

1. Выказванні. Лагічныя аперацыі над выказваннямі. Формулы.

Высказывания. Логические операции над высказываниями. Формулы.

1. Вылучыце ўмову і вынік тэарэмы, сфармулуйце яе з дапамогай звязкі «Калі ..., то ...»:

Выделив условие и заключение теоремы, сформулируйте её посредством связки «Если ..., то ...»:

- (а) Для таго, каб функцыя была дыферэнцавальнай ў некаторай кропцы, неабходна, каб яна была непарыўнай у гэтай кропцы;
Для того, чтобы функция была дифференцируемой в некоторой точке, необходимо, чтобы она была непрерывной в этой точке;
- (б) Неабходнай уласцівасцю простакутніка з'яўляецца роўнасць яго дыяганалей;
Необходимым свойством прямоугольника является равенство его диагоналей;
- (в) Для падзельнасці мнагасклада $f(x)$ на лінейны двусклад $x - a$ дастаткова, каб лік a быў каранем гэтага мнагасклада;
Для делимости многочлена $f(x)$ на линейный двучлен $x - a$ достаточно, чтобы число a было корнем этого многочлена;
- (г) На 5 дзеляцца тыя цэлыя лікі, якія сканчваюцца лічбамі 0 альбо 5;
На 5 делятся те целые числа, которые оканчиваются цифрой 0 или цифрой 5;
- (д) Дзве простыя на плоскасці паралельныя тады, калі яны перпендыкулярныя адной і той жа простаі;
Две прямые на плоскости тогда параллельны, когда они перпендикулярны одной и той же прямой;
- (е) Камплексныя лікі роўныя, толькі калі роўныя адпаведна іх сапраўдныя і ўяўныя часткі;
Комплексные числа равны, только если равны соответственно их действительные и мнимые части;
- (ж) Любое квадратнае раўнанне з рэчаіснымі каэфіцыентамі мае не больш за два рэчаісных караня;
Всякое квадратное уравнение с действительными коэффициентами имеет не более двух действительных корней;
- (з) З таго, што чатырохкутнік — ромб, вынікае, што кожная з яго дыяганалей з'яўляецца воссю сіметрыі;
Из того, что четырехугольник — ромб, следует, что каждая из его диагоналей служит его осью симметрии;
- (і) Цотнасць сумы з'яўляецца неабходнай умовай цотнасці кожнага складніка;
Четность суммы есть необходимое условие четности каждого слагаемого;
- (к) Роўнасць трыкутнікаў з'яўляецца дастатковай умовай іх роўнавялікасці;
Равенство треугольников есть достаточное условие их равновеликости;
- (л) Для падзельнасці здабытку на нейкі лік дастаткова, каб прынамсі адзін з множнікаў дзяліўся на гэты лік.
Для делимости произведения на некоторое число достаточно, чтобы по меньшей мере один из сомножителей делился на это число.

2. Няхай A , B і C абазначаюць, адпаведна, наступныя сказы: «Ён чытае коміксы.», «Ён любіць навуковую фантастыку.», «Ён — студэнт-інфарматык.». Запішыце у сімвалічнай форме выказванне: «Калі ён чытае коміксы, то ён любіць навуковую фантастыку і калі ён не чытае коміксы, то ён — студэнт-інфарматык.» Запішыце адмаўленне гэтага выразу і прадстаўце яго ў выглядзе формулы, якая змяшчае толькі аперацыі дыз'юнкцыі, кан'юнкцыі і адмаўлення, прычым адмаўленні могуць распаўсюджвацца толькі на прапазіцыйныя зменныя.

Пусть A , B и C обозначают соответственно следующие предложения: «Он читает комиксы.», «Он любит научную фантастику.», «Он студент-информатик.». Запишите в символической форме высказывание: «Если он читает комиксы, то он любит научную фантастику и если он не читает комиксы, то он — студент-информатик.» Запишите отрицание этого выражения и представьте его в виде формулы, которая содержит только операции дизъюнкции, конъюнкции и отрицания, причем отрицания распространяются только на пропозиционные переменные.

3. Побудуйте таблиці праўдзівасці наступных формул:

Постройте таблицы истинности следующих формул:

- (а) $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow (A \cdot B))$.
- (б) $((A \sim B) \rightarrow \overline{C}) \cdot (A \vee C)$.
- (в) $((\overline{(A \vee B)} \cdot \overline{C}) \rightarrow \overline{B}) \sim A$.
- (г) $((\overline{A} \cdot \overline{B}) \rightarrow \overline{(\overline{B} \rightarrow \overline{A})}) \cdot ((A \vee B) \sim C)$.

