Universität Augsburg
Mathematisch-Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät

Prof. Dr. Marco Hien
M. Sc. Thomas Bargen

Aufgaben zu *Riemannsche Flächen* – WS 2025/26

13. Blatt

Aufgabe 42: Sei $\Delta := \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1\}$ und $\Delta^\times = \Delta \setminus \{0\}$. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass es zu jeder C^∞-Abbildung $g \in \mathcal{E}(\Delta)$ eine Lösung $f \in \mathcal{E}(\Delta)$ von

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = g$$

existiert. Variieren Sie den Beweis so, dass die Behauptung auch für $\Delta^\times$ gilt.[1]

Aufgabe 43: Folgern Sie aus der vorherigen Aufgabe:

$$\check{H}^1(\Delta^\times, \mathcal{O}) = 0$$

Aufgabe 44: Sei X ein topologischer Raum und

$$0 \longrightarrow \mathcal{F} \longrightarrow \mathcal{G} \longrightarrow \mathcal{H} \longrightarrow 0$$

eine kurze exakte Sequenz von Garben auf X. Zeigen Sie, dass für jedes offene $U \subset X$ die Sequenz

$$0 \longrightarrow \mathcal{F}(U) \longrightarrow \mathcal{G}(U) \longrightarrow \mathcal{H}(U)$$

(ohne die Null am rechten Ende) immer noch exakt ist.

Aufgabe 45:

i) Zeigen Sie, dass der kanonische Divisor auf $\mathbb{CP}^1$ durch

$$K = -2 \cdot \infty$$

gegeben ist (was heißt das eigentlich?).

ii) Zeigen Sie, dass jeder Divisor vom Grad 0 auf $\mathbb{CP}^1$ ein Hauptdivisor ist.

[1] Dazu könnte man an einer entsprechenden Stelle Laurent-Polynome $\sum_{k=-N}^{M} c_k z^k$ anstelle von herkömmlichen Polynomen verwenden.