

## Aufgaben zu *Riemannsche Flächen* – WS 2025/26

13. Blatt

**Aufgabe 42:** Sei  $\Delta := \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1\}$  und  $\Delta^\times = \Delta \setminus \{0\}$ . In der Vorlesung wurde gezeigt, dass es zu jeder  $C^\infty$ -Abbildung  $g \in \mathcal{E}(\Delta)$  eine Lösung  $f \in \mathcal{E}(\Delta)$  von

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = g$$

existiert. Variieren Sie den Beweis so, dass die Behauptung auch für  $\Delta^\times$  gilt.<sup>1</sup>

**Aufgabe 43:** Folgern Sie aus der vorherigen Aufgabe:

$$\check{H}^1(\Delta^\times, \mathcal{O}) = 0$$

**Aufgabe 44:** Sei  $X$  ein topologischer Raum und

$$0 \longrightarrow \mathcal{F} \longrightarrow \mathcal{G} \longrightarrow \mathcal{H} \longrightarrow 0$$

eine kurze exakte Sequenz von Garben auf  $X$ . Zeigen Sie, dass für jedes offene  $U \subset X$  die Sequenz

$$0 \longrightarrow \mathcal{F}(U) \longrightarrow \mathcal{G}(U) \longrightarrow \mathcal{H}(U)$$

(ohne die Null am rechten Ende) immer noch exakt ist.

**Aufgabe 45:**

i) Zeigen Sie, dass der kanonische Divisor auf  $\mathbb{CP}^1$  durch

$$K = -2 \cdot \infty$$

gegeben ist (was heißt das eigentlich?).

ii) Zeigen Sie, dass jeder Divisor vom Grad 0 auf  $\mathbb{CP}^1$  ein Hauptdivisor ist.

---

<sup>1</sup>Dazu könnte man an einer entsprechenden Stelle Laurent-Polynome  $\sum_{k=-N}^M c_k z^k$  anstelle von herkömmlichen Polynomen verwenden.