Universität Augsburg
Mathematisch-Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät

Prof. Dr. Marco Hien,
Sven Prüfer

Aufgaben zu Riemannschen Flächen

2. Blatt – Übung am Montag, 31.10.2016

Aufgabe 5: Seien $\mathcal{F}$ und $\mathcal{G}$ Garben auf dem topologischen Raum X und $\alpha : \mathcal{F} \to \mathcal{G}$ ein Garbenmorphismus. Zeigen Sie, dass die Definition

$$\ker(\alpha) : U \mapsto \ker\left(\alpha(U) : \mathcal{F}(U) \to \mathcal{G}(U)\right)$$

eine Garbe liefert, die wir mit $\ker\alpha$ bezeichnen.

Aufgabe 6: Vervollständigen Sie das „Nicht“-Beispiel 6) der Vorlesung: Für $X = \mathbb{C}$ ist die Prägarbe

$$\mathcal{P} : U \mapsto \left(\text{Bild}\left(\frac{d}{dz} : \mathcal{O}_X(U) \to \mathcal{O}_X(U)\right)\right)$$

keine Garbe.

Aufgabe 7: Sei X eine Riemannsche Fläche. Zeigen Sie, dass

$$\underline{2\pi i\mathbb{Z}} = \ker\left(\exp : \mathcal{O}_X \to \mathcal{O}_X^\times\right)$$

gilt, wobei $\exp$ der durch $\exp(f) = e^f$ induzierte Garbenmorphismus sei und $\underline{2\pi i\mathbb{Z}}$ die konstante Garbe zur abelschen Gruppe $2\pi i\mathbb{Z}$ ist.

Aufgabe 8: Sei X ein topologischer Raum und A eine abelsche Gruppe. Zeigen Sie, dass für $x \in X$

$$\underline{A}_x = A$$

kanonisch gilt.