng AD, AE sao cho AD + AE = AB. Chứng minh rằng OD = OE và $\widehat{DOE} = 120^0$.
HD: Xét phép quay $Q_{(O,120^0)}$.

6. Cho hình vuông ABCD và điểm M trên cạnh AB. Đường thẳng qua C vuông góc với CM, cắt AB và AD tại E và F. CM cắt AD tại N. Chứng minh rằng:
a) CM + CN = EF b) $\frac{1}{CM^2}+\frac{1}{CN^2}=\frac{1}{AB^2}$
HD: Xét phép quay $Q_{(C,90^0)}$.

7. Cho ΔABC. Dựng về phía ngoài tam giác các hình vuông ABDE và ACIJ sao cho C và D nằm khác phía với AB. Chứng minh giao điểm của BI và CD nằm trên đường cao AH của ΔABC.
HD: Lấy trên tia đối của AH một đoạn AK = BC. Gọi O là tâm hình vuông ACIJ. Xét phép quay $Q_{(O,90^0)} \Rightarrow IB \perp CK$*. Tương tự* $CD \perp BK$.

8. Tìm ảnh của các điểm A(2; 3), B(–2; 3), C(0; 6), D(4; –3) qua phép quay tâm O góc α với:
a) $\alpha = 90^0$ b) $\alpha = -90^0$ c) $\alpha = 180^0$

9. Tìm ảnh của các đường thẳng sau qua phép quay tâm O góc 90^0:
a) $2x - y = 0$ b) $x + y + 2 = 0$ c) $2x + y - 4 = 0$ d) $y = 2$ e) $x = -1$

10. Tìm ảnh của các đường tròn sau qua phép quay tâm O góc 90^0:
a) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$ b) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$
c) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 11 = 0$

V. PHÉP VỊ TỰ

1. Cho ΔABC với trọng tâm G, trực tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp O. Chứng minh ba điểm G, H, O thẳng hàng và $\overrightarrow{GH} = -2\overrightarrow{GO}$.
HD: Xét phép vị tự $V_{(G,-2)}(O) = H$.

2. Tam giác ABC có hai đỉnh B, C cố định, còn đỉnh A chạy trên một đường tròn (O). Tìm quĩ tích trọng tâm G của ΔABC.
HD: Gọi I là trung điểm của BC. Xét phép vị tự $V_{\left(I,\frac{1}{3}\right)}(A) = G$.

3. Cho đường tròn (O) có đường kính AB. Gọi C là điểm đối xứng của A qua B, PQ là một đường kính thay đổi của (O). Đường thẳng CQ cắt PA và PB lần lượt tại M và N.
a) Chứng minh rằng Q là trung điểm của CM, N là trung điểm của CQ.
b) Tìm quĩ tích của M và N khi đường kính PQ thay đổi.
HD: a) Sử dụng tính chất đường trung bình.
b) Xét các phép vị tự $V_{(C,2)}(Q) = M$; $V_{\left(C,\frac{1}{2}\right)}(Q) = N$.

4. Cho đường tròn (O, R) và đường thẳng d không có điểm chung với đường tròn. Từ một điểm M bất kì trên d, kẻ các tiếp tuyến MP, MQ với đường tròn (O).
a) Chứng minh PQ luôn đi qua một điểm cố định.
b) Tìm tập hợp trung điểm K của PQ, tâm O′ của đường tròn ngoại tiếp ΔMPQ, trực tâm H của ΔMPQ.
HD: a) Kẻ $OI \perp d$*, OI cắt PQ tại N.* $\overrightarrow{OI}.\overrightarrow{ON} = r^2 \Rightarrow$ *N cố định.*
b) Tập hợp các điểm K là đường tròn (O_1) *đường kính NO.*
Tập hợp các điểm O′ đường trung trực đoạn OI.
Tập hợp các điểm H là đường tròn $(O_2) = V_{(O,2)}$.

