

Bài 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vector $\vec{v}(-3; 2)$, điểm $A(2; 1)$ và đường thẳng d có phương trình $2x - y - 3 = 0$.

- 1/ Tìm ảnh của điểm A qua phép tịnh tiến theo vector \vec{v} .
- 2/ Tìm phương trình của đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến theo vector \vec{v} .

Bài 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn tâm $I(2; -1)$ bán kính $R=2$.

- 1/ Viết phương trình đường tròn $(I, 2)$.
- 2/ Viết phương trình đường tròn ảnh của đường tròn $(I, 2)$ qua phép đối xứng trục Ox .
- 3/ Viết phương trình ảnh của đường tròn $(I, 2)$ qua phép đồng dạng có được từ việc thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số 3 và phép đối xứng qua trục Oy .

Bài 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vector $\vec{v}(-2; 1)$, điểm $A(1; -2)$ và đường thẳng d có phương trình $2x - y - 4 = 0$.

- 1/ Tìm ảnh của điểm A qua phép tịnh tiến theo vector \vec{v} .
- 2/ Tìm phương trình của đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến theo vector \vec{v} .

Bài 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn tâm $I(1; -1)$ bán kính $R=2$.

- 1/ Viết phương trình đường tròn $(I, 2)$.
- 2/ Viết phương trình ảnh của đường tròn $(I, 2)$ qua phép đối xứng trục Oy .
- 3/ Viết phương trình ảnh của đường tròn $(I, 2)$ qua phép đồng dạng có được từ việc thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số 2 và phép đối xứng qua trục Ox .

Bài 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(3; -1)$ và đường thẳng d có phương trình:
 $x + 2y - 1 = 0$. Tìm ảnh của A và d qua:

- 1/ Phép đối xứng qua trục Ox
- 2/ Phép tịnh tiến theo vector $\vec{V}(2; 1)$

Bài 6: Trong mặt phẳng tọa độ cho đường tròn $(I, 2)$ Trong đó $I(1; -1)$

- 1/ Viết phương trình đường tròn $(I, 2)$.
- 2/ Viết phương trình đường tròn là ảnh của đường tròn $(I, 2)$ qua việc thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép vị tự tâm O tỉ số 3.

Bài 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(3; -1)$ và đường thẳng d có phương trình:
 $x + 2y - 1 = 0$. Tìm ảnh của A và d qua:

- 1/ Phép đối xứng qua trục Oy .
- 2/ Phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$.

Bài 8: Trong mặt phẳng tọa độ cho đường tròn $(I, 3)$ Trong đó $I(-2; 3)$

- 1/ Viết phương trình đường tròn $(I, 3)$.
- 2/ Viết phương trình đường tròn là ảnh của đường tròn $(I, 3)$ qua việc thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vector $\vec{V}(-3, 2)$

Bài 9: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, tìm tọa độ của M' là ảnh của $M(2;3)$ trong phép tịnh tiến

\vec{T}_u với $\vec{u}=(-1;5)$

Bài 10: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, tìm ảnh của đường thẳng $d: 2x-y+1=0$ trong phép tịnh tiến

\vec{T}_u với $\vec{u}=(3;-4)$

Bài 11: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, tìm ảnh của đường tròn (C): $(x-1)^2+(y+2)^2=4$ trong

phép tịnh tiến \vec{T}_u với $\vec{u}=(-2;3)$

Bài 12: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, cho đường thẳng $d: x-2y+1=0$ và điểm $I(2;-1)$.

a/ Chứng minh rằng $I \notin d$. Viết phương trình của đường thẳng (Δ) đi qua I và (Δ) song song với d.

b/ Cho $A(-3;2)$ và $B(5;0)$. Chứng minh A và B không nằm ở phần mặt phẳng ở giữa hai đường thẳng d và (Δ) .

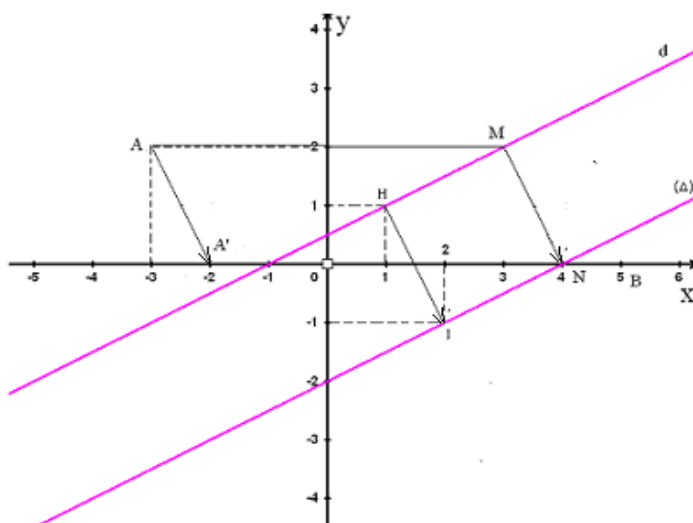
c/ Tìm tọa độ của $M \in d$ và của $N \in (\Delta)$ sao cho $AM+BN$ ngắn nhất.

Giải:

a/ Thay tọa độ của $I(2;-1)$ vào vế trái phương trình đường thẳng d: $2-2(-1)+1=5 \neq 0 \Rightarrow I \notin d$.

Vì (Δ) song song với d nên (Δ) và d có cùng vector pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2)$.

Phương trình (Δ) : $1(x-2)-2(y+1)=0 \Leftrightarrow x-2y-4=0$.



b/ Ta có: $d // (\Delta)$

Từ $d: x-2y+1=0$, xét $F(x,y)=x-2y+1$ và từ $(\Delta): x-2y-4=0$ xét $G(x,y)=x-2y-4$. Chọn $O(0;0)$ nằm ở phần mặt phẳng ở giữa hai đường thẳng d và (Δ) .

Vì $F(0;0)=1>0$ và $G(0;0)=-4<0$ nên ở phần mặt phẳng ở giữa hai đường thẳng d và (Δ) ta có $F(x,y).G(x,y)<0$

Vì $F(x_A,y_A).G(x_A,y_A)=F(-3,2).G(-3,2)=-6.(-11)>0$ nên A không nằm ở phần mặt phẳng ở giữa hai đường thẳng d và (Δ) .

Vì $F(x_B,y_B).G(x_B,y_B)=F(5,0).G(5,0)=6.1>0$ nên B không nằm ở phần mặt phẳng ở giữa hai đường thẳng d và (Δ) .

Vì $F(x_A,y_A)=-6<0$ và $G(x_A,y_A)=-11<0$ và vì $F(x_B,y_B)=6>0$ và $G(x_B,y_B)=1>0$ nên A và B nằm về hai phía khác nhau so với phần mặt phẳng ở giữa hai đường thẳng d và (Δ) .

Ta xác định được hình chiếu vuông góc của I trên d là H(1;1). Vậy trong phép tịnh tiến theo vector $\vec{HI} = (1;-5)$ đường thẳng d biến thành đường thẳng (Δ).

Dựng $\vec{AA'} = \vec{HI} = (1;-2)$ ta có A'(-2;0), điểm N cần xác định là giao điểm của A'B với (Δ).
Phương trình A'B: $y=0$.

