

2. Выводимість. Логічні операції над висловлюваннями. Формули.

Высказывания. Логические операции над высказываниями. Формулы.

1. Доведіть наступні раціоналізації без використання таблиць істинності:

Докажите следующие равносильности без использования таблиц истинности:

(а) $(A \cdot (B \vee \overline{C})) \vee \overline{A} \vee (B \cdot C) \vee (A \cdot \overline{C}) \equiv \overline{A} \vee B \vee \overline{C}.$

(б) $(((((A \rightarrow B) \rightarrow \overline{A}) \rightarrow \overline{B}) \rightarrow \overline{C}) \rightarrow C) \equiv C.$

(в) $((\overline{(A \cdot B) \rightarrow C} \rightarrow \overline{(A \cdot C)}) \rightarrow ((A \cdot B) \rightarrow \overline{(A \cdot (B \rightarrow C))})) \equiv \overline{A} \vee \overline{B} \vee \overline{C}.$

(г) $A \rightarrow ((A \cdot B) \rightarrow (((A \rightarrow B) \rightarrow B) \cdot C)) \equiv B \rightarrow (A \rightarrow C).$

2. Знайдіть таку формулу Φ , що:

Найдите такую формулу Φ , что:

(а) $\models ((\Phi \cdot A) \rightarrow \overline{B}) \rightarrow ((B \rightarrow \overline{A}) \rightarrow \Phi);$

(б) $\models (\Phi \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))) \sim (\Phi \rightarrow (A \rightarrow B));$

(в) $\models (\Phi \cdot (A \vee (B \rightarrow C))) \sim \Phi;$

(г) $\models ((A \vee \Phi) \sim A) \sim (\overline{A} \rightarrow (B \vee \overline{C})).$

3. Доведіть наступні співвідношення:

Докажите следующие утверждения:

(а) калі $\models A \vee B$, $\models \overline{A} \vee C$, то $\models B \vee C$;

(б) калі $\models A \rightarrow B$, $\models A \cdot C$, то $\models B \cdot C$;

(в) калі $\models A \vee B$, $\models A \rightarrow C$, $\models B \rightarrow D$, то $\models C \vee D$;

(г) калі $\models A \cdot B$, $\models B \sim C$, то $\models D \rightarrow (A \cdot C).$

4. Висвітліть, ці справедливі наступні логічні висновки:

Выясните, верны ли следующие логические следования:

(а) $A \rightarrow B, D \rightarrow \overline{C}, C \vee \overline{B} \models A \rightarrow \overline{D};$

(б) $A \rightarrow B, ((A \vee D) \cdot C) \rightarrow E, D \rightarrow C \models ((A \vee D) \cdot B) \rightarrow \overline{E};$

(в) $(A \vee B) \rightarrow (C \cdot D), (D \vee E) \rightarrow F \models A \rightarrow F;$

(г) $(A \cdot B) \rightarrow C, (C \cdot D) \rightarrow E, \overline{F} \rightarrow (D \cdot E) \models (A \cdot B) \rightarrow F.$

5. Висвітліть, ці справедливі наступні співвідношення:

Выясните, верны ли следующие утверждения:

(а) калі $\Gamma \models A$ і $\Gamma \models B$, то $\Gamma \models A \cdot B$;

(б) $\Gamma \models A \rightarrow B$ тады і толькі тады, калі $\Gamma, \overline{A} \models B$;

(в) калі $\Gamma, A \models B$ і $\Gamma, A \models \overline{B}$, то $\Gamma \models \overline{A}$;

(г) $\Gamma \models A \rightarrow (B \rightarrow C)$ тады і толькі тады, калі $\Gamma \models (A \cdot B) \rightarrow C.$

(Тут Γ — канечнае мноства формул, магчыма пустое.)

(Здесь Γ — конечное множество формул, возможно пустое.)