Universität Augsburg
Mathematisch-Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät

**Prof. Dr. Marco Hien**
**M. Sc. Thomas Bargen**

# Aufgaben zu *Riemannsche Flächen* – WS 2025/26

1. Blatt

**Aufgabe 1:** Sei $\pi : X \to Y$ eine stetige Abbildung von Hausdorffräumen, die ein lokaler Homöomorphismus ist, d.h. jedes $x \in X$ hat eine offene Umgebung $U \subset X$, so dass $\pi|_U : U \to \pi(U)$ ein Homöomorphismus auf die offene Teilmenge $\pi(U) \subset Y$ ist.

Präzisiere und beweise: Ist $Y$ Riemannsche Fläche, so auch kanonisch $X$.

**Aufgabe 2:** Für $\tau \in \mathbb{H} := \{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Im}(z) > 0\}$ betrachte das Gitter $\Gamma := \mathbb{Z}1 \oplus \mathbb{Z}\tau \subset \mathbb{C}$. Daneben sei $\Lambda := \mathbb{Z}1 \oplus \mathbb{Z}i \subset \mathbb{C}$. Zu jedem der Gitter betrachte den holomorphen Atlas von $S^1 \times S^1$ wie in der Vorlesung konstruiert. Für welche $\tau \in \mathbb{H}$ ist die Vereinigung der Atlanten wieder ein holomorpher Atlas?

**Aufgabe 3:** Betrachten die beiden folgenden Abbildungen auf der Einheitssphäre $S^2 \subset \mathbb{R}^3$:

$$h : S^2 \setminus \{(0,0,1)\} \to \mathbb{C}, \quad (x,y,z) \mapsto \frac{x}{1-z} + i\frac{y}{1-z},$$

$$k : S^2 \setminus \{(0,0,-1)\} \to \mathbb{C}, \quad (x,y,z) \mapsto \frac{x}{1+z} + i\frac{y}{1+z}.$$

Zeige, dass diese beiden einen holomorphen Atlas auf $S^2$ ergeben.