Vậy tọa độ của N là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y = 0 \\ x - 2y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow N(4;0), \text{ dựng } MN \perp d \text{ và } M \in d$$

Đường thẳng MN đi qua N(4;0) và có vector chỉ phương $\vec{HI} = (1;-2)$ nên có vector pháp tuyến

$\vec{n'} = (2;1)$. Vậy MN có phương trình $2(x-4)+1(y-0)=0 \Leftrightarrow 2x+y-8=0$.

Vậy tọa độ của M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x + y - 8 = 0 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow M(3;2)$$

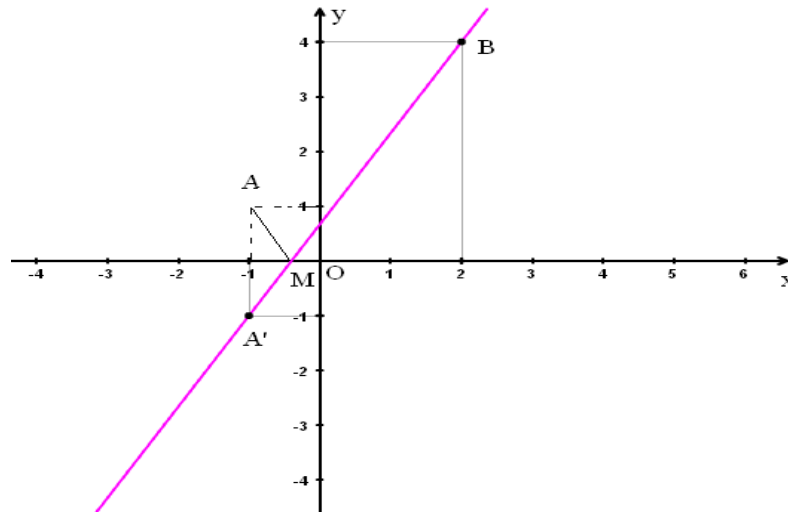
Vì AA'NM là một hình bình hành nên AM=A'N.

Vì A', N và B thẳng hàng nên A'N+NB=AM+BN ngắn nhất.

Vậy M(3;2) và N(4;0) là hai điểm cần tìm.

Bài 13: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, tìm tọa độ của M' là ảnh của M(2;-1) qua phép đối xứng trục d: $x-2y+1=0$.

Bài 14: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, cho hai điểm A(-1;1) và B(2;4). Tìm trên Ox điểm M sao cho tổng AM+BM nhỏ nhất.



Giải:

Vì

$y_A \cdot y_B = 1 \cdot 4 = 4 > 0$ nên A và B nằm về cùng một phía so với Ox: $y=0$.

Gọi A'(-1;-1) là điểm đối xứng với A(-1;1) qua Ox.

Nếu A'B cắt Ox tại M thì AM=A'M. Vì A', M, B thẳng hàng nên A'M+MB=AM+BM ngắn nhất. Vậy M cần tìm là giao điểm của A'B với Ox.

Đường thẳng A'B đi qua A'(-1;-1) và có vectơ chỉ phương $\vec{A'B} = (3;5)$ nên A'B có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (5;-3)$.

Vậy A'B: $5(x+1)-3(y+1)=0 \Leftrightarrow 5x-3y+2=0$

Tọa độ của M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 5x - 3y + 2 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{5} \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy $M(-\frac{2}{5};0)$ là điểm cần tìm.

Bài 14: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$. Tìm ảnh của (C) trong phép đối xứng qua đường phân giác d: $y=x$.

Bài 15: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, cho tam giác ABC có A(4;0), B(0;2) và C(-1; -5).

a/ Chứng minh rằng tam giác ABC có góc A nhọn. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

b/ Viết phương trình của các đường thẳng AB và AC.

c/ Tìm tọa độ các điểm $M \in AB$ và $N \in AC$ để tam giác GMN có chu vi nhỏ nhất.

Giải:

a/ Ta có $\vec{AB} = (-4;2)$ và $\vec{AC} = (-5;-5)$. Khi đó:

$$\cos A = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{-4(-5) + 2(-5)}{\sqrt{(-4)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$\Rightarrow \cos A > 0 \Rightarrow A$ nhọn

G là trọng tâm của tam giác ABC $\Leftrightarrow \vec{OG} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$ nên trọng tâm G của tam giác

ABC có tọa độ:

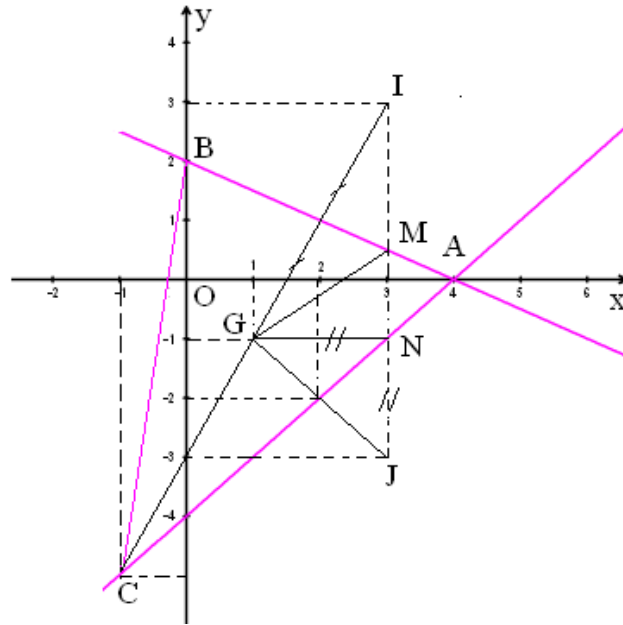
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow G(1;-1)$$

b/ Phương trình AB có dạng đoạn chắn:

$$\frac{x}{x_A} + \frac{y}{y_B} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow x + 2y - 4 = 0$$

AC đi qua A(4;0) và có vectơ chỉ phương $\vec{AC} = (-5;-5)$ nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-1)$ nên có phương trình: $1(x-4)-1(y-0) \Leftrightarrow x-y-4=0$

c/ Vì G nằm trong góc nhọn BAC nên :



Ta tìm được $I(3;3)$ đối xứng với G qua AB và $J(3;-3)$ đối xứng với G qua AC (dựa vào cách tìm một điểm đối xứng với một điểm cho trước qua 1 trục). Gọi M và N lần lượt là giao điểm của IJ với AB và AC . Ta có $GM=IM$, $GN=NJ$.

Vì 4 điểm I, M, N, J thẳng hàng nên $IM+MN+NJ=GM+MN+GN$ nhỏ nhất.

Đường thẳng IJ : $x=3$ cắt AB tại $M(3; \frac{1}{2})$ và cắt AC tại $N(3;-1)$.

Vậy với $M(3; \frac{1}{2}) \in AB$ và $N(3;-1) \in AC$ thì tam giác GMN có chu vi nhỏ nhất.

