C.ddd和骡马

求 $1 \le i, j \le n$ 范围内,满足i, j十进制下各位求和相同的不同数对(i, j)

 $1 \le n \le 10^5$

出题人: 陈子谦

题解

算法一

十进制下各位求和可以使用while循环简单实现。

枚举i,j,如果i,j,十进制下各位求和相同则答案计数器+1。

会超时,因为这样一个二重循环,循环体内部语句会执行 n^2 次,也就是最多 10^{10} 次。

如果预处理了每个数的按位求和结果,那么时间复杂度是 $O(n^2)$,否则时间复杂度是 $O(n^2 \log n)$ 。

一般而言计算机1s内能支持的运算次数不超过 10^9 。

算法二

统计十进制下各位求和为i的数的个数,记为cnt[i]。

在确定数对的两个数按位求和均为i的情况下,数对的第一个数和第二个数均可以在这cnt[i]个数中任取,则这些数对答案的贡献为: $cnt[i] \times cnt[i]$ 。

i的范围在[0,45]内,所以完全可以开一个int数组(桶)直接统计。最后答案就是 $\sum_{i=0}^{45} cnt[i]^2$

时间复杂度 $O(n \log n)$