

# Sistemas de Numeração.

## Números decimais

Números decimais são os que estamos acostumados a lidar na Matemática convencional. Também são conhecidos como números de **base 10**. Isso porque compreendem dez símbolos numéricos: os números **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9**.

Através da combinação desses dez números é possível representar todos os números decimais.


Quando um número decimal é lido da direita para a esquerda, a primeira posição do mesmo é representada pelo número 0. A posição do próximo número da esquerda para a direita é representada pelo número 1 e assim por diante. Por exemplo, vejamos isso com o número **26802**:

número decimal	2	6	8	0	2
coluna	4	3	2	1	0

← posição da direita para a esquerda começando em 0

O sistema decimal é baseado em potências de 10. Levando em conta a figura acima que mostra como é realizada a identificação da coluna do número, em um sistema decimal cada número é definido pela soma de cada algarismo multiplicado por 10 elevado à potência correspondente à coluna do mesmo:

número decimal	2	6	8	0	2
coluna	4	3	2	1	0
potências	$10^4$	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0$
base 10	$2 \times 10^4$	$6 \times 10^3$	$8 \times 10^2$	$0 \times 10^1$	$2 \times 10^0$
resultado	20000	6000	800	0	2
somatória	$20000 + 6000 + 800 + 0 + 2 = 26802$				



Agora que vimos uma tabela detalhando como funcionam os números decimais, vejamos mais alguns exemplos:

$369 = (3 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (9 \times 10^0)$
$2768 = (2 \times 10^3) + (7 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (8 \times 10^0)$

## Números binários.

Números binários são os mais importantes em computação. Quando falamos que computadores atuais são digitais, significa que processam os dados no formato binário.

Números binários também são conhecidos como números de **base 2**. Compreendem somente dois caracteres: o **0** e o **1**.

- **Bit**
  - Binary digit
  - 0 or 1



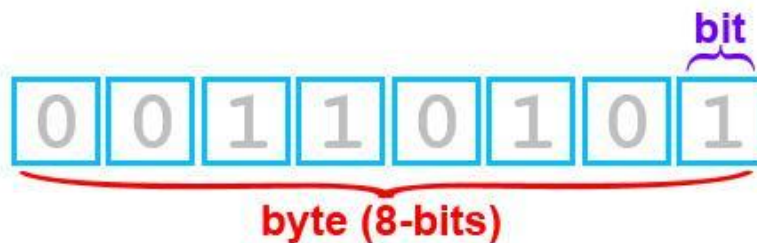
- **Byte**
  - 8 bits



- Each letter or (small) number is eight 0s and 1s

*possible representations of*

$01000101_2 \rightarrow 69_{10}$   
 $01000101_2 \rightarrow \text{ASCII char 'E'}$




Quando um número binário é lido da direita para a esquerda, assim como com os números decimais, sua posição colunar inicial é considerada 0. O próximo dígito mais à esquerda é considerado de posição 1 e assim por diante, como na figura:

número binário	0	1	0	0	1
coluna	4	3	2	1	0

←  
posição da direita para a esquerda começando em 0

Os números binários são baseados em potências de 2 e, de forma semelhante aos números decimais, podem ser definidos pela soma de cada algarismo multiplicado por 2 (que é a sua base) elevado à potência que corresponde à coluna correspondente do mesmo:

número binário	0	1	0	0	1
coluna	4	3	2	1	0
potências	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
base 2	$0 \times 2^4$	$1 \times 2^3$	$0 \times 2^2$	$0 \times 2^1$	$1 \times 2^0$
resultado	0	8	0	0	1
somatória (decimal)	$0 + 8 + 0 + 0 + 1 = 9$				



Para ficar bem claro, seguem mais alguns exemplos:

$1101 = (1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0) = 13$
$1110 = (1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) = 14$

Cada dígito de um número binário é conhecido como bit. Nos exemplos da figura acima temos um número binário de **4 bits**.

