

## 1. Выказванні. Лагічныя аперацыі над выказваннямі. Формулы.

Высказывания. Логические операции над высказываниями. Формулы.

1. Вылучыце ўмову і вынік тэарэмы, сфармулюйце яе з дапамогай звязкі «Калі ..., то ...»:  
Выдेलив условие и заключение теоремы, сформулируйте её посредством связки «Если ..., то ...»:
  - (а) Для таго, каб функцыя была дыферэнцавальнай ў некаторай кропцы, неабходна, каб яна была непарыўнай у гэтай кропцы;  
Для того, чтобы функция была дифференцируемой в некоторой точке, необходимо, чтобы она была непрерывной в этой точке;
  - (б) Неабходнай уласцівасцю простакутніка з'яўляецца роўнасць яго дыяганалей;  
Необходимым свойством прямоугольника является равенство его диагоналей;
  - (в) Для падзельнасці мнагасклада  $f(x)$  на лінейны двусклад  $x - a$  дастаткова, каб лік  $a$  быў каранем гэтага мнагасклада;  
Для делимости многочлена  $f(x)$  на линейный двучлен  $x - a$  достаточно, чтобы число  $a$  было корнем этого многочлена;
  - (г) На 5 дзеляцца тыя цэлыя лікі, якія сканчваюцца лічбамі 0 альбо 5;  
На 5 делятся те целые числа, которые оканчиваются цифрой 0 или цифрой 5;
  - (д) Дзве простыя на плоскасці паралельныя тады, калі яны перпендыкулярныя адной і той жа простае;  
Две прямые на плоскости тогда параллельны, когда они перпендикулярны одной и той же прямой;
  - (е) Камплексныя лікі роўныя, толькі калі роўныя адпаведна іх сапраўдныя і ўяўныя часткі;  
Комплексные числа равны, только если равны соответственно их действительные и мнимые части;
  - (ж) Любое квадратнае раўнанне з рэчаіснымі каэфіцыентамі мае не больш за два рэчаісных караня;  
Всякое квадратное уравнение с действительными коэффициентами имеет не более двух действительных корней;
  - (з) З таго, што чатырохкутнік — ромб, вынікае, што кожная з яго дыяганалей з'яўляецца воссю сіметрыі;  
Из того, что четырехугольник — ромб, следует, что каждая из его диагоналей служит его осью симметрии;
  - (і) Цотнасць сумы з'яўляецца неабходнай умовай цотнасці кожнага складніка;  
Четность суммы есть необходимое условие четности каждого слагаемого;
  - (к) Роўнасць трыкутнікаў з'яўляецца дастатковай умовай іх роўнавялікасці;  
Равенство треугольников есть достаточное условие их равновеликости;
  - (л) Для падзельнасці здабытку на нейкі лік дастаткова, каб прынамсі адзін з множнікаў дзяліўся на гэты лік.  
Для делимости произведения на некоторое число достаточно, чтобы по меньшей мере один из сомножителей делился на это число.

2. Няхай  $A$ ,  $B$  і  $C$  абазначаюць, адпаведна, наступныя сказы: «Ён чытае коміксы.», «Ён любіць навуковую фантастыку.», «Ён — студэнт-інфарматык.». Запішыце у сімвалічнай форме выказванне: «Калі ён чытае коміксы, то ён любіць навуковую фантастыку і калі ён не чытае коміксы, то ён — студэнт-інфарматык.» Запішыце адмаўленне гэтага выразу і прадстаўце яго ў выглядзе формулы, якая змяшчае толькі аперацыі дыз'юнкцыі, кан'юнкцыі і адмаўлення, прычым адмаўленні могуць распаўсюджвацца толькі на прапазіцыйныя зменныя.

Пусть  $A$ ,  $B$  и  $C$  обозначают соответственно следующие предложения: «Он читает комиксы.», «Он любит научную фантастику.», «Он студент-информатик.». Запишите в символической форме высказывание: «Если он читает комиксы, то он любит научную фантастику и если он не читает комиксы, то он — студент-информатик.» Запишите отрицание этого выражения и представьте его в виде формулы, которая содержит только операции дизъюнкции, конъюнкции и отрицания, причем отрицания распространяются только на пропозиционные переменные.

3. Побудуйте таблиці праўдзівасці наступных формул:

Постройте таблицы истинности следующих формул:

- (a)  $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow (A \cdot B))$ .
- (б)  $((A \sim B) \rightarrow \overline{C}) \cdot (A \vee C)$ .
- (в)  $((\overline{(A \vee B)} \cdot \overline{C}) \rightarrow \overline{B}) \sim A$ .
- (г)  $((\overline{A} \cdot \overline{B}) \rightarrow \overline{(\overline{B} \rightarrow \overline{A})}) \cdot ((A \vee B) \sim C)$ .