Bài 15: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, cho ba đường thẳng $d: x-2y+1=0$ và $(\Delta): x-2y-4=0$, $d_1: x+y+1=0$.

a/ Chứng minh rằng (Δ) song song với d . Viết phương trình của đường thẳng (Δ') đối xứng với (Δ) qua d .

b/ Chứng minh rằng d_1 cắt d , tìm tọa độ giao điểm I của d và d_1 . Viết phương trình của đường thẳng d_2 đối xứng với d_1 qua d .

Bài 16: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, tìm tọa độ của M' là ảnh của $M(2;-1)$ qua phép đối xứng tâm $I(3; 1)$.

Bài 17: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, tìm ảnh của đường thẳng $d: x+y-1=0$ qua phép đối xứng tâm $I(3; 1)$.

Bài 18: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, tìm ảnh của đường tròn $(C): (x-1)^2+(y-1)^2=4$ qua phép đối xứng tâm $I(3; 1)$.

Bài 19: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, tìm ảnh của $M(1;2)$ trong phép vị tự tâm $I(3;-2)$ tỉ số $k=-3$.

Bài 20: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, tìm ảnh của $d: 2x+4y-1=0$ trong phép vị tự tâm $I(1; 2)$ tỉ số $k=2$.

Bài 21: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, tìm ảnh của (C): $x^2 + y^2 = 1$ trong phép vị tự tâm I(-1;1) tỉ số $k=-2$.

Bài 22: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, cho hai đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 1$ và (C'): $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 4$. Lập phương trình các tiếp tuyến chung của hai đường tròn trên.

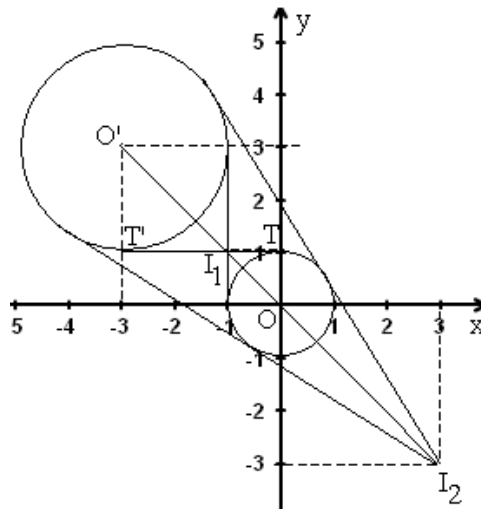
Giải:

Đường tròn (C) có tâm O, bán kính $R_1=1$ và đường tròn (C') có tâm O'(-3;3), bán kính $R_2=2$.

$$\text{Vì: } \begin{cases} OO' = 3\sqrt{2} \\ R_1 + R_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow OO' > R_1 + R_2 \Rightarrow (C) \text{ và } (C') \text{ ngoài nhau.}$$

Vậy (C) và (C') có chung 4 tiếp tuyến.

Vì $R_1 \neq R_2$ nên (C) và (C') có tâm vị tự trong I_1 và tâm vị tự ngoài I_2



❖ Tìm phương trình của 2 tiếp tuyến chung trong:

Phép vị tự tỉ số $k_1 = -\frac{R_2}{R_1}$ ($k_1 < 0$), tâm vị tự trong I_1 biến đường tròn (C) thành

đường tròn (C'). Ta có: $\vec{I_1O'} = k_1 \vec{I_1O} = -2\vec{I_1O}$

Dùng công thức tính tọa độ của I_1 chia đoạn $O'O$ theo tỉ số $k_1 = -2$ ta tìm được $I_1(-1;1)$.

Tiếp tuyến chung trong của (C) và (C') là đường thẳng (Δ) đi qua $I_1(-1;1)$ và tiếp xúc với (C).

Gọi vector pháp tuyến của đường thẳng (Δ) là $\vec{n} = (A; B)$, $A^2 + B^2 \neq 0$, phương trình của (Δ): $A(x+1) + B(y-1) = 0$ (1)

$$\begin{aligned} (\Delta) \text{ tiếp xúc với } (C) &\Leftrightarrow d(O, \Delta) = R \\ &\Leftrightarrow \frac{|A(0+1) + B(0-1)|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 1 \\ &\Leftrightarrow |A - B| = \sqrt{A^2 + B^2} \\ &\Leftrightarrow (A-B)^2 = A^2 + B^2 \\ &\Leftrightarrow A \cdot B = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow A=0 \text{ hoặc } B=0$$

Vì $A^2+B^2 \neq 0$ nên với $A=0$ ta chọn $B=1$; với $B=0$ ta chọn $A=1$.

Thay các cặp $(A;B)$ này vào (1) ta có phương trình của 2 tiếp tuyến chung trong của (C) và (C') là:

$$y-1=0$$

$$x+1=0$$

❖ Tìm phương trình của 2 tiếp tuyến chung ngoài:

Phép vị tự tỉ số $k_2 = \frac{R_2}{R_1} = 2$ ($k_2 > 0$), tâm vị tự ngoài I_2 biến đường tròn (C) thành

đường tròn (C') . Ta có: $\vec{I_2O'} = k_2 \vec{I_2O} = 2\vec{I_2O}$

Dùng công thức tính tọa độ của I_2 chia đoạn $O'O$ theo tỉ số $k_2=2$ ta tìm được $I_2(3;-3)$.

Tiếp tuyến chung ngoài của (C) và (C') là đường thẳng (Δ') đi qua $I_2(3;-3)$ và tiếp xúc với (C) .

Tương tự ta có phương trình của 2 tiếp tuyến chung ngoài của (C) và (C') là:

$$(9-\sqrt{17})x+8y+3\sqrt{17}-3=0$$

$$(9+\sqrt{17})x+8y-3\sqrt{17}-3=0$$

Kết luận: Hai đường tròn (C) và (C') có 4 tiếp tuyến chung có phương trình:

$$y-1=0;$$

$$x+1=0;$$

$$(9-\sqrt{17})x+8y+3\sqrt{17}-3=0;$$

$$(9+\sqrt{17})x+8y-3\sqrt{17}-3=0.$$

Bài 23: Trong hệ tọa độ vuông góc Oxy, cho ba điểm $A(1;-1)$, $B(3;2)$ và $C(7;-5)$. Ta thực hiện liên tiếp 2 phép biến hình: Phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$ và phép đối xứng tâm $I(-1;3)$ biến A, B, C lần lượt thành A' , B' và C' .

a/ Tìm tọa độ của A' , B' và C' .

b/ Chứng minh rằng hai tam giác ABC và $A'B'C'$ đồng dạng.

Giải:

a/ Trong phép vị tự tâm O tỉ số k điểm $M(x;y)$ có ảnh là $M'(x';y')$ thỏa hệ thức:

$$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

Với $k=-2$ ta tìm được ảnh của A, B, C lần lượt là $A_1(-2;2)$, $B_1(-6;-4)$; $C_1(-14;10)$.

Trong phép đối xứng tâm $I(a;b)$ điểm $M'(x';y')$ có ảnh là $M''(x'';y'')$ thỏa hệ thức:

$$\begin{cases} x'' = 2a - x' \\ y'' = 2b - y' \end{cases}$$

nên ta tìm được ảnh của A_1 , B_1 , C_1 lần lượt là $A'(0;4)$, $B'(4;10)$; $C'(12;-4)$.