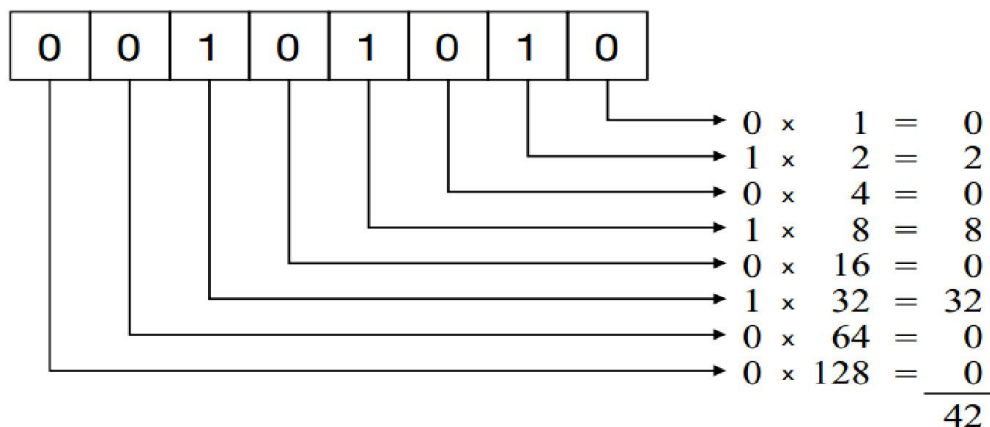
Para mensurar a capacidade de processamento de um computador assim como a capacidade de armazenamento é utilizado o conceito de byte (representado pela letra **B** maiúscula).

Um **byte** equivale a 8 **bits** e é representado pela letra **b** minúscula. Um bit pode ser representado somente por duas entidades: ou um dígito **0** ou um dígito **1**.

Um caractere digitado no teclado tem 8 **bits**.

Quando falamos que um **byte** equivale a 8 **bits**, estamos tratando da mensuração dos bytes que temos contato no dia-a-dia. Por exemplo, vejamos uma tabela que relaciona bits e bytes:

Uma das características mais importantes dos circuitos digitais é a representação dos bits 0 e 1 através de dois valores de tensão. Em geral é usado um valor pequeno, entre 0 e 0,3 volts, para indicar o bit 0, e um valor um pouco maior, da ordem de alguns poucos volts, para indicar o bit 1. Por exemplo, memórias DDR usam cerca de 0,2 V para representar o bit 0 e em torno de 2,5 V para representar o bit “1”. Valores diferentes podem ser usados, dependendo da tecnologia. Por exemplo, no interior dos processadores modernos, os níveis de tensão são ainda mais baixos. São usados internamente valores em torno de 1,0 a 1,5 volts para representar o bit 1, e um valor sempre próximo de 0 V para representar o bit 0. Seja qual for o caso, o nível de tensão que representa o bit 0 será sempre um valor positivo, apesar de muito pequeno. Da mesma forma, o nível de tensão que representa o bit 1 será sempre um valor um pouco menor que o da tensão de alimentação do chip. A maioria dos chips existentes nas placas modernas opera com alimentação de 3,3 volts ou de 2,5 volts. Há alguns anos atrás a maioria dos chips operavam com 5 volts.



**1 Byte = 8 bits**

**1 kilobyte (KB ou Kbytes) = 1024 bytes**  
**1 megabyte (MB ou Mbytes) = 1024 kilobytes**  
**1 gigabyte (GB ou Gbytes) = 1024 megabytes**  
**1 terabyte (TB ou Tbytes) = 1024 gigabytes**  
**1 petabyte (PB ou Pbytes) = 1024 terabytes**  
**1 exabyte (EB ou Ebytes) = 1024 petabytes**  
**1 zettabyte (ZB ou Zbytes) = 1024 exabytes**  
**1 yottabyte (YB ou Ybytes) = 1024 zettabytes**

