2.34 В случае окружности можно представить себе, что расширенная область есть концентрическая окружность. Все положения фиксированной точки на границе тогда равновероятны и вследствие симметрии нет нужды в усреднении. Пусть a есть радиус окружности. Тогда $P = 1 - 3Y_1(\pi a^2)^{-1}$. Используя точку A на границе в качестве центра полярных координат, измеряем (как показано ранее) углы от касательной в точке A. Получаем

$$Y_A = \frac{32a^2}{9\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{\theta}\sin^3\theta\,\sin^3\varphi\,\sin(\theta-\varphi)\,d\theta\,d\varphi = \frac{35a^2}{36\pi}.$$

Тогда

$$P = 1 - 35(12\pi^2)^{-1} = 0{,}7045\ldots$$

Дельтейль (Deltheil, 1926) выполнил аналогичные вычисления для общего выпуклого четырехугольника. Для частного случая параллелограмма или прямоугольника $P = \frac{25}{36} = 0{,}6944$. Можно показать, что значение P для каждого выпуклого четырехугольника лежит между этим значением и 0,6667, значением, относящимся к треугольникам.

Для правильного шестиугольника $P = \frac{683}{972} = 0{,}7027$, а для восьмиугольника

$$P = \frac{7801 + 3911\sqrt{2}\ [illegible]}{[illegible] + 2660\sqrt{2}\ [illegible]} = 0{,}7030.$$

Таким образом, P есть характеристическое число выпуклой области, которое зависит от ее формы, но не от размеров. Дельтейль показал, что для любой выпуклой фигуры P не меньше, чем ее значение для треугольника. Им высказано предположение, что для всех выпуклых фигур P не превосходит своего значения для окружности (эллипса). Это предположение не доказано.

Непересекающиеся круги на плоскости

2.35 По аналогии со схемой случайных непересекающихся интервалов на прямой было бы [illegible]