Vậy qua phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$ và phép đối xứng tâm $I(-1;3)$ ba điểm $A(1;-1)$, $B(3;2)$ và $C(7;-5)$ có ảnh là ba điểm $A'(0;4)$, $B'(4;10)$; $C'(12;-4)$.

b/Ta có: $\vec{CA} = (-6;4)$, $\vec{CB} = (-4;7)$, $\vec{AB} = (2;3)$, $\vec{C'A'} = (-12;8)$,

$\vec{C'B'} = (-8;14)$ và $\vec{A'B'} = (4;6)$.

Vì $\vec{C'A'} = 2\vec{CA}$, $\vec{C'B'} = 2\vec{CB}$ và $\vec{A'B'} = 2\vec{AB}$ nên tam giác $A'B'C'$ đồng dạng tam giác ABC theo tỉ số $k'=2$.

Vậy qua phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$ và phép đối xứng tâm $I(-1;3)$ ta có phép đồng dạng tỉ số $k'=|k|=2$ biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với nó.

Bài 24: Cho phép biến hình f thỏa biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành $M'(x-2;y+1)$

a. Chứng minh f là một phép dời hình.

b. Tìm ảnh của elip (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ qua phép biến hình f .

Hướng dẫn hoặc kết quả:

a. f là một phép dời hình vì $f(M)=M'$ và $f(N)=N'$ có $M'N'=MN$

b. Ảnh của elip trên là elip: $\frac{(x+2)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$

Bài 25: Cho phép biến hình f thỏa biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành $M'(x';y')$ sao cho: $\begin{cases} x' = 2x \\ y' = 2y \end{cases}$.

f có phải là một phép dời hình không? tại sao?

Hướng dẫn giải: f không là một phép dời hình vì $f(M)=M'$ và $f(N)=N'$ có $M'N'=2MN$

Bài 26: Với α cho trước, xét phép biến hình f biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành $M'(x';y')$, trong đó:

$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases}$$

f có phải là một phép dời hình hay không?

Hướng dẫn giải: f là một phép dời hình vì $f(M)=M'$ và $f(N)=N'$ có $M'N'=MN$, chú ý $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Bài 27: Cho phép biến hình f biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành $M'(x';y')$, trong đó:

$$\begin{cases} x' = x - 2 \\ y' = y + 1 \end{cases}$$

a) Chứng minh f là một phép dời hình.

b) Tìm ảnh của elíp (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ qua phép dời hình f .

Hướng dẫn giải:

a) f là một phép dời hình vì $f(M)=M'$ và $f(N)=N'$ có $M'N'=MN$

b) Ảnh là elip (E'): $\frac{(x+2)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$

Bài 28: Cho đường thẳng $\Delta: 3x-y-7=0$. Tìm ảnh của $A(-1;0)$ qua phép đối xứng trục Δ .

Kết quả: $A'(2;-1)$

Bài 29: Tìm ảnh của parabol (P): $y=ax^2$ qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}=(m;n)$.

Kết quả: (P'): $y=a(x-m)^2+n$

Bài 30: Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}=(3;m) \neq \vec{0}$ biến đường thẳng (Δ): $4x+6y-1=0$ thành chính nó. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

Kết quả: $m=-2$

Bài 31: Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} \neq \vec{0}$ biến đường thẳng $(\Delta): 3x-y-2=0$ thành đường thẳng $(\Delta'): 3x-y+18=0$. Tìm tọa độ của \vec{v} biết \vec{v} vuông góc với (Δ) và (Δ') .

Kết quả: $\vec{v} = (-6; 2)$ hoặc $\vec{v} = (6; -2)$.

Bài 32: Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2; -3)$ biến đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 2y - 5 = 0$ thành đường tròn (C') có tâm I' . Tìm tọa độ của I' .

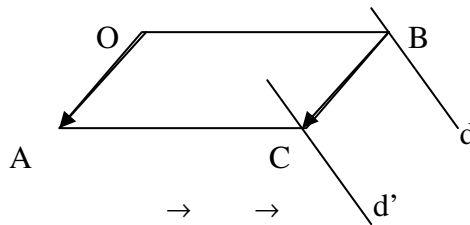
Kết quả: $I'(5; -4)$

Bài 33: Có hay không một phép tịnh tiến theo vector \vec{v} biến đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 8$ thành đường tròn $(C'): x^2 + y^2 + 4x + 8y + 12 = 0$?

Hướng dẫn và kết quả: (C') và (C) có cùng bán kính $R' = R = 2\sqrt{2}$, (C) có tâm $I(-1; 3)$ và (C') có tâm $I'(-2; -4)$, phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = \vec{II}' = (-1; -7)$ biến đường tròn (C) thành đường tròn (C') .

Bài 34: Cho hình bình hành $OABC$ với $A(-2; 1)$ và B ở trên đường thẳng $d: 2x - y - 5 = 0$. Tập hợp của C là đường nào?

Hướng dẫn và kết quả:



Vì $OABC$ là một hình bình hành nên $\vec{BC} = \vec{OA} = (2; -1)$. Vậy C là ảnh của B qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2; -1)$.

Với mỗi $B(x; y) \in d \Leftrightarrow 2x - y - 5 = 0$ (1)

Gọi $C(x'; y')$ ta có:

$$\begin{cases} x = -2 + x' \\ y = 1 + y' \end{cases}$$

Thay cặp $(x; y)$ này vào (1): $2(-2 + x') - (1 + y') - 5 = 0 \Leftrightarrow 2x' - y' - 10 = 0$

Vậy $C(x'; y') \in d': 2x - y - 10 = 0$

Tập hợp của C là đường thẳng $d': 2x - y - 10 = 0$.

Bài 35: Phép đối xứng tâm $I(2; -5)$ biến đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 10x + 2y - 1 = 0$ thành đường tròn (C') . Tìm phương trình của đường tròn (C')

Kết quả: $(C'): x^2 + y^2 + 2x + 18y + 55 = 0$ (1)

Bài 36: Phép quay tâm O góc quay 45° biến $A(0; 3)$ thành A' có tọa độ như thế nào?

Hướng dẫn và kết quả: Dùng công thức

$$\begin{cases} x' = x \cos \varphi - y \sin \varphi \\ y' = x \sin \varphi + y \cos \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = 0 \cos 45^\circ - 3 \sin 45^\circ = -\frac{3\sqrt{2}}{2} \\ y' = 0 \sin 45^\circ + 3 \cos 45^\circ = \frac{3\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

tìm $A'(-\frac{3\sqrt{2}}{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2})$

Bài 37: Phép quay tâm O góc quay 90° biến đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 4y - 5 = 0$ thành đường tròn (C'). Tìm phương trình của đường tròn (C')

Hướng dẫn và kết quả: $\forall M(x; y) \in (C) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4y - 5 = 0$ (1)

Phép quay tâm O góc quay 90° biến điểm $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$ với:

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y' \\ y = -x' \end{cases}$$

Thay cặp $(x; y)$ vào (1): $y'^2 + (-x')^2 + 4(-x') - 5 = 0 \Leftrightarrow x'^2 + y'^2 - 4x' - 5 = 0$

Vậy $M'(x'; y') \in (C')$: $x'^2 + y'^2 - 4x' - 5 = 0$.