IEC prefixes	
Name	Symbols
kibi	Ki
mebi	Mi
gibi	Gi
tebi	Ti
pebi	Pi
exbi	Ei
zebi	Zi
yobi	Yi

	base 10	base 2
	$10^3$	$2^{10}$
	$10^6$	$2^{20}$
1,024	$10^3$	$2^{10}$
1,048,576	$10^6$	$2^{20}$
1,073,741,824	$10^9$	$2^{30}$
1,099,511,627,776	$10^{12}$	$2^{40}$
1,125,899,904,819,200	$10^{15}$	$2^{50}$
1,152,925,000,000,000,000	$10^{18}$	$2^{60}$
1,180,591,620,717,411,303,424	$10^{21}$	$2^{70}$
1,208,826,560,000,000,000,000,000	$10^{24}$	$2^{80}$

	base 10	base 2
	$10^3$	$2^{10}$
	$10^6$	$2^{20}$
1,024	$10^3$	$2^{10}$
1,048,576	$10^6$	$2^{20}$
1,073,741,824	$10^9$	$2^{30}$
1,099,511,627,776	$10^{12}$	$2^{40}$
1,125,899,904,819,200	$10^{15}$	$2^{50}$
1,152,925,000,000,000,000	$10^{18}$	$2^{60}$
1,180,591,620,717,411,303,424	$10^{21}$	$2^{70}$
1,208,826,560,000,000,000,000,000	$10^{24}$	$2^{80}$

# Números Hexadecimais

Os números hexadecimais são conhecidos como de base 16 e são utilizados na programação de microprocessadores. Oferecem uma forma mais legível para leitura, e, por isso, são muito utilizados em programação de **baixo nível**, por proporcionar uma facilidade em converter um número binário de 4 bits.

Utilizam-se de dezesseis algarismos, ou dígitos hexadecimais: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, A, B, C, D, E e F.

Os números hexadecimais têm a capacidade de reduzir uma longa sequência de números binários em poucos caracteres, pois qualquer combinação de números binários de 4 dígitos pode ser representada por um único símbolo hexadecimal.

Hexadecimal ("Hex") é uma forma conveniente de representar valores binários. Assim como o decimal é um sistema de numeração com base dez e o binário é base dois, hexadecimal é um sistema de base 16.

O sistema de numeração de base 16 utiliza números de 0 a 9 e letras de A a F. A figura mostra os valores equivalentes decimais, binários e hexadecimais para 0000 a 1111 (binários). É mais fácil para nós expressar um valor como um único dígito hexadecimal do que como quatro bits.

## Compreensão de Bytes

Como 8 bits (um byte) é um agrupamento binário comum, 00000000 a 11111111 (binários) podem ser representados em hexadecimal como a faixa 00 a FF. Zeros na frente são sempre exibidos para completar a representação de 8 bits. Por exemplo, o valor binário 0000 1010 é exibido em hexadecimal como 0A.

# Representação de Valores Hexadecimais

Numeração Hexadecimal					
Equivalentes Decimais e Binários de 0 a F Hexadecimal			Equivalentes Decimais, Binários e Hexadecimais selecionados		
Decimal	Binária	Hexadecimal	Decimal	Binária	Hexadecimal
0	0000	0	0	0000 0000	00
1	0001	1	1	0000 0001	01
2	0010	2	2	0000 0010	02
3	0011	3	3	0000 0011	03
4	0100	4	4	0000 0100	04
5	0101	5	5	0000 0101	05
6	0110	6	6	0000 0110	06
7	0111	7	7	0000 0111	07
8	1000	8	8	0000 1000	08
9	1001	9	10	0000 1010	0A
10	1010	A	15	0000 1111	0F
11	1011	B	16	0001 0000	10
12	1100	C	32	0010 0000	20
13	1101	D	64	0100 0000	40
14	1110	E	128	1000 0000	80
15	1111	F	192	1100 0000	C0
			202	1100 1010	CA
			240	1111 0000	F0
			255	1111 1111	FF

número hexadecimal	4	C
coluna	1	0
potências	$16^1$	$16^0$
base 16	$4 \times 16^1$	$12 \times 16^0$
resultado	64	12
somatória (decimal)	$64 + 12 = 76$	



Note que o dígito "C" do número hexadecimal foi substituído pelo seu correspondente (12) na tabela acima.



