

Aufgaben zu *Riemannsche Flächen* – WS 2025/26

2. Blatt

Aufgabe 4: Seien \mathcal{F} und \mathcal{G} Garben auf dem topologischen Raum X und $\alpha : \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{G}$ ein Garbenmorphismus. Zeigen Sie, dass die Definition

$$\ker(\alpha) : U \mapsto \ker(\alpha(U) : \mathcal{F}(U) \rightarrow \mathcal{G}(U))$$

eine Garbe liefert, die wir mit $\ker \alpha$ bezeichnen.

Aufgabe 5: Vervollständigen Sie das „Nicht-Beispiel 6“ der Vorlesung: Für $X = \mathbb{C}$ ist die Prägarbe

$$\mathcal{P} : U \mapsto \left(\text{Bild} \left(\frac{d}{dz} : \mathcal{O}_X(U) \rightarrow \mathcal{O}_X(U) \right) \right)$$

keine Garbe.

Aufgabe 6: Sei X eine Riemannsche Fläche. Zeigen Sie, dass

$$\underline{2\pi i\mathbb{Z}} = \ker \left(\exp : \mathcal{O}_X \rightarrow \mathcal{O}_X^\times \right)$$

gilt, wobei \exp der durch $\exp(f) = e^f$ induzierte Garbenmorphismus sei und $\underline{2\pi i\mathbb{Z}}$ die konstante Garbe zur abelschen Gruppe $2\pi i\mathbb{Z}$ ist.

Aufgabe 7: Sei X ein topologischer Raum und A eine abelsche Gruppe. Zeigen Sie, dass für $x \in X$

$$\underline{A}_x = A$$

kanonisch gilt.