

### ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE LOUVAIN

#### RAPPORT DE PROJET

## Modélisation et réalisation d'un haut-parleur

Auteurs:

Noëlla BOLA MALANDA Giulia DE DORLODOT Maxime HANOT Victor LECOMTE Timothée MALENGREAU Bastien TAGNON Tuteur:

Yann Danlée

Coordonnateur:

Piotr Sobieski

26 mars 2014

#### Résumé

Paragraphe sur le contexte.

Paragraphe sur les étapes effectuées.

Court plan du rapport.

### Filtres de fréquences

#### Introduction

Une partie importante du travail de modélisation que nous avons effectué s'est centrée sur les filtres de fréquences, en commençant par les filtres passe-haut et passe-bas inclus dans notre circuit, puis en élargissant vers d'autres types de filtres que nous avons découvert dans nos recherches bibliographiques.

Les filtres auxquels nous nous sommes intéressés sont caractérisés par ces propriétés communes :

- ils utilisent exclusivement des résistances, des capacités et des inductances ;
- la tension d'entrée est sinusoïdale;
- la tension de sortie est prise entre deux points arbitraires du circuit.

L'objet de notre étude a été la comparaison des tensions d'entrée et sortie, c'est-à-dire le rapport de leurs amplitudes ainsi que leur déphasage, en fonction de la fréquence du signal.

#### Plan du chapitre

- 1. Nous commencerons par la modélisation d'un filtre passe-bas par la méthode classique, en résolvant une équation différentielle de la tension.
- 2. Puis nous introduirons la notation complexe des fonctions sinusoïdales et plus particulièrement la notion d'impédance et son utilité dans le

calcul des gains et déphasages.

- 3. Ensuite, nous étudierons grâce à cette notion les différents filtres que nous avons découverts à travers la recherche bibliographique; nous en profiterons pour discuter le choix des filtres dans notre circuit.
- 4. Enfin, nous extrairons de ces exemples une manière de caractériser n'importe quel filtre par un rapport de fonctions polynômiales de la fréquence, et nous montrerons comment construire un filtre à partir de deux polynômes arbitraires donnés. (Pas sûr qu'on sait faire ça.)

#### 1.1 Méthode classique : filtre passe-bas

Le filtre passe-bas consiste en une résistance R et une capacité C mises en série, comme illustré dans la figure  $\ref{eq:comme}$ . Le signal d'entrée est reçu aux extrémités, et la tension de sortie est prise aux bornes de la capacité.

Définissons:

- $v_{in}(t)$  la tension d'entrée;
- $v_R(t)$  la tension aux bornes de la résistance;
- $v_C(t)$  la tension aux bornes de la capacité;
- i(t) le courant (de haut en bas).

À partir d'ici nous les considérerons implicitement comme des fonctions du temps. Nous supposons que le circuit est en régime sinusoïdal stable.

Les données dont nous disposons sont :

- Loi des tensions de Kirchhoff :  $v_R + v_C = v_{in}$
- Résistance :  $v_R = Ri$
- Capacité :  $i = C dv_C/dt$

Développons la première relation :

$$v_{in} = v_R + v_C = Ri + v_C = RC \frac{dv_C}{dt} + v_C$$

$$\tag{1.1}$$

Ceci est une équation différentielle linéaire d'ordre 1 en  $v_C$ , à coefficients constants, et non-homogène. La solution de l'équation homogène correspondante est  $v_C = e^{-t/RC}$ . Toutefois, il s'agit d'une exponentielle décroissante, donc son effet va s'estomper à l'état stable.

Posons  $v_{in}(t) = V_{in}\cos(\omega t)$ . Puisque le signal d'entrée est sinusoïdal, on peut trouver une solution particulière de la forme

$$v_C(t) = V_C \cos(\omega t + \phi) = (V_C \cos \phi) \cos(\omega t) - (V_C \sin \phi) \sin(\omega t)$$

En substituant ces expressions dans l'équation, puis en séparant les termes en  $\cos(\omega t)$  et  $\sin(\omega t)$ , on obtient :

$$\begin{cases}
V_{in} = V_C \cos \phi - \omega RC V_C \sin \phi \\
0 = -\omega RC V_C \cos \phi - V_C \sin \phi
\end{cases}$$
(1.2)

ou encore:

$$\begin{cases} V_C \cos \phi = V_{in} / (1 + (\omega RC)^2) \\ V_C \sin \phi = V_{in} (-\omega RC) / (1 + (\omega RC)^2) \end{cases}$$

$$(1.3)$$

et donc :

$$\begin{cases} V_C = V_{in} / \sqrt{1 + (\omega RC)^2} \\ \phi = \arctan(-\omega RC) \end{cases}$$
 (1.4)

où  $V_C$  est l'amplitude et  $\phi$  le déphasage du signal de sortie. Ces valeurs sont représentées dans la figure ??, et seront discutées plus tard.

Cette méthode a certains désavantages. Outre la longueur des calculs qu'elle nécessite, elle n'est pas facilement automatisable. En effet, nous avons pris un cas très simple où l'équation différentielle vient naturellement. Mais dans d'autres cas, d'une part la simple expression d'une des lois de Kirchoff ne suffit pas, et d'autre part il faudra parfois dériver les équations obtenues pour faire apparaître la variable choisie.

Dès lors, une méthode plus générale et plus efficace est nécessaire.

Approximations linéaires

Analyse mécanique de la membrane

### Dimensionnement