## Números Octais

Também conhecido como sistema numérico de base 8, pois utiliza 8 símbolos numéricos para sua representação: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

Foi muito utilizada em computação para representar de forma mais suscinta números binários, mas os números hexadecimais são mais utilizados para esta finalidade nos dias de hoje.

Similar aos números decimais e binários, utiliza a posição colunar como elemento para determinação do expoente.

Dessa forma, um número **octal** segue normas parecidas com os números decimais e binários no que se refere à exponenciação:

número octal	1	2
coluna	1	0
potências	$8^1$	$8^0$
base 8	$1 \times 8^1$	$2 \times 8^0$
resultado	8	2
somatória (decimal)	$8 + 2 = 10$	



## Tabela ASCII

Os caracteres que digitamos no teclado, indiferentemente se são letras ou números, primeiro são convertidos em um código chamado **ASCII** que corresponde a um número inteiro decimal. Em seguida são convertidos em números binários, compostos somente por "**zeros**" e "**uns**". Dessa forma o processador pode realizar os cálculos e retornar um valor.

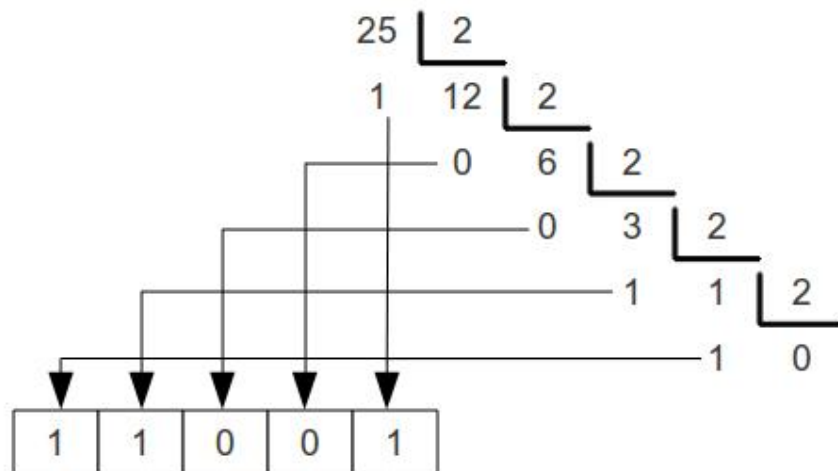
ASCII é um acrônimo para American Standard Code for Information Interchange, que em português significa "Código Padrão Americano para o Intercâmbio de Informação". Define 128 caracteres, sendo 33 não imprimíveis (utilizados como caracteres de controle).

# Conversão Entre Bases Numéricas.

## Conversão de Decimal para Binário

Para encontrar o número binário correspondente a um número decimal, são realizadas sucessivas divisões do número decimal por 2.

Em seguida, o resto da divisão de cada operação é coletado de forma invertida, da última para a primeira operação de divisão, como na figura, onde foi obtido o número binário correspondente ao número decimal **25**:



Na figura acima vemos que o número decimal foi dividido sucessivamente por 2 e os resultados foram coletados da última para a primeira divisão, formando o número binário.

## Conversão de Binário para Decimal

Como vimos na lição anterior, para descobrir o número decimal correspondente a um número binário, basta calcular a soma de cada um dos dígitos do número binário multiplicado por 2 (que é a sua base) elevado à posição colunar do número, que, da direita para a esquerda começa em 0.

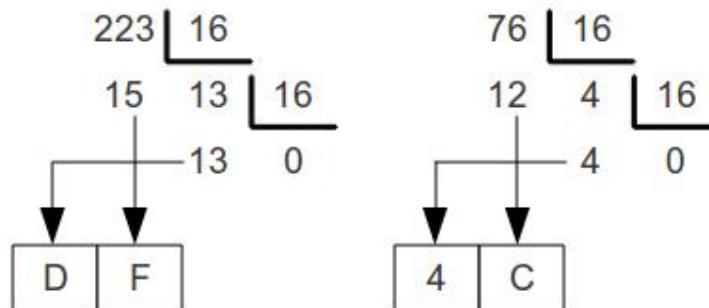
Vejamos uma conversão do número binário que obtivemos na conversão acima:

1	1	0	0	1
$1 \times 2^4$	$1 \times 2^3$	$0 \times 2^2$	$0 \times 2^1$	$1 \times 2^0$
$16 + 8 + 0 + 0 + 1 = 25$				

### Conversão de Decimal para Hexadecimal

A conversão de números decimais para hexadecimais é idêntica à conversão de decimal para binário, exceto que a divisão deve ser realizada por 16, que é a base dos hexadecimais.

