

Universidade Federal de Juiz de Fora
Departamento de Ciência da Computação
DCC059 - Teoria dos Grafos Semestre 2016-3

Cobertura de Vértices Ponderados

Helder Linhares Bertoldo dos Reis

Professor: Stênio Sã Rosário F. Soares

Relatório do trabalho final de Teoria dos Grafos, parte integrante da avaliação da disciplina.

Juiz de Fora

Agosto de 2016

Resumo

O Problema da Cobertura de Vértices Ponderado (PCVP) é um problema NP-Difícil com grande interesse prático. Muitos problema reais podem ser relacionados ao PCVP, por exemplo, instalação de equipamentos para monitoramento de vias e posicionamento de replicadores para distribuição de sinais digitais. Este trabalho busca tratar do problema utilizando de 3 abordagens heurísticas: Algoritmo Construtivo Guloso, Algoritmo Construtivo Guloso Randomizado e Algoritmo Construtivo Guloso Randomizado e Reativo. Ao final realizar uma análise dos resultados obtidos com os resultados encontrados na literatura, encontrados na biblioteca BHOSLIB.

1 Introdução

- Dados um grafo G e uma função de ponderação dos vértices de G , o problema de cobertura com vértices ponderados ou capacitados em G consiste em encontrar um subconjunto de vértices de G que constituam uma cobertura de vértices em G e, para todos os vértices da cobertura, a soma de seus pesos seja mínima.

2 Metodologia utilizada

- Dado que o problema encontra-se na categoria NP-Difícil, foi necessária a utilização de heurísticas construtivas gulosas para a solução do mesmo. Para aperfeiçoar a abordagem gulosa, foi desenvolvido dois algoritmos derivados: Construtivo Guloso Randomizado e Construtivo Guloso Randomizado Reativo.

2.1 Estruturas de dados utilizadas

Para o desenvolvimento do algoritmo foram utilizadas as seguintes Estruturas de Dados implementadas em C++ 11:

- Tabela Hash
- Vector
- List
- MultiSet
- Pair

2.2 Abordagens algorítmicas usadas na solução

2.2.1 Algoritmo Construtivo Guloso

Para a abordagem construtiva gulosa, a heurística ordena em ordem crescente os vértices de acordo com a função critério: Peso do Vértice dividido pelo seu Grau. Após a ordenação, utiliza sempre o vértice de menor custo, até que todas as arestas

estejam cobertas.

Algoritmo 1: Algoritmo Construtivo Guloso

Entrada: uma instância do problema;

Saída: uma solução sub-ótima;

início

Enquanto *todas arestas não estiverem cobertas* **faca**

 ordene vértices segundo função critério;

 adicione primeiro vértice ao conjunto solução do problema;

fim-enquanto

fim

2.2.2 Algoritmo Construtivo Guloso Randomizado

No algoritmo construtivo guloso randomizado, a heurística ordena em ordem crescente os vértices de acordo com a função critério: Peso do Vértice dividido pelo seu Grau. Após a ordenação, seleciona aleatoriamente um vértice dentro da faixa de menor custo limitada pelo alfa utilizado. Repetindo o processo até que todas as arestas estejam cobertas.

Algoritmo 2: Algoritmo Construtivo Guloso Randomizado

Entrada: uma instância do problema, um valor de alfa;

Saída: uma solução sub-ótima;

início

Enquanto *todas arestas não estiverem cobertas* **faca**

$LC \leftarrow$ ordene vértices segundo função critério;

$N \leftarrow \alpha * \text{Grau do Grafo};$

 selecione aleatoriamente um vértice dentro das N primeiras posições de LC

 adicione o vértice ao conjunto solução do problema;

fim-enquanto

fim

2.2.3 Algoritmo Construtivo Guloso Randomizado Reativo

A abordagem reativa se baseia

3 Experimentos computacionais

Dados para os experimentos:

Notebook Acer

Processador: Intel Core I3 de 1.7 GHz

Memória RAM: 4 Gb

Sistema Operacional: Elementary OS Loki 64 bits.

Compilador: GCC 5.4

Linguagem: C++ 11

3.1 Instâncias

Foram utilizadas as seguintes instâncias, obtidas do site turing.cs.hbg.psu.edu. A literatura disponibiliza resultados apenas para o problema da cobertura de vértices não ponderados.

Tabela 1: Instâncias

Instâncias	Nº de Vértices	Nº de Arestas
Frb30-15-1	450	17827
Frb30-15-2	450	17874
Frb35-17-1	595	27856
Frb35-17-2	595	27847
Frb40-19-1	760	41314
Frb45-21-1	945	59186
Frb50-23-1	1150	80072
Frb53-24-1	1272	94227
Frb56-25-1	1400	109676
Frb59-26-1	1534	126555

3.2 Experimento 1

No primeiro experimento com as instâncias foi executado teste sobre as instâncias utilizando o Algoritmo Construtivo Guloso e o resultado obtido pode ser observado a seguir:

3.3 Experimento 2

Para o segundo experimento as instâncias foram submetidas a testes utilizando o Algoritmo Construtivo Guloso Randomizado, com sementes aleatórias variando entre 1 e 30 e utilizando 3 valores para Alfa (0.1, 0.2 e 0.3). Os resultados podem ser observados na tabela abaixo.

Tabela 2: Resultados: Algoritmo Construtivo Guloso

Instâncias	Nº de Vértices	Nº de Arestas	Cobertura de Menor Custo
Frb30-15-1	450	17827	434
Frb30-15-2	450	17874	436
Frb35-17-1	595	27856	581
Frb35-17-2	595	27847	579
Frb40-19-1	760	41314	741
Frb45-21-1	945	59186	925
Frb50-23-1	1150	80072	1127
Frb53-24-1	1272	94227	1249
Frb56-25-1	1400	109676	1372
Frb59-26-1	1534	126555	1507

Tabela 3: Resultados: Algoritmo Construtivo Guloso Randomizado

Instâncias	Nº de Vértices	Nº de Arestas	Cobertura de Menor Custo	Alfa	Semente
Frb30-15-1	450	17827	432	0.2	27
Frb30-15-2	450	17874	434	0.1	11
Frb35-17-1	595	27856	578	0.1	11
Frb35-17-2	595	27847	576	0.1	22
Frb40-19-1	760	41314	739	0.3	3
Frb45-21-1	945	59186	923	0.1	3
Frb50-23-1	1150	80072	1126	0.2	29
Frb53-24-1	1272	94227	1247	0.1	5
Frb56-25-1	1400	109676	1371	0.1	8
Frb59-26-1	1534	126555	1504	0.1	23

4 Conclusões

Pode ser observado que o Algoritmo Construtivo Guloso obtém um resultado de cobertura de menor custo aproximado e satisfatório, porém o Algoritmo Construtivo Guloso Randomizado é capaz de obter soluções melhores, embora este exija mais tempo para ser processado.

A Referências

Wikipedia-Cobertura de Vértices, acesso em 24 de Julho de 2016

turing.cs.hbg.psu.edu, acesso em 26 de Julho de 2016