Bài 38: Phép vị tự tâm O, tỉ số $k = \frac{3}{2}$ biến điểm $A(6; -2)$ thành A' có tọa độ nào?

Kết quả: $A'(9; -3)$

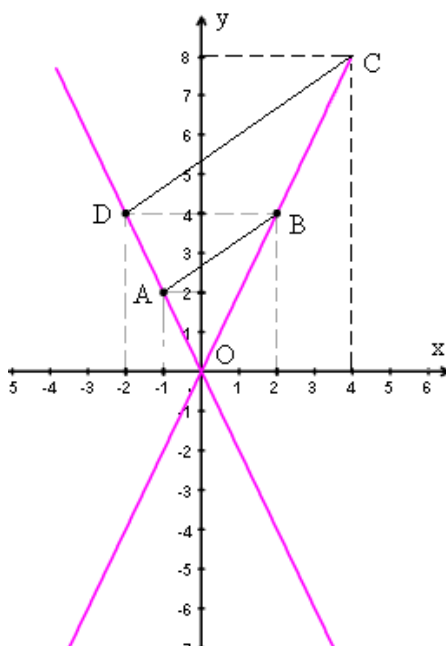
Bài 39: Cho ba điểm $A(0; 3)$, $B(2; -1)$ và $C(-1; 5)$. Có hay không một phép vị tự tâm A, biến điểm B thành C?

Hướng dẫn và kết quả: Tính $\vec{AC} = (-1; 2)$ và $\vec{AB} = (2; -4) \Rightarrow \vec{AC} = -\frac{1}{2} \vec{AB}$. Vậy phép

vị tự tâm A, tỉ số $k = -\frac{1}{2}$ biến B thành C.

Bài 40: Cho bốn điểm $A(-1; 2)$, $B(2; 4)$, $C(4; 8)$ và $D(-2; 4)$. Tìm tâm của phép vị tự biến \vec{AB} thành \vec{DC} ?

Hướng dẫn và kết quả:



Ta có: $\vec{AB} = (3; 2)$, $\vec{AC} = (5; 6)$ và $\vec{DC} = (6; 4)$. Vì $\vec{DC} = 2\vec{AB} \Rightarrow \vec{DC}$ cùng phương với \vec{AB} và $5:6 \neq 3:2$ nên \vec{AB} không cùng phương \vec{AC} nên tứ giác ABCD là một hình thang.

Đường thẳng BC: $2x - y = 0$ cắt AD: $2x + y = 0$ tại O.

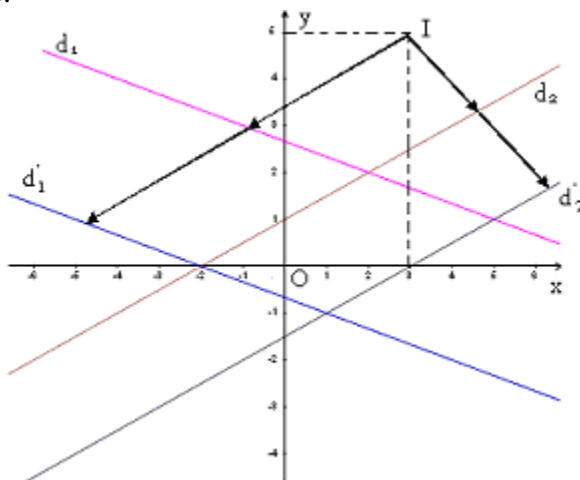
Vậy qua phép vị tự tâm O, tỉ số $k=2$ biến \vec{AB} thành \vec{DC}

Bài 41: Phép vị tự tâm I(3;5), tỉ số $k=2$ biến đường thẳng $d_1: x+3y-8=0$ thành đường thẳng d'_1 ; biến đường thẳng $d_2: x-2y+2=0$ thành đường thẳng d'_2

c) Tìm phương trình của d'_1 và d'_2 .

d) Chứng minh $(d'_1, d'_2) = (d_1, d_2)$ và tính số đo của góc tạo bởi d_1 và d_2 .

Hướng dẫn và kết quả:



a) $\forall M(x; y) \in d_1 \Leftrightarrow x+3y-8=0$ (1)

Phép vị tự tâm I(3;5), tỉ số $k=2$ biến điểm M(x;y) thành điểm M'(x';y') thỏa:

$$\begin{cases} x = \frac{x'+(2-1)3}{2} = \frac{x'+3}{2} \\ y = \frac{y'+(2-1)5}{2} = \frac{y'+5}{2} \end{cases}$$

Thay cặp (x;y) này vào (1): $\frac{x'+3}{2} + 3 \frac{y'+5}{2} - 8 = 0 \Leftrightarrow x' + 3y' + 2 = 0$

Vậy $M'(x';y') \in d'_1: x+3y+2=0$

Tương tự $d'_2: x-2y-3=0$

b) Hai đường thẳng d_1 và d'_1 song song với nhau vì chúng có cùng vector chỉ phương

$\vec{n}_1 = (1;3)$. Hai đường thẳng d_2 và d'_2 song song với nhau vì chúng có cùng vector chỉ phương $\vec{n}_2 = (1;-2)$.

Vậy: $(d'_1, d'_2) = (d_1, d_2)$

e) Gọi α là góc tạo bởi d_1 và d_2 ta có:

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{|1 \cdot 1 + 3(-2)|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ.$$

Bài 42: Phép vị tự tâm O, tỉ số $k=-2$ biến đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$ thành đường tròn (C'). Tìm phương trình của đường tròn (C').

Hướng dẫn và kết quả:

$$\forall M(x;y) \in (C) \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5 \quad (1)$$

Phép vị tự tâm O, tỉ số $k=-2$ biến điểm $M(x;y)$ thành $M'(x';y')$ với:

$$\begin{cases} x = -\frac{x'}{2} \\ y = -\frac{y'}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Thay cặp (x;y) này vào (1): } & \left(-\frac{x'}{2}-1\right)^2 + \left(-\frac{y'}{2}+2\right)^2 = 5 \\ & \Leftrightarrow (x'+2)^2 + (y'-4)^2 = 20 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } M'(x';y') \in (C'): (x+2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

Bài 43: Cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Phép đồng dạng hợp thành bởi phép vị tự tâm O, tỉ số $k=-2$ và phép đối xứng trục Ox biến đường tròn (C) thành đường tròn (C'). Tìm phương trình của đường tròn (C').