5. Cho điểm A ở ngoài đường tròn (O, R) và đường kính MN quay xung quanh tâm O. AM và AN cắt đường tròn (O) tại B và C.
a) Chứng minh đường tròn (AMN) luôn đi qua một điểm cố định khác A.
b) Chứng minh BC luôn đi qua một điểm cố định.
c) Tìm tập hợp trung điểm I của BC và trọng tâm G của ΔABC.
HD: a) AO cắt (AMN) tại D. $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON} = -R^2 \Rightarrow$ *D cố định.*
b) AO cắt BC tại E. $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AD} = AO^2 - R^2 \Rightarrow$ *E cố định.*
c) Tập hợp các điểm I là đường tròn (O_1) *đường kính EO.*
Tập hợp các điểm G là đường tròn $(O_2) = V_{\left(A,\frac{2}{3}\right)}(O_1)$.

6. Cho đường tròn (O, R), đường kính AB. Một đường thẳng d vuông góc với AB tại một điểm C ở ngoài đường tròn. Một điểm M chạy trên đường tròn. AM cắt d tại D, CM cắt (O) tại N, BD cắt (O) tại E.
a) Chứng minh AM.AD không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.
b) Tứ giác CDNE là hình gì?
c) Tìm tập hợp trọng tâm G của ΔMAC.
HD: a) AM.AD = AB.AC (không đổi) *b) NE // CD ⇒ CDNE là hình thang.*
c) Gọi I là trung điểm AC. Kẻ GK // MO. Tập hợp các điểm G là đường tròn (K, $\frac{R}{3}$*) ảnh của đường tròn (O, R) qua phép* $V_{(I,\frac{1}{3})}$.

7. Tìm ảnh của các điểm sau qua phép vị tự tâm I(2; 3), tỉ số k = –2: A(2; 3), B(–3; 4), C(0; 5), D(3; 0), O(0; 0).

8. Tìm ảnh của các điểm sau qua phép vị tự tâm I(2; 3), tỉ số k = $\frac{1}{2}$: A(2; 3), B(–3; 4), C(0; 5), D(3; 0), O(0; 0).

9. Phép vi tự tâm I tỉ số $k=\frac{1}{2}$ biến điểm M thành M'. Tìm toạ độ của điểm I trong các trường hợp sau:
a) M(4; 6) và M'(–3; 5). b) M(2; 3) và M′(6; 1) c) M(–1; 4) và M′(–3; –6)

10. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến điểm M thành M'. Tìm k trong các trường hợp sau:
a) I(–2; 1), M(1; 1), M'(–1; 1). b) I(1; 2), M(0; 4) và M′(2; 0)
c) I(2; –1), M(–1; 2), M′(–2; 3)

11. Tìm ảnh của các đường thẳng sau qua phép vị tự tâm O(0; 0) tỉ số k = 2:
a) x + 2y – 1 = 0 b) x – 2y + 3 = 0 c) y – 3 = 0 d) x + 4 = 0

12. Tìm ảnh của đường thẳng d: x – 2y + 1 = 0 qua phép vị tự tâm I(2; 1) tỉ số k trong các trường hợp sau:
a) k = 1 b) k = 2 c) k = – 1 d) k = – 2 e) k = $\frac{1}{2}$ f) k = $-\frac{1}{2}$

13. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng Δ_1: x – 2y + 1 = 0 và Δ_2: x – 2y + 4 = 0 và điểm I(2; 1). Tìm tỉ số k để phép vị tự $V_{(I,k)}$ biến Δ_1 thành Δ_2.

