

PARENTHESIS

Tóm tắt đề bài

Cho xâu S độ dài N chỉ gồm các ký tự '(' , ')' và '*'. Kiểm tra xem có tồn tại cách thay thế ký tự '*' thành '(' hoặc ')' để xâu S trở thành dãy ngoặc đúng.

Lời giải 1: $O(n^2)$

Ta chuyển ký tự '(' thành giá trị +1 và ')' thành giá trị -1. Gọi sum_i là tổng tích lũy của xâu S từ 1 đến i (xâu S đánh số bắt đầu từ 1). Điều kiện để xâu S là dãy ngoặc đúng:

- $sum_i \geq 0, \forall i \in [1, N]$.
- $sum_N = 0$.

Từ đó, ta có công thức quy hoạch động như sau: $f(i, j) = \text{true/false}$ được định nghĩa là nếu tồn tại cách để chuyển xâu S khi đã xét đến vị trí i , có $sum_i = j$ trở thành dãy ngoặc đúng (true) hay không (false).

- Nếu $j < 0$ thì $f(i, j) = \text{false}$.
- Nếu $i = N$ thì $f(i, 0) = \text{true}, f(i, j) = \text{false}, \forall j > 0$.
- Nếu $S_i = '('$ thì $f(i, j) = f(i + 1, j + 1)$.
- Nếu $S_i = ')'$ thì $f(i, j) = f(i + 1, j - 1)$.
- Nếu $S_i = '*'$ thì $f(i, j) = f(i + 1, j + 1) \text{ OR } f(i + 1, j - 1)$.

Lời giải 2: $O(n)$

Trước tiên cần kiểm tra N có phải số chẵn hay không, nếu không thì xâu S không thể là dãy ngoặc đúng.

Nhận xét: với mỗi i , ta chỉ cần quản lý cặp giá trị $(low_i, high_i)$ tương đương với giá trị sum_i nhỏ nhất và lớn nhất có thể đạt được với mọi trường hợp thay thế ký tự '*'. Có thể thấy rằng tất cả các giá trị sum_i có thể đạt được là tập hợp tất cả các giá trị có cùng tính chẵn lẻ với i và nằm trong đoạn $[low_i, high_i]$.

- Nếu $S_i = '('$ thì $low_i = \max(low_{i-1} - 1, 0), high_i = high_{i-1} - 1$.
- Nếu $S_i = ')'$ thì $low_i = \max(low_{i-1} + 1, 0), high_i = high_{i-1} + 1$.
- Nếu $S_i = '*'$ thì $low_i = \max(low_{i-1} - 1, 0), high_i = high_{i-1} + 1$.

Điều kiện để tồn tại cách thay thế các ký tự '*' thành ký tự '(' hoặc ')' là: $low_N = 0$ và $high_i \geq low_i, \forall i \in [1, N]$.