$$\text{Kết quả: } (C'): (x+2)^2 + (y-4)^2 = 4$$

- 1) Cho phép biến hình f biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành $M'(-x;y)$. Khẳng định nào sau đây sai?
- f là một phép dời hình.
 - Nếu $A(0;a)$ thì $f(A)=A$.
 - M và $f(M)$ đối xứng qua Ox .
 - $f(M(2;3))$ ở trên đường thẳng $d: 2x+y+1=0$.
- 2) Cho phép biến hình f biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành M' sao cho $\overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OM} + \vec{v}$ với $\vec{v} = (3;-2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- $M'(3x;-2y)$
 - $M'(x+3;y-2)$
 - $M'(3-x;-2-y)$
 - $M'(x-2;y+3)$
- 3) Cho 2 phép biến hình f_1 và f_2 : Với mỗi điểm $M(x;y)$ ta có $f_1(M)=M_1(x;-y)$ và $f_2(M)=M_2(-x;-y)$. Tìm tọa độ của điểm C biết $f_2(A(-3;1))=B$ và $f_1(B)=C$?
- $C(-3;-1)$
 - $C(3;1)$
 - $C(3;-1)$
 - $C(-3;1)$
- 4) Cho phép biến hình f biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành $M'(-2x;y+1)$. Qua f , ảnh của đường thẳng $d: x-3y-2=0$ là đường thẳng d' có phương trình nào sau đây?
- $x+6y-2=0$
 - $2x-y-3=0$
 - $3x+2y+1=0$
 - $x-3y+6=0$
- 5) Cho phép biến hình f biến mỗi điểm $M(x;y)$ thành $M'(\frac{x}{2};-3y)$. Khẳng định nào sau đây sai?
- $f(O)=O$.
 - $f(A(a;0)) \in Ox$.
 - $f(B(0;b)) \in Oy$.
 - $f(M(2;-3))$ là $M'(1;-9)$.
- 6) Cho 2 phép biến hình f_1 và f_2 : Với mỗi điểm $M(x;y)$ ta có $f_1(M)=M_1(x+2;y-4)$ và $f_2(M)=M_2(-x;-y)$. Tìm ảnh của $A(4;-1)$ trong phép biến hình $f_2(f_1(A))$ (qua f_1 rồi qua f_2):
- $(0;-4)$
 - $(-6;5)$
 - $(-5;0)$
 - $(6;-3)$
- 7) Cho 3 phép biến hình f_1, f_2 và f_3 : Với mỗi điểm $M(x;y)$ ta có $f_1(M)=M_1(-x;y)$, $f_2(M)=M_2(-x;-y)$ và $f_3(M)=M_3(x;-y)$. Các phép biến hình nào là phép đối xứng trục:
- f_1 và f_2
 - f_2 và f_3
 - f_1 và f_3
 - f_1, f_2 và f_3
- 8) Cho đường thẳng $d: x+y=0$. Qua phép đối xứng trục d điểm $A(-4;1)$ có ảnh là B có tọa độ:
- $(4;-1)$
 - $(-4;-1)$
 - $(1;-4)$
 - $(-1;4)$

9) Qua phép đối xứng trục Ox điểm $M(x;y)$ có ảnh là M' và qua phép đối xứng trục Oy điểm M' có ảnh là M'' có toạ độ:

- a) $(2x; 2y)$
c) $(y; x)$
- b) $(-2x; -2y)$
d) $(-x; -y)$

10) Cho tam giác ABC với $A(-1;6)$, $B(0;1)$ và $C(1;6)$. Khẳng định nào sau đây sai?

- f) Tam giác ABC là tam giác cân ở B.
- g) Tam giác ABC có một trục đối xứng.
- h) Qua phép đối xứng trục Ox tam giác ABC biến thành chính nó.
- i) Trọng tâm G của tam giác ABC biến thành chính nó trong phép đối xứng trục Oy .

11) Cho 4 điểm A(0;-2), B(4;1), C(-1;4) và D(2;-3). Trong các tam giác sau, tam giác nào có trục đối xứng?

- a) Tam giác OAB b) Tam giác OBC
c) Tam giác OCD d) Tam giác ODA

→
12) Phép tịnh tiến theo vector $V = (-2; 5)$ biến đường thẳng (Δ) thành đường thẳng (Δ') :
 $x + 4y - 5 = 0$. Phương trình của đường thẳng (Δ) là:

- a) $x+4y+2=0$
c) $x+4y+13=0$
- b) $x+4y-10=0$
d) $x+4y-5=0$

13) Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} \neq \vec{0}$ biến đường thẳng $(\Delta): 6x + 2y - 1 = 0$ thành chính nó. Vector \vec{v}

V là vectơ nào trong các vectơ sau đây?

- a) $\vec{V} = (6; -2)$ b) $\vec{V} = (1; -3)$
 c) $\vec{V} = (2; 6)$ d) $\vec{V} = (1; 3)$

14) Cho tam giác ABC có A(3;0), B(-2;4) và C(-4;5). Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.

Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = \vec{AG}$ biến G thành G' có tọa độ là:

- a) $G'(0;-3)$
c) $G'(-5;6)$

15) Cho hai đường thẳng $d: x-3y-8=0$ và $d': 2x-6y+5=0$. Phép đối xứng tâm $I(0;m)$ biến d thành d' và ngược lại, tính m ?

- a) $m = \frac{11}{4}$ b) $m = \frac{15}{4}$
c) $m = -\frac{11}{12}$ d) $m = -\frac{13}{12}$

16) Có hay không một phép đối xứng tâm I biến đường tròn (C): $(x-2)^2 + (y+8)^2 = 12$ thành đường tròn (C'): $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 7 = 0$?

- a) Không có
b) Có, $I(\frac{1}{2}; \frac{5}{2})$
c) Có, $I(-\frac{1}{2}; -\frac{5}{2})$
d) Có, $I(\frac{1}{2}; -\frac{5}{2})$

17) Phép quay tâm O góc quay 135° biến $A(2;2)$ thành A' có tọa độ như thế nào?

- a) $A'(0;2)$
b) $A'(2;0)$
c) $A'(0; -2\sqrt{2})$
d) $A'(-2\sqrt{2}; 0)$

18) Cho hai điểm $A(4;0)$ và $B(0;-6)$, phép vị tự tâm O, tỉ số $k = \frac{OB}{OA}$ biến vector $\vec{v} = (-8;2)$

thành vector \vec{v}' có tọa độ:

- a) $(-4;1)$
b) $(-10;4)$
c) $(-12;3)$
d) $(-6;1)$

19) Cho hai đường thẳng $d: 2x - y - 4 = 0$ và $d': 2x - y - 6 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số k biến đường thẳng d thành đường thẳng d'. Tỉ số k bằng:

- a) $\frac{3}{2}$
b) $\frac{2}{3}$
c) $-\frac{1}{2}$
d) -2

20) Phép đồng dạng hợp thành bởi phép vị tự tâm O, tỉ số $k = -2$ và phép quay tâm O, góc quay 90° biến điểm $A(2;0)$ thành điểm A' có tọa độ:

- a) $(0;6)$
b) $(-3;0)$
c) $(0;-4)$
d) $(5;0)$

Đáp án:

- 1) c 2) b 3) b 4) a 5) d 6) b 7) c 8) d 9) d 10) c
11) b 12) c 13) b 14) c 15) c 16) a 17) d 18) c 19) b 20) c

MỘT SỐ BÀI TẬP

Bài 1: Trong mp tọa độ Oxy, cho phép tịnh tiến T theo vector $\vec{u} = (a; b)$.

1/ Viết phương trình ảnh của đường thẳng d: $Ax + By + C = 0$ qua phép tịnh tiến T.

2/ Viết phương trình ảnh của đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2Ax + 2By + C = 0$ qua phép tịnh tiến T.

3/ Qua phép tịnh tiến T, đồ thị của hàm số $y = kx^2$ có ảnh là đồ thị của hàm số nào ?

