

## Aufgaben zu Riemannschen Flächen

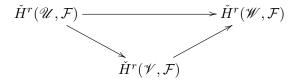
10. Blatt – Übung am Montag, 09.01.2017

**Aufgabe 32:** Sei  $\mathscr{U}$  eine offene Überdeckung von X und  $\mathcal{F}$  eine Garbe abelscher Gruppen auf X. Zeigen Sie exemplarisch, dass

$$\delta \circ \delta : \check{C}^0(\mathscr{U}, \mathcal{F}) \to \check{C}^1(\mathscr{U}, \mathcal{F}) \to \check{C}^2(\mathscr{U}, \mathcal{F})$$

der Null-Morphismus ist.

**Aufgabe 33:** Seien  $\mathcal{W} \leq \mathcal{V} \leq \mathcal{U}$  jeweils Verfeinerungen offener Überdeckungen. Zeigen Sie, dass die Verfeinerungsabbildungen in Čech-Kohomologie wie erwartet kommutieren:



Aufgabe 34: Zeigen Sie, dass die Verfeinerungsabbildung auf Čech-Kohomologie

$$\check{H}^r(\mathscr{U},\mathcal{F}) \longrightarrow \check{H}^r(\mathscr{V},\mathcal{F})$$

für eine Verfeinerung  $\mathscr{V} \leq \mathscr{U}$  immer injektiv ist.

**Aufgabe 35:** Betrachten Sie die Garben  $\mathcal{O}(m)$  auf  $\mathbb{CP}^1$  aus Aufgabe 11, Blatt 3. Sei  $\mathscr{U}=(U_0,U_1)$  die dort betrachtete offene Überdeckung (die Standard-Kartengebiete auf  $\mathbb{CP}^1$ ). Zeigen Sie, dass<sup>1</sup>

$$\dim_{\mathbb{C}} \check{H}^1(\mathscr{U},\mathcal{O}(m)) = \left\{ \begin{array}{ll} -m-1 & \text{für } m \leq -2, \\ \\ 0 & \text{für } m \geq -1. \end{array} \right.$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Beachten Sie, dass diese Kohomologiegruppen in natürlicher Weise  $\mathbb{C}$ -Vektorräume sind, weil die lokalen Schnitte  $\mathcal{O}(m)(U)$  dies sind und die Korand-Operatoren  $\delta$  offenbar  $\mathbb{C}$ -linear.