Quando tiver dúvida sobre o valor em hexadecimal de algum resto, verifique na tabela da lição anterior.



## Conversão de Hexadecimal em Decimal

A conversão de números hexadecimais em decimais é realizada através da soma dos dígitos hexadecimais multiplicados pela base 16 elevada à posição colunar contando da direita para a esquerda, começando em 0, de forma semelhante à conversão de binários em decimais:

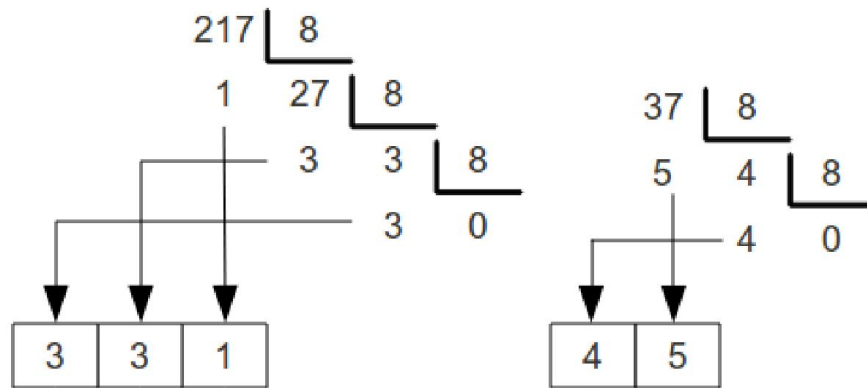
1	0	A
$1 \times 16^2$	$0 \times 16^1$	$10 \times 16^0$
$256 + 0 + 10 = 266$		

C	B
$12 \times 16^1$	$11 \times 16^0$
$192 + 11 = 203$	

Note que os caracteres que definem os dígitos hexadecimais **A**, **B** e **C** foram substituídos pelos valores equivalentes em decimais **10**, **11** e **12** de acordo com a tabela da lição anterior para a realização do cálculo.

## Conversão de Decimal em Octal

Assim como nas conversões anteriores, divide-se o decimal pela base para a qual se quer obter o número, no caso, 8:



Vimos que foram coletados os restos de cada divisão da última para a primeira para formar o número octal.

## Conversão de Octal em Decimal

A conversão de números octais em decimais é obtida através da soma dos dígitos do número octal multiplicados pela base 8 elevada à posição colunar do dígito, começando em 0 da direita para a esquerda:

3	3	1
$3 \times 8^2$	$3 \times 8^1$	$1 \times 8^0$
$192 + 24 + 1 = 217$		

4	5
$4 \times 8^1$	$5 \times 8^0$
$32 + 5 = 37$	

## Conversão de Binário em Hexadecimal

Para converter um número binário em hexadecimal, separa-se o número binário em grupos de 4 bits, da direita para a esquerda. Em seguida, transforma-se cada grupo de 4 bits em hexadecimal. Ao final, simplesmente une-se os resultados em um só:

0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
<b>0</b> x2 <sup>3</sup>	<b>1</b> x2 <sup>2</sup>	<b>0</b> x2 <sup>1</sup>	<b>1</b> x2 <sup>0</sup>	<b>1</b> x2 <sup>3</sup>	<b>0</b> x2 <sup>2</sup>	<b>1</b> x2 <sup>1</sup>	<b>1</b> x2 <sup>0</sup>
0 + 4 + 0 + 1 = 5 <sub>10</sub>				8 + 0 + 2 + 1 = 11 <sub>10</sub>			
5 <sub>10</sub> = 5 <sub>16</sub>				11 <sub>10</sub> = B <sub>16</sub>			
<b>5B</b>							