14. Tìm ảnh của các đường tròn sau qua phép vị tự tâm O(0; 0) tỉ số k = 2:
a) $(x-1)^2+(y-5)^2=4$ b) $(x+2)^2+(y+1)^2=9$ c) $x^2 + y^2 = 4$

15. Tìm ảnh của đường tròn (C): $(x + 1)^2 + (y – 3)^2 = 9$ qua phép vị tự tâm I(2; 1) tỉ số k trong các trường hợp sau:
a) k = 1 b) k = 2 c) k = – 1 d) k = – 2 e) k = $\frac{1}{2}$ f) k = $-\frac{1}{2}$

16. Xét phép vị tự tâm I(1; 0) tỉ số k = 3 biến đường tròn (C) thành (C′). Tìm phương trình của đường tròn (C) nếu biết phương trình đường tròn (C′) là:
a) $(x-1)^2+(y-5)^2=4$ b) $(x+2)^2+(y+1)^2=9$ c) $x^2+y^2=1$

ÔN TẬP CHƯƠNG I

1. Cho hình bình hành ABCD có CD cố định, đường chéo AC = a không đổi. Chứng minh rằng khi A di động thì điểm B di động trên một đường tròn xác định.

2. Cho 2 điểm A, B cố định thuộc đường tròn (C) cho trước. M là một điểm di động trên (C) nhưng không trùng với A và B. Dựng hình bình hành AMBN. Chứng minh rằng tập hợp các điểm N là một đường tròn.

3. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Một điểm C chạy trên nửa đường tròn đó. Dựng về phía ngoài tam giác ABC hình vuông CBEF. Chứng minh điểm E chạy trên một nửa đường tròn cố định.

4. Cho hình vuông ABCD có tâm I. Trên tia BC lấy điểm E sao cho BE = AI.
a) Xác định một phép dời hình biến A thành B, I thành E.
b) Dựng ảnh của hình vuông ABCD qua phép dời hình ấy.

5. Cho hai đường tròn (O; R) và (O′; R′). Xác định các tâm vị tự của hai đường tròn nếu R′ = 2R và OO′ = $\frac{3}{2}$R.

6. Cho $\vec{v}$ = (–2; 1), các đường thẳng d: 2x – 3y + 3 = 0, d_1: 2x – 3y – 5 = 0.
a) Viết phương trình đường thẳng d′ = $T_{\vec{v}}$(d).
b) Tìm toạ độ vectơ $\vec{u}$ vuông góc với phương của d sao cho d_1 = $T_{\vec{u}}$(d).

7. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Tìm (C′) = $T_{\vec{v}}$(C) với $\vec{v}$ = (–2; 5).

8. Cho M(3; –5), đường thẳng d: 3x + 2y – 6 = 0 và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$.
a) Tìm ảnh của M, d, (C) qua phép đối xứng trục Ox.
b) Tìm ảnh của d và (C) qua phép đối xứng tâm M.

9. Tìm điểm M trên đường thẳng d: x – y + 1 = 0 sao cho MA + MB là ngắn nhất với A(0; –2), B(1; –1).

10. Viết phương trình đường tròn là ảnh của đường tròn tâm A(–2; 3) bán kính 4 qua phép đối xứng tâm, biết:
a) Tâm đối xứng là gốc toạ độ O b) Tâm đối xứng là điểm I(–4; 2)

11. Cho đường thẳng d: x + y – 2 = 0. Viết phương trình của đường thẳng d′ là ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm O góc quay α, với:
a) $\alpha = 90^0$ b) $\alpha = 40^0$.

12. Cho $\vec{v}$ = (3; 1) và đường thẳng d: y = 2x. Tìm ảnh của d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc 90^0 và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.

13. Cho đường thẳng d: y = $2\sqrt{2}$. Viết phương trình đường thẳng d′ là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số k = $\frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc 45^0.

14. Cho đường tròn (C): $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$. Viết phương trình đường tròn (C′) là ảnh của (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số k = – 2 và phép đối xứng qua trục Oy.

15. Xét phép biến hình F biến mỗi điểm M(x; y) thành điểm M′(–2x + 3; 2y – 1). Chứng minh F là một phép đồng dạng.