問15　1個のさいころを4回投げるとき，3の倍数の目が出る回数をXとすると，Xはどのような確率分布に従うか。また，次の確率を求めよ。

(1)　$P(X=3)$　　(2)　$P(2 \leqq X \leqq 4)$

二項分布

$$P(X=r)={}_n\mathrm{C}_r p^r q^{n-r} \quad (p+q=1,\quad r=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ n)$$

に従う確率変数Xの期待値と標準偏差を求めてみよう。

この二項分布は，1回の試行で事象Aが起こる確率がpである試行を独立にn回繰り返すときにAが起こる回数Xの確率分布である。

今，第i回目の試行で，

Aが起こるとき1，起こらないとき0

の値をとる確率変数をX_iとすると，XはX_1，X_2，……，X_nの中に現れる1の個数である。

0，1，1，0，1の中の
1の個数は
0+1+1+0+1=3

よって，　$X=X_1+X_2+\cdots\cdots+X_n$

確率変数X_1，X_2，……，X_nは独立であるから，その和$X=X_1+X_2+\cdots\cdots+X_n$の期待値と分散について，次のことが成り立つ。

$$E(X)=E(X_1)+E(X_2)+\cdots\cdots+E(X_n) \quad \cdots\cdots①$$

$$V(X)=V(X_1)+V(X_2)+\cdots\cdots+V(X_n) \quad \cdots\cdots②$$

ところで，X_iの確率分布は，右の表のようになるから，

X_i	1	0	計
P	p	q	1

$$E(X_i)=1\cdot p+0\cdot q=p$$

$$V(X_i)=(1^2\cdot p+0^2\cdot q)-p^2=p-p^2=p(1-p)=pq$$

である。よって，これらの値を①，②に代入すると，

$$E(X)=np,\quad V(X)=npq$$

また，標準偏差は$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$であるから，次のことが成り立つ。

確率変数Xが$B(n,\ p)$に従うとき，$q=1-p$とすると，

$$\boldsymbol{E(X)=np,\quad V(X)=npq,\quad \sigma(X)=\sqrt{npq}}$$