4/ Qua phép tịnh tiến T, đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{x}$ có ảnh là đồ thị của hàm số nào ?

Bài 2: Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O, R), trong đó $AD = R$. Dựng các hình bình hành DABM, DACN. Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DNM nằm trên (O, R).

Bài 3: Trong mp Oxy, cho điểm $A(1;3)$ và $\vec{u} = (-2;4)$. Xác định điểm M' , ảnh của điểm M cho bởi phép tịnh tiến $T(\vec{u})$.

Bài 4: Trong mp Oxy, cho vector $\vec{u} = (1;2)$. Tìm ảnh của đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$

Cho bởi phép tịnh tiến $T(\vec{u})$.

Bài 5: Trong mp Oxy, cho vector $\vec{u} = (1;2)$. Tìm ảnh cho bởi phép tịnh tiến $T(\vec{u})$ của các đường conic sau:

a/ Parabol (P): $y^2 = 4x$.

b/ Elip (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

c/ Hyperbol (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

Bài 6: Trong mp Oxy, cho vector $\vec{u} = (-2;4)$. Tìm ảnh cho bởi phép tịnh tiến $T(\vec{u})$ của các đường

a/ Parabol (P): $y^2 = 2x$.

b/ Elip (E): $4x^2 + y^2 = 4$

c/ Hyperbol (H): $x^2 - 4y^2 = 4$

d/ Đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$

Bài 7: Trong mặt phẳng Oxy cho vector $\vec{u} = (-1;2)$ và hai điểm $A(3;5)$, $B(-1;1)$ và đường thẳng d có phương trình $x - 2y + 3 = 0$

a/ Tìm tọa độ các điểm A' , B' theo thứ tự là ảnh của A và B qua phép tịnh tiến theo vector \vec{u} .

b/ Tìm tọa độ điểm C sao cho A là ảnh của C qua phép tịnh tiến theo vector \vec{u} .

c/ Tìm phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo vector \vec{u} .

Bài 8: Trong mặt phẳng Oxy cho phép tịnh tiến T theo vector $\vec{u} = (1;-2)$

a/ Viết phương trình ảnh của mỗi đường thẳng sau đây qua phép tịnh tiến T

+ đường thẳng a có phương trình $3x - 5y + 1 = 0$

+ đường thẳng b có phương trình $2x + y + 100 = 0$

b/ Viết phương trình ảnh của đường tròn $x^2 + y^2 - 4x + y - 1 = 0$ qua phép tịnh tiến T.

Bài 9: Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng a: $Ax + By + C = 0$ và $a': Ax + By + C' = 0$. Tìm những vector \vec{u} sao cho phép tịnh tiến T theo vector đó biến a thành a' .

Bài 10: Cho tam giác ABC cố định, trực tâm H. Vẽ hình thoi BCDE. Kẻ $DD' \perp AB$, $EE' \perp AC$; DD' và EE' giao nhau tại M. Tìm tập hợp điểm M khi hình thoi BCDE thay đổi.

Bài 11: Cho đường tròn (O) tâm O, bán kính R. Trên (O), lấy hai điểm cố định A, B và một điểm C di động. Tìm tập hợp trực tâm H của tam giác ABC.

Bài 12: Cho hình bình hành ABCD có hai đỉnh A, B cố định. Tìm tập hợp đỉnh D khi:

a/ C di động trên đường thẳng d cố định cho trước.

b/ C di động trên đường tròn (O) tâm O cố định, bán kính R cho trước.

Bài 13: Giả sử phép dời hình f biến tam giác ABC thành tam giác A'B'C'. Chứng minh rằng:

a/ Trọng tâm tam giác ABC biến thành trọng tâm tam giác A'B'C'.

b/ Trục tâm tam giác ABC biến thành trục tâm tam giác A'B'C'.

c/ Tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC lần lượt biến thành tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác A'B'C'.

Bài 14: Trong mp Oxy, xét phép biến hình f biến điểm M(x;y) thành điểm M(y;-x). Chứng minh rằng đây là phép dời hình.

Bài 15: Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm A(1;-2), B(3;1). Tìm ảnh của A, B và đường thẳng AB qua phép đối xứng trục Ox; phép đối xứng trục Oy.

Bài 16. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d: $3x - y + 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đối xứng trục Oy

Bài 17 Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d và đường tròn (C) có phương trình:

$$d: Ax + By + C = 0$$

$$(C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$$

1/ Viết phương trình ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng trục Ox.

2/ Viết phương trình ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng trục Oy

3/ Viết phương trình ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng trục có trục là đường thẳng $bx - ay = 0$

Bài 17. Trong mp Oxy, cho Parabol (P): $y = x^2$. Tìm hình đối xứng (P') của (P) qua đường thẳng (d): $y - x = 0$.

Bài 18. Trong mp Oxy cho đường thẳng (d): $x - 2y + 2 = 0$ và đường tròn ©: $x^2 + y^2 - 2x = 0$

1/ Tìm ảnh của M(1;0) qua phép đối xứng trục d

2/ Tìm ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng trục Ox

3/ Tìm ảnh của © qua phép đối xứng trục Oy

4/ Tìm ảnh của © qua phép đối xứng trục d.

Bài 19. Trong mp Oxy cho đường tròn ©: $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ và đường Elíp

$$(E): x^2 + 4y^2 = 1$$

1/ Tìm ảnh của © qua Δ_d với d: $x + y = 0$

2/ Tìm ảnh của (E) qua Δ_{Oy} .

Bài 20: Cho phép quay tâm O với góc quay là φ và cho đường thẳng d.

1/ Hãy nêu cách dựng ảnh d' của d qua phép quay Q(O, φ)

2/ Góc hợp bởi hai đường thẳng d và d' có quan hệ với góc φ như thế nào?

Bài 21: Cho hai tam giác vuông cân OAB và $OA'B'$ có chung đỉnh O sao cho O nằm trên đoạn thẳng AB' và nằm ngoài đoạn thẳng $A'B$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác OAA' và $OB'B'$. Chứng minh GOG' là tam giác vuông cân.

Bài 22: Cho phép đối xứng tâm \mathcal{D}_O và đường thẳng d không đi qua O .

1/ Hãy nêu cách dựng ảnh d' của d qua \mathcal{D}_O .

2/ Cách dựng đó có thể thực hiện được hay không nếu chỉ sử dụng compa một lần và thước thẳng ba lần.

Bài 23: Cho tứ giác lồi $ABCD$. Trên các cạnh AB và CD , về phía ngoài, ta dựng các tam giác đều ABM và CDP . Trên hai cạnh còn lại, về phía trong tứ giác, ta dựng các tam giác đều BCN và ADK . Chứng minh $MN = PK$.

Bài 24: Trong hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(\Delta): Ax + By + C = 0$ và điểm $I(a;b)$. Phép \mathcal{D}_I (đối xứng tâm I) biến đường thẳng Δ thành đường thẳng Δ' . Viết phương trình đường thẳng Δ' .

