

**ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА  
(СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ)**

для студентов 3 курса специальности «Информатика»  
2016 – 2017 учебный год

1. Случайные процессы и их основные характеристики.
2. Конечномерные распределения случайных процессов. Теорема Колмогорова.
3. Стохастически эквивалентные случайные процессы; утверждение Колмогорова. Тожественные случайные процессы.
4. Моментные характеристики действительных случайных процессов: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение, корреляционная функция, ковариационная функция, нормированная ковариационная функция. Простейшие свойства моментных характеристик.
5. Моментные характеристики действительных случайных процессов: взаимная ковариационная функция, совместная ковариационная функция, смешанный момент  $k$ -го порядка, смешанный семиинвариант  $k$ -го порядка. Простейшие свойства моментных характеристик.
6. Ковариационная функция действительного случайного процесса. Ее свойства. Критерий.
7. Моментные характеристики комплексных случайных процессов. Свойства ковариационной функции комплексного случайного процесса. Критерий.
8. Примеры случайных процессов. Гауссовский случайный процесс (ГСП). Свойства ГСП. Свойства приращений ГСП. Применение линейных операторов к ГСП.
9. Процессы броуновского движения. Простейшие свойства. Вид плотности распределения. Ковариационная функция процесса броуновского движения.
10. Свойства процесса броуновского движения: переход к непрерывной модификации, сходимость в СК-смысле суммы квадратов приращений. Броуновский мост.
11. Процессы Пуассона, процессы Коши. Свойства. Ковариационная функция процесса Пуассона.
12. Процессы Маркова. Уравнение Колмогорова-Чепмена.
13. Диффузионные процессы.
14. Случайные процессы с некоррелированными, ортогональными и независимыми приращениями. Однородные случайные процессы. Случайные процессы со стационарными приращениями.
15. Стационарные в узком смысле случайные процессы.
16. Стационарные в широком смысле случайные процессы. Свойства ковариационной функции стационарного случайного процесса. Стационарно связанные процессы. Эффективный интервал корреляции.
17. Спектральные характеристики случайных процессов с непрерывным и дискретным временем.
18. Спектральные характеристики *стационарных* случайных *последовательностей*. Свойства спектральной плотности. Спектральное представление ковариационной функции.
19. Спектральные характеристики *стационарных* случайных процессов с непрерывным временем. Свойства спектральной плотности. Спектральное представление ковариационной функции. Ширина спектра.
20. Каноническое разложение случайных функций. Спектральное разложение стационарных случайных функций.
21. Элементы стохастического анализа. Сходимости случайных функций (по вероятности, в среднеквадратическом смысле). Критерии.
22. Непрерывность случайных функций (стохастическая, СК-непрерывность, потраекторная). Критерии.

23. Дифференцирование случайных функций. Критерии. (СК-дифференцируемость, потраекторная).
24. Интегрирование случайных функций. Критерий. (СК-интегрируемость, потраекторная).
25. Интегрирование случайных функций с весом. Критерий.
26. Операторы. Действие линейного оператора на случайный процесс. Примеры операторов.
27. Линейный однородный дифференциальный оператор с постоянными коэффициентами. Примеры.
28. Линейный однородный оператор интегрирования. Примеры.
29. Дифференциальные уравнения со случайной правой частью.
30. Эргодические по отношению к математическому ожиданию случайные процессы.
31. Эргодические по отношению к дисперсии случайные процессы.
32. Стохастические интегралы от неслучайных функций. Свойства.
33. Спектральное представление (в виде стохастического интеграла) стационарных случайных процессов с дискретным и непрерывным временем. Вычисление математического ожидания, ковариационной функции и дисперсии стационарных случайных процессов с дискретным и непрерывным временем с учетом спектрального представления этих процессов.
34. Стационарное линейное преобразование стационарных случайных процессов с дискретным временем в частотной области.
35. Стационарное линейное преобразование стационарных случайных процессов с непрерывным временем в частотной области.
36. Применение спектральных представлений к исследованию стационарных процессов.
37. Линейные преобразования случайных последовательностей во временной области.
38. Стационарное линейное преобразование стационарных случайных последовательностей во временной области (фильтры).
39. Линейное прогнозирование стационарных случайных последовательностей.
40. Сингулярные и регулярные последовательности. Разложение Вольда. Критерии регулярности стационарной случайной последовательности.
41. Линейное прогнозирование стационарных случайных процессов с непрерывным временем.
42. Модели авторегрессии (АР), скользящего среднего (СС), модели авторегрессии и скользящего среднего (АРСС).
43. Стохастический интеграл Ито от ступенчатой неупреждающей функции.
44. Стохастический интеграл Ито от случайной неупреждающей функции. Стохастический  $\theta$ -интеграл.
45. Цепи Маркова с дискретным временем. Основные понятия. Однородные цепи Маркова. Формула Маркова.
46. Классификация состояний однородной цепи Маркова (понятия существенных, достижимых, сообщающихся состояний). Свойства сообщающихся состояний. Неразложимая цепь Маркова. Каноническая форма матрицы вероятностей перехода. Периодичность. Свойства периода состояния. Циклические подклассы.

**Утверждено на заседании кафедры ТВ и МС,  
Протокол № 6 от 29.11.2016**