4. Рашыце наступныя лагічныя раўнанні:

Решите следующие логические уравнения:

- (a)  $(A \rightarrow C) \cdot (\overline{(B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C)}) = \Pi$ .
- (б)  $((\overline{A \cdot B}) \sim C) \rightarrow (C \vee \overline{A}) = ??$ .
- (в)  $(\overline{A \rightarrow \overline{B}}) \rightarrow ((\overline{A \vee (B \sim A)}) \rightarrow C) = \Pi$ .
- (г)  $((\overline{A \sim B}) \cdot (\overline{A \sim C})) \rightarrow (\overline{A \sim (B \cdot D)}) = ??$ .

5. Дакажыце наступныя раўназначнасці без выкарыстання табліц праўдзівасці:

Докажите следующие равносильности без использования таблиц истинности:

- (a)  $(A \cdot (B \vee \overline{C})) \vee \overline{A} \vee (B \cdot C) \vee (A \cdot \overline{C}) \equiv \overline{A} \vee B \vee \overline{C}$ .
- (б)  $(((((A \rightarrow B) \rightarrow \overline{A}) \rightarrow \overline{B}) \rightarrow \overline{C}) \rightarrow C) \equiv C$ .
- (в)  $((\overline{(A \cdot B) \rightarrow \overline{C}}) \rightarrow (\overline{A \cdot C})) \rightarrow ((A \cdot B) \rightarrow (\overline{A \cdot (B \rightarrow C)})) \equiv \overline{A} \vee \overline{B} \vee \overline{C}$ .
- (г)  $A \rightarrow ((A \cdot B) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \cdot C) \equiv B \rightarrow (A \rightarrow C)$ .

6. Знайдзіце такую формулу  $\Phi$ , што:

Найдите такую формулу  $\Phi$ , что:

- (a)  $\models ((\Phi \cdot A) \rightarrow \overline{B}) \rightarrow ((B \rightarrow \overline{A}) \rightarrow \Phi)$ ;
- (б)  $\models (\Phi \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))) \sim (\Phi \rightarrow (A \rightarrow B))$ ;
- (в)  $\models (\Phi \cdot (A \vee (B \rightarrow C))) \sim \Phi$ ;
- (г)  $\models ((A \vee \Phi) \sim A) \sim (\overline{A} \rightarrow (B \vee \overline{C}))$ .

7. Дакажыце наступныя сцверджанні:

Докажите следующие утверждения:

- (a) калі  $\models A \vee B$ ,  $\models \overline{A} \vee C$ , то  $\models B \vee C$ ;
- (б) калі  $\models A \rightarrow B$ ,  $\models A \cdot C$ , то  $\models B \cdot C$ ;
- (в) калі  $\models A \vee B$ ,  $\models A \rightarrow C$ ,  $\models B \rightarrow D$ , то  $\models C \vee D$ ;
- (г) калі  $\models A \cdot B$ ,  $\models B \sim C$ , то  $\models D \rightarrow (A \cdot C)$ .

8. Высветліце, ці справядлівыя наступныя лагічныя вынікі:

Выясните, верны ли следующие логические следования:

- (a)  $A \rightarrow B$ ,  $D \rightarrow \overline{C}$ ,  $C \vee \overline{B} \models A \rightarrow \overline{D}$ ;
- (б)  $A \rightarrow B$ ,  $((A \vee D) \cdot C) \rightarrow E$ ,  $D \rightarrow C \models ((A \vee D) \cdot B) \rightarrow \overline{E}$ ;
- (в)  $(A \vee B) \rightarrow (C \cdot D)$ ,  $(D \vee E) \rightarrow F \models A \rightarrow F$ ;

$$(\Gamma) \quad (A \cdot B) \rightarrow C, (C \cdot D) \rightarrow E, \overline{F} \rightarrow (D \cdot E) \models (A \cdot B) \rightarrow F.$$

9. Высветліце, ці справядлівыя наступныя сцверджанні:  
 Выясните, верны ли следующие утверждения:

(а) калі  $\Gamma \models A$  і  $\Gamma \models B$ , то  $\Gamma \models A \cdot B$ ;

(б)  $\Gamma \models A \rightarrow B$  тады і толькі тады, калі  $\Gamma, \overline{A} \models B$ ;

(в) калі  $\Gamma, A \models B$  і  $\Gamma, A \models \overline{B}$ , то  $\Gamma \models \overline{A}$ ;

(г)  $\Gamma \models A \rightarrow (B \rightarrow C)$  тады і толькі тады, калі  $\Gamma \models (A \cdot B) \rightarrow C$ .

(Тут  $\Gamma$  — канечнае мноства формул, магчыма пустое.)

(Здесь  $\Gamma$  — конечное множество формул, возможно пустое.)