Bài 25: Cho hình vuông $ABCD$. Một đường thẳng d cắt các đường thẳng AB và CD tương ứng tại các điểm M, N . Một đường thẳng d' vuông góc với d cắt các đường thẳng AD và BC tương ứng tại các điểm P và Q . CMR: $MN = PQ$

Bài 26: Trong hệ tọa độ Oxy, cho điểm $I(1;2)$, đường thẳng (d) có phương trình: $3x - y + 9 = 0$ và đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$. Hãy viết phương trình ảnh của d và (c) qua phép đối xứng tâm I .

Bài 27: CMR gốc tọa độ là tâm đối xứng của đường elíp có phương trình: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ và đường

hyperbol có phương trình $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Bài 28: 1/ CMR nếu một hình có hai trục đối xứng vuông góc nhau thì hình đó có tâm đối xứng. Cho ví dụ.

2/ Đảo lại, nếu một hình có tâm đối xứng thì nó có hai trục đối xứng vuông góc nhau: đúng hay sai. Cho ví dụ minh họa khẳng định đó.

Bài 29: Cho tam giác ABC , Trên các cạnh AB, AC ta dựng ra phía ngoài các hình vuông $ABMN$ và $ACPQ$.

a. Chứng minh: $NC \perp BQ$ và $NC = BQ$

b. Gọi M là trung điểm của BC , chứng minh $AM \perp QN$ và $AM = \frac{NQ}{2}$.

Bài 30: Giả sử phép đối xứng tâm \mathcal{D}_O biến đường thẳng d thành đường thẳng d' . Chứng minh:

a) Nếu d không đi qua tâm đối xứng O thì d' song song với d , O cách đều d và d'

b) Hai đường thẳng d và d' trùng nhau khi và chỉ khi d đi qua O .

Bài 31: Chỉ ra các tâm đối xứng của các hình sau đây:

a) Hình gồm hai đường thẳng cắt nhau;

b) Hình gồm hai đường thẳng song song;

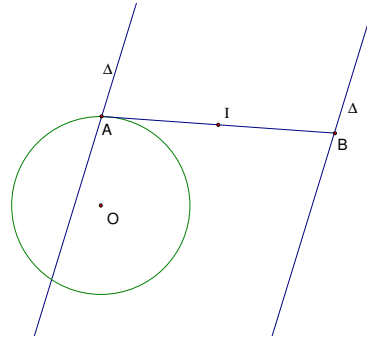
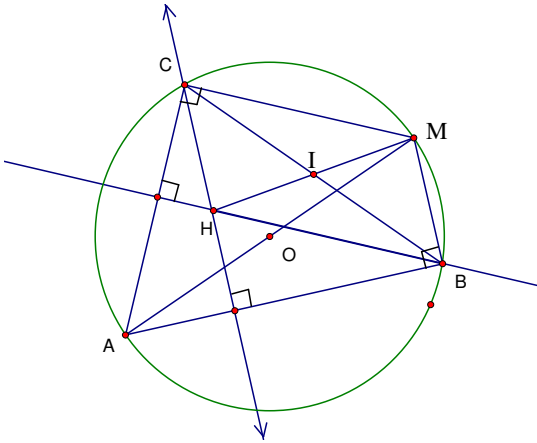
c) Hình gồm hai đường tròn bằng nhau;

d) Đường elíp;

e) Đường hypebol

Bài 32: Cho hai điểm B, C cố định trên đường tròn (O; R) và một điểm A thay đổi trên đường tròn đó. Hãy dùng phép đối xứng tâm để chứng minh rằng trực tâm H của tam giác ABC nằm trên một đường tròn cố định. (hình 1)

Bài 33: Cho đường tròn (O; R); đường thẳng Δ và điểm I. Tìm điểm A trên (O; R) và điểm B trên Δ sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng HM. (hình 2)



Bài 34: Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (O;R). Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp các tam giác HBC, HCA, HAB có bán kính bằng bán kính đường tròn (O).

Bài 35: Trong hệ trục Oxy, cho hai parabol (P) và (P') lần lượt có phương trình $y = ax^2$ và $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Chứng minh rằng hai parabol đó bằng nhau.

Bài 36: Các điều kiện sau đây có phải là điều kiện đủ để hai hình tứ giác lồi ABCD và A'B'C'D' bằng nhau không?

1/ Có các cặp cạnh tương ứng bằng nhau ($AB = A'B$, $BC = B'C'$, $CD = C'D'$, $DA = D'A'$).

2/ Có các cặp cạnh tương ứng bằng nhau và một đường chéo tương ứng bằng nhau (chẳng hạn $AC = A'C'$)

3/ Có các cặp cạnh tương ứng bằng nhau và một cặp góc tương ứng bằng nhau

Bài 37: Chứng minh rằng hai hình chữ nhật có cùng kích thước (cùng chiều dài chiều rộng) thì bằng nhau.

Bài 38: Cho hình bình hành ABCD. Gọi O là giao điểm của AC và BD

1/ Chứng minh rằng O là tâm đối xứng của hình bình hành

2/ Chứng minh rằng bất kì đường thẳng d nào đi qua O cũng chia hình bình hành thành hai hình bằng nhau

3/ Cho hai hình bình hành ABCD và A'B'C'D'. Hãy vẽ một đường thẳng chia mỗi hình bình hành đó thành hai hình bằng nhau.

Bài 39: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho hai đường tròn có phương trình

$$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 1 \text{ và } (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 4$$

a/ Xác định tọa độ tâm vị tự ngoài của hai đường tròn đó.

b/ Viết phương trình các tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn đó.

Bài 40: Cho tam giác ABC với M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB; H, G, O lần lượt là trực tâm, trọng tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC, I là tâm của d ABC, I là tâm của đường tròn (MNP).

a/ Chứng minh rằng tam giác MNP là ảnh của tam giác ABC trong phép vị tự tâm G, tỉ số $-\frac{1}{2}$.

Từ đó suy ra 4 điểm O, G, I, H thẳng hàng và I là trung điểm đoạn OH.

b/ Chứng minh rằng phép vị tự tâm H, tỉ số $\frac{1}{2}$ biến đường tròn (ABC) thành đường tròn (MNP).

Từ đó suy ra rằng, trong một tam giác, trung điểm 3 cạnh, chân 3 đường cao và trung điểm các đoạn nối trực tâm với 3 đỉnh là 9 điểm cùng ở trên một đường tròn.

Bài 41: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm A(-2;2) và đường thẳng d đi qua A có hệ số góc bằng 1. Gọi B là điểm di động trên d. Gọi C là điểm sao cho tứ giác OABC là một hình bình hành. Tìm phương trình tập hợp:

a/ Các tâm đối xứng I của hình bình hành.

b/ Các trọng tâm G của tam giác ABC.

Bài 42: Cho đường tròn (O) cố định và tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) có hai đỉnh A, B cố định, còn C di động.

a/ Tìm quỹ tích trọng tâm G của tam giác ABC.

b/ Từ đó suy ra quỹ tích trực tâm H của tam giác ABC.

Bài 43: Cho đường tròn (O) có đường kính AB. Gọi C là điểm đối xứng với A qua B và PQ là đường kính thay đổi của (O) khác với đường kính AB. Đường thẳng CQ cắt PA và PB lần lượt tại M và N.

a/ Chứng minh rằng Q là trung điểm của CM, N là trung điểm của CQ.

b/ Tìm quỹ tích các điểm M và N khi đường kính PQ thay đổi.