4. Рашыце наступныя лагічныя раўнанні:

Решите следующие логические уравнения:

- (а) $(A \rightarrow C) \cdot (\overline{(B \rightarrow C)} \rightarrow \overline{(A \vee B) \rightarrow C}) = \Pi$.
- (б) $((\overline{A \cdot B}) \sim C) \rightarrow (C \vee \overline{A}) = ??$.
- (в) $(\overline{A \rightarrow \overline{B}}) \rightarrow (\overline{(A \vee (B \sim A))} \rightarrow C) = \Pi$.
- (г) $((\overline{A \sim B}) \cdot \overline{(A \sim C)}) \rightarrow \overline{(A \sim (B \cdot D))} = ??$.

5. Дакажыце наступныя раўназначнасці без выкарыстання табліц праўдзівасці:

Докажите следующие равносильности без использования таблиц истинности:

- (а) $(A \cdot (B \vee \overline{C})) \vee \overline{A} \vee (B \cdot C) \vee (A \cdot \overline{C}) \equiv \overline{A} \vee B \vee \overline{C}$.
- (б) $(((((A \rightarrow B) \rightarrow \overline{A}) \rightarrow \overline{B}) \rightarrow \overline{C}) \rightarrow C) \equiv C$.
- (в) $((\overline{(A \cdot B) \rightarrow \overline{C}}) \rightarrow \overline{(A \cdot \overline{C})}) \rightarrow ((A \cdot B) \rightarrow \overline{(A \cdot (B \rightarrow C))}) \equiv \overline{A} \vee \overline{B} \vee \overline{C}$.
- (г) $A \rightarrow ((A \cdot B) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B) \cdot C) \equiv B \rightarrow (A \rightarrow C)$.

6. Знайдзіце такую формулу Φ , што:

Найдите такую формулу Φ , что:

- (а) $\models ((\Phi \cdot A) \rightarrow \overline{B}) \rightarrow ((B \rightarrow \overline{A}) \rightarrow \Phi)$;
- (б) $\models (\Phi \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))) \sim (\Phi \rightarrow (A \rightarrow B))$;
- (в) $\models (\Phi \cdot (A \vee (B \rightarrow C))) \sim \Phi$;
- (г) $\models ((A \vee \Phi) \sim A) \sim (\overline{A} \rightarrow (B \vee \overline{C}))$.

7. Дакажыце наступныя сцвярдженні:

Докажите следующие утверждения:

- (а) калі $\models A \vee B$, $\models \overline{A} \vee C$, то $\models B \vee C$;
- (б) калі $\models A \rightarrow B$, $\models A \cdot C$, то $\models B \cdot C$;
- (в) калі $\models A \vee B$, $\models A \rightarrow C$, $\models B \rightarrow D$, то $\models C \vee D$;
- (г) калі $\models A \cdot B$, $\models B \sim C$, то $\models D \rightarrow (A \cdot C)$.

8. Высветліце, ці справядлівыя наступныя лагічныя вынікі:

Выясните, верны ли следующие логические следования:

- (а) $A \rightarrow B$, $D \rightarrow \overline{C}$, $C \vee \overline{B} \models A \rightarrow \overline{D}$;
- (б) $A \rightarrow B$, $((A \vee D) \cdot C) \rightarrow E$, $D \rightarrow C \models ((A \vee D) \cdot B) \rightarrow \overline{E}$;
- (в) $(A \vee B) \rightarrow (C \cdot D)$, $(D \vee E) \rightarrow F \models A \rightarrow F$;

$$(\Gamma) \quad (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{C}, (\mathbf{C} \cdot \mathbf{D}) \rightarrow \mathbf{E}, \overline{\mathbf{F}} \rightarrow (\mathbf{D} \cdot \mathbf{E}) \models (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{F}.$$

9. Высветліце, ці справядлівыя наступныя сцвярдженні:
 Выясните, верны ли следующие утверждения:

(а) калі $\Gamma \models \mathbf{A}$ і $\Gamma \models \mathbf{B}$, то $\Gamma \models \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$;

(б) $\Gamma \models \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ тады і толькі тады, калі $\Gamma, \overline{\mathbf{A}} \models \mathbf{B}$;

(в) калі $\Gamma, \mathbf{A} \models \mathbf{B}$ і $\Gamma, \mathbf{A} \models \overline{\mathbf{B}}$, то $\Gamma \models \overline{\mathbf{A}}$;

(г) $\Gamma \models \mathbf{A} \rightarrow (\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{C})$ тады і толькі тады, калі $\Gamma \models (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{C}$.

(Тут Γ — канечнае мноства формул, магчыма пустое.)
 (Здесь Γ — конечное множество формул, возможно пустое.)