Universität Augsburg
Mathematisch-Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät

Prof. Dr. Marco Hien
M. Sc. Thomas Bargen

Aufgaben zu *Riemannsche Flächen* – WS 2025/26

7. Blatt

Definition: Sei $f : X \to Y$ eine holomorphe Abbildung kompakter Riemannscher Flächen. Der *Verzweigungsindex* von f bei $x \in X$ ist definiert als

$$b_x(f) := \deg_x(f) - 1.$$

Der *totale Verzweigungsgrad* von f ist definiert als

$$b(f) := \sum_{x \in X} b_x(f).$$

(Beachte, dass endlich viele Summanden ungleich Null sind.)

Riemann–Hurwitz–Formel: Ist $f : X \to Y$ eine holomorphe Abbildung kompakter Riemannscher Flächen mit Blätterzahl $m \in \mathbb{N}$ und totalem Verzweigungsgrad $b(f)$, so gilt für die Geschlechter von X und Y:

$$g(X) = \frac{b(f)}{2} + m \cdot (g(Y) - 1) + 1.$$

Aufgabe 22: Wir wollen in dieser Aufgabe die Riemann-Hurwitz-Formel beweisen.

Dabei gehen wir wie folgt vor:

i) Ist X kompakte Riemannsche Fläche vom Geschlecht g, so gilt für die Eulercharakteristik:

$$\chi(X) = 2 - 2g.$$

ii) In obiger Situation gilt:

$$\chi(X) = m \cdot \chi(Y) - b(f).$$

iii) Folgere nun die Riemann-Hurwitz-Formel.