Caso o número de dígitos do número binário não seja múltiplo de 4, completa-se os dígitos à esquerda com zeros (**0**):

		1	1	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1
$0 \times 2^3$	$0 \times 2^2$	$1 \times 2^1$	$1 \times 2^0$	$1 \times 2^3$	$1 \times 2^2$	$0 \times 2^1$	$1 \times 2^0$
$0 + 0 + 2 + 1 = 3_{10}$				$8 + 4 + 0 + 1 = 13_{10}$			
$3_{10} = 3_{16}$				$13_{10} = D_{16}$			
<b>3D</b>							

## Conversão de Binário em Octal

Para converter números binários em octais, separa-se os dígitos do número binário em grupos de 3 bits da direita para a esquerda. Em seguida transforma-se cada grupo individual de 3 bits em octal. Ao final, une-se os resultados:

1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	1
$1 \times 2^2$	$1 \times 2^1$	$0 \times 2^0$	$1 \times 2^2$	$0 \times 2^1$	$1 \times 2^0$
4 + 2 + 0			4 + 0 + 1		
$6_{10} = 6_8$			$5_{10} = 5_8$		
65					

Caso o número de dígitos do número binário não seja múltiplo de 3, completa-se os dígitos à esquerda com zeros (0):

	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
$0 \times 2^2$	$1 \times 2^1$	$1 \times 2^0$	$1 \times 2^2$	$1 \times 2^1$	$1 \times 2^0$
0 + 2 + 1			4 + 2 + 1		
$3_{10} = 3_8$			$7_{10} = 7_8$		
37					

## Conversão de Hexadecimal em Binário

Para converter números hexadecimais em binários, decompõem-se o número hexadecimal diretamente em binários de 4 dígitos. Os zeros mais à esquerda do resultado binário podem ser omitidos:



1				2				F			
0 + 0 + 0 + 1 = 1				0 + 0 + 2 + 0 = 2				8 + 4 + 2 + 1 = 15			
0x2 <sup>3</sup>	0x2 <sup>2</sup>	0x2 <sup>1</sup>	1x2 <sup>0</sup>	0x2 <sup>3</sup>	0x2 <sup>2</sup>	1x2 <sup>1</sup>	0x2 <sup>0</sup>	1x2 <sup>3</sup>	1x2 <sup>2</sup>	1x2 <sup>1</sup>	1x2 <sup>0</sup>
0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1
			1	0	0	1	0	1	1	1	1

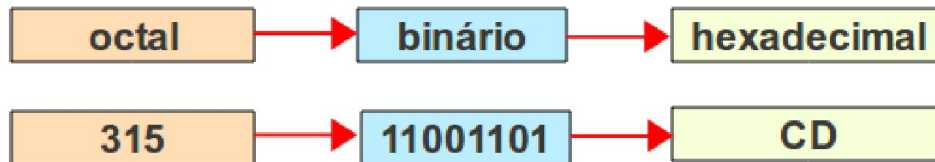
## Conversão de Octal em Binário

Para converter números octais em binários, decompõem-se o número octal diretamente em binários de 3 dígitos. Os zeros mais à esquerda do resultado binário podem ser omitidos:

1			2			3		
0 + 0 + 1 = 1			0 + 2 + 0 = 2			0 + 2 + 1 = 15		
0x2 <sup>2</sup>	0x2 <sup>1</sup>	1x2 <sup>0</sup>	0x2 <sup>2</sup>	1x2 <sup>1</sup>	0x2 <sup>0</sup>	1x2 <sup>2</sup>	1x2 <sup>1</sup>	1x2 <sup>0</sup>
0	0	1	0	1	0	0	1	1
		1	0	1	0	0	1	1

## Conversão de Octal em Hexadecimal

Para converter um número octal em hexadecimal, transforma-se primeiro o octal em binário e em seguida o binário em hexadecimal:



## Conversão de Hexadecimal em Octal

Para converter um número hexadecimal em octal, transforma-se primeiro o hexadecimal em binário e em seguida o binário em octal:

