1. Выказванні. Лагічныя аперацыі над выказваннямі. Формулы.

Высказывания. Логические операции над высказываниями. Формулы.

1. Вылучыце ўмову і вынік тэарэмы, сфармулюйце яе з дапамогай звязкі «Калі ..., то ...»:

   Выделив условие и заключение теоремы, сформулируйте её посредством связки «Если ..., то ...»:

   (а) Для таго, каб функцыя была дыферэнцавальнай ў некаторай кропцы, неабходна, каб яна была непарыўнай у гэтай кропцы;
   Для того, чтобы функция была дифференцируемой в некоторой точке, необходимо, чтобы она была непрерывной в этой точке;

   (б) Неабходнай уласцівасцю простакутніка з'яўляецца роўнасць яго дыяганаляў;
   Необходимым свойством прямоугольника является равенство его диагоналей;

   (в) Для падзельнасці мнагасклада $f(x)$ на лінейны двусклад $x - a$ дастаткова, каб лік a быў коранем гэтага мнагасклада;
   Для делимости многочлена $f(x)$ на линейный двучлен $x - a$ достаточно, чтобы число a было корнем этого многочлена;

   (г) На 5 дзеляцца тыя цэлыя лікі, якія сканчваюцца лічбамі 0 альбо 5;
   На 5 делятся те целые числа, которые оканчиваются цифрой 0 или цифрой 5;

   (д) Дзве прамыя на плоскасці паралельныя тады, калі яны перпендыкулярныя адной і той жа прамой;
   Две прямые на плоскости тогда параллельны, когда они перпендикулярны одной и той же прямой;

   (е) Камплексныя лікі роўныя, толькі калі роўныя адпаведна іх сапраўдная і ўяўная часткі;
   Комплексные числа равны, только если равны соответственно их действительные и мнимые части;

   (ж) Любое квадратнае раўнанне з рэчаіснымі каэфіцыентамі мае не больш за два рэчаісных кораня;
   Всякое квадратное уравнение с действительными коэффициентами имеет не более двух действительных корней;

   (з) З таго, што чатырохкутнік — ромб, вынікае, што кожная з яго дыяганаляў з'яўлецца воссю сіметрыі;
   Из того, что четырехугольник — ромб, следует, что каждая из его диагоналей служит его осью симметрии;

   (і) Цотнасць сумы з'яўляецца неабходнай умовай цотнасці кожнага складніка;
   Четность суммы есть необходимое условие четности каждого слагаемого;

   (к) Роўнасць трыкутнікаў з'яўляецца дастатковай умовай іх роўнавялікасці;
   Равенство треугольников есть достаточное условие их равновеликости;

   (л) Для падзельнасці здабытку на нейкі лік дастаткова, каб прынамсі адзін з множнікаў дзяліўся на гэты лік.
   Для делимости произведения на некоторое число достаточно, чтобы по меньшей мере один из сомножителей делился на это число.

2. Няхай A, B і C абазначаюць, адпаведна, наступныя сказы: *«Ён чытае коміксы.»*, *«Ён любіць навуковую фантастыку.»*, *«Ён — студэнт-інфарматык.»*. Запішыце у сімвалічнай форме выказванне: *«Калі ён чытае коміксы, то ён любіць навуковую фантастыку і калі ён не чытае коміксы, то ён — студэнт-інфарматык.»* Запішыце адмаўленне гэтага выразу і прадстаўце яго ў выглядзе формулы, якая змяшчае толькі аперацыі дыз'юнкцыі, кан'юнкцыі і адмаўлення, прычым адмаўленні могуць распаўсюджвацца толькі на прапазіцыйныя зменныя.

   Пусть A, B и C обозначают соответственно следующие предложения: *«Он читает комиксы.»*, *«Он любит научную фантастику.»*, *«Он студент-информатик.»*. Запишите в символической форме высказывание: *«Если он читает комиксы, то он любит научную фантастику и если он не читает комиксы, то он — студент-информатик.»* Запишите отрицание этого выражения и представьте его в виде формулы, которая содержит только операции дизъюнкции, конъюнкции и отрицания, причем отрицания распространяются только на пропозиционные переменные.

3. Пабудуйце табліцы праўдзівасці наступных формул:
Постройте таблицы истинности следующих формул:

(а) $(A \to B) \vee (A \to (A \cdot B))$.

(б) $((A \sim B) \to \overline{C}) \cdot (A \vee C)$.

(в) $(((\overline{A \vee B}) \cdot \overline{C}) \to \overline{B}) \sim A$.

(г) $((\overline{A} \cdot \overline{B}) \to (\overline{\overline{B} \to \overline{A}})) \cdot ((A \vee B) \sim C)$.

4. Рашыце наступныя лагічныя раўнанні:
Решите следующие логические уравнения:

(а) $(A \to C) \cdot (\overline{(B \to C) \to ((A \vee B) \to C)}) = \text{П}$ *(Праўда)*.

(б) $((\overline{A \cdot B}) \sim C) \to (C \vee \overline{A}) = \text{Н}$ *(Няпраўда)*.

(в) $(\overline{A \to \overline{B}}) \to ((\overline{A \vee (B \sim A)}) \to C) = \text{П}$.

(г) $((\overline{A \sim B}) \cdot (\overline{A \sim C})) \to (\overline{A \sim (B \cdot D)}) = \text{Н}$.

5. Дакажыце наступныя раўназначнасці без выкарыстання табліц праўдзівасці:
Докажите следующие равносильности без использования таблиц истинности:

(а) $(A \cdot (B \vee \overline{C})) \vee \overline{A} \vee (B \cdot C) \vee (A \cdot \overline{C}) \equiv \overline{A} \vee B \vee \overline{C}$.

(б) $(((((A \to B) \to \overline{A}) \to \overline{B}) \to \overline{C}) \to C) \equiv C$.

(в) $(((\overline{(A \cdot B) \to C}) \to (\overline{A \cdot C})) \to ((A \cdot B) \to (\overline{A \cdot (B \to C)})) \equiv \overline{A} \vee \overline{B} \vee \overline{C}$.

(г) $A \to ((A \cdot B) \to (((A \to B) \to B) \cdot C)) \equiv B \to (A \to C)$.

6. Знайдзіце такую формулу $\mathbf{\Phi}$, што:
Найдите такую формулу $\mathbf{\Phi}$, что:

(а) $\models ((\mathbf{\Phi} \cdot A) \to \overline{B}) \to ((B \to \overline{A}) \to \mathbf{\Phi})$;

(б) $\models (\mathbf{\Phi} \to (A \to (B \to C))) \sim (\mathbf{\Phi} \to (A \to B))$;

(в) $\models (\mathbf{\Phi} \cdot (A \vee (B \to C))) \sim \mathbf{\Phi}$;

(г) $\models ((A \vee \mathbf{\Phi}) \sim A) \sim (\overline{A} \to (B \vee \overline{C}))$.

7. Дакажыце наступныя сцвярджэнні:
Докажите следующие утверждения:

(а) калі $\models \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$, $\models \overline{\mathbf{A}} \vee \mathbf{C}$, то $\models \mathbf{B} \vee \mathbf{C}$;

(б) калі $\models \mathbf{A} \to \mathbf{B}$, $\models \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$, то $\models \mathbf{B} \cdot \mathbf{C}$;

(в) калі $\models \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$, $\models \mathbf{A} \to \mathbf{C}$, $\models \mathbf{B} \to \mathbf{D}$, то $\models \mathbf{C} \vee \mathbf{D}$;

(г) калі $\models \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, $\models \mathbf{B} \sim \mathbf{C}$, то $\models \mathbf{D} \to (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})$.

8. Высветліце, ці справядлівыя наступныя лагічныя вынікі:
Выясните, верны ли следующие логические следования:

(а) $\mathbf{A} \to \mathbf{B},\ \mathbf{D} \to \overline{\mathbf{C}},\ \mathbf{C} \vee \overline{\mathbf{B}} \models \mathbf{A} \to \overline{\mathbf{D}}$;

(б) $\mathbf{A} \to \mathbf{B},\ ((\mathbf{A} \vee \mathbf{D}) \cdot \mathbf{C}) \to \mathbf{E},\ \mathbf{D} \to \mathbf{C} \models ((\mathbf{A} \vee \mathbf{D}) \cdot \mathbf{B}) \to \overline{\mathbf{E}}$;

(в) $(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \to (\mathbf{C} \cdot \mathbf{D}),\ (\mathbf{D} \vee \mathbf{E}) \to \mathbf{F} \models \mathbf{A} \to \mathbf{F}$;

(г) $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \to \mathbf{C},\ (\mathbf{C} \cdot \mathbf{D}) \to \mathbf{E},\ \overline{\mathbf{F}} \to (\mathbf{D} \cdot \mathbf{E}) \models (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \to \mathbf{F}$.

9. Высветліце, ці справядлівыя наступныя сцвярджэнні:
Выясните, верны ли следующие утверждения:

(а) калі $\mathbf{\Gamma} \models \mathbf{A}$ і $\mathbf{\Gamma} \models \mathbf{B}$, то $\mathbf{\Gamma} \models \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$;

(б) $\mathbf{\Gamma} \models \mathbf{A} \to \mathbf{B}$ тады і толькі тады, калі $\mathbf{\Gamma}, \overline{\mathbf{A}} \models \mathbf{B}$;

(в) калі $\mathbf{\Gamma}, \mathbf{A} \models \mathbf{B}$ і $\mathbf{\Gamma}, \mathbf{A} \models \overline{\mathbf{B}}$, то $\mathbf{\Gamma} \models \overline{\mathbf{A}}$;

(г) $\mathbf{\Gamma} \models \mathbf{A} \to (\mathbf{B} \to \mathbf{C})$ тады і толькі тады, калі $\mathbf{\Gamma} \models (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \to \mathbf{C}$.

(Тут $\mathbf{\Gamma}$ — канечнае мноства формул, магчыма пустое.)
(Здесь $\mathbf{\Gamma}$ — конечное множество формул, возможно пустое.)