G.ddd和猴子

n个点的树,允许砍断若干条边,使得森林中长度为偶数的路径条数-长度为奇数的路径条数。路径长度定义为其经过的边数,路径两端不能是同一节点。

$$1 \le n \le 5 \times 10^3$$

出题人: 陈子谦

题解

考虑先对树进行黑白染色。

路径的两端点必然在一个连通块内。且长度为偶数的路径必然两端点同色,否则两端点异色。

设连通块内有x个黑色点, y个白色点, 则该连通块对答案的贡献为

$$x(x-1) + y(y-1) - 2xy = x^2 + y^2 - 2xy - x - y = (x-y)^2 - (x+y)$$

考虑到x+y这一项,求和后即为n,是定值。故只需要最大化前一项即可。注意到连通块对答案的贡献仅与x-y有关。

考虑树形dp, 即dp[pos][z]为以pos为子树根节点时,树中未切割部分内x-y=z时,最大的答案。

类似树上背包的转移方式,时间复杂度 $O(n^2)$