



**UNIFRAN**

Universidade  
de Franca

***Simplificação de  
Expressões Booleanas  
Através dos Diagramas de  
Veitch-Karnaugh***

# ***O que tem que ser feito?***

***O dono de uma banda de música deseja controlar a iluminação do palco. A iluminação é composta por três cores:***

→ ***amarela***



→ ***azul***



→ ***vermelha***



# ***O que tem que ser feito?***

***A banda é composta por três integrantes.***



***Cada um toca um instrumento.***

***Jonas → Bateria      Alberto → Baixo      Luiz → Teclado***



# ***O que tem que ser feito?***

***O dono da banda Sr. Francisco, deseja que cada cor de luz seja acesa ou apagada conforme a combinação dos instrumentos em funcionamento em determinado momento.***

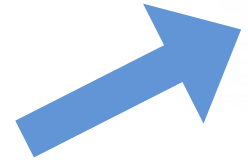
***Portanto Sr. Francisco precisa nos informar qual a combinação dos instrumentos que determinarão que cada cor de lampada seja acesa ou apagada.***

***Precisamos da regra clara para cada uma das cores de lâmpada a ser controlada.***

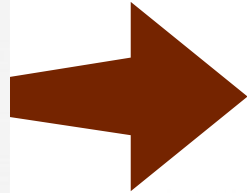


# ***Controlar lampadas do palco - coloridas***

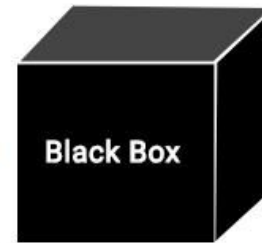
**A**



**B**



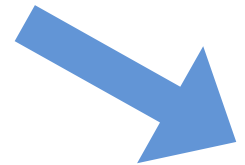
Input →



→ Output



**C**



# ***Controlar lampada amarela***

Caso	A	B	C	S1
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

**A**



**B**



**C**



# Controlar lampada amarela-expressão

Caso	A	B	C	S1
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

A



B



C



**EXPRESSÃO BOOLEANA RESULTANTE**

$$S1 = (\bar{A}.\bar{B}.\bar{C}) + (\bar{A}.\bar{B}.C) + (\bar{A}.B.\bar{C}) + (\bar{A}.B.C) + (A.\bar{B}.\bar{C}) + (A.\bar{B}.C) + (A.B.\bar{C}) + (A.B.C)$$



# Controlar lampada amarela-bits ligados

Caso	A	B	C	S1
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

A



B



C



EXPRESSÃO BOOLEANA RESULTANTE

$$\begin{aligned}
 S1 = & (|\text{A.}|\text{B.}|\text{C}) + (|\text{A.}\text{B.C}) + (|\text{A.B.}|\text{C}) + (|\text{A.B.C}) + \\
 & (\text{A.}|\text{B.}|\text{C}) + (\text{A.}\text{B.C}) + (\text{A.B.}|\text{C}) + (\text{A.B.C})
 \end{aligned}$$



# Mapas para Simplificações

## 2 Variáveis

A	B	S	
0	0	X	Linha 0
0	1	X	Linha 1
1	0	X	Linha 2
1	1	X	Linha 3

		A	
		0	1
B	0	0	1
	1	2	3

## 4 Variáveis

A	B	C	D	S	
0	0	0	0	X	Linha 0
0	0	0	1	X	Linha 1
0	0	1	0	X	Linha 2
0	0	1	1	X	Linha 3
0	1	0	0	X	Linha 4
0	1	0	1	X	Linha 5
0	1	1	0	X	Linha 6
0	1	1	1	X	Linha 7
1	0	0	0	X	Linha 8
1	0	0	1	X	Linha 9
1	0	1	0	X	Linha 10
1	0	1	1	X	Linha 11
1	1	0	0	X	Linha 12
1	1	0	1	X	Linha 13
1	1	1	0	X	Linha 14
1	1	1	1	X	Linha 15

		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0	1	3	2
	01	4	5	7	6
	11	12	13	15	14
	10	8	9	11	10

## 3 Variáveis

A	B	C	S	
0	0	0	X	Linha 0
0	0	1	X	Linha 1
0	1	0	X	Linha 2
0	1	1	X	Linha 3
1	0	0	X	Linha 4
1	0	1	X	Linha 5
1	1	0	X	Linha 6
1	1	1	X	Linha 7

		AB			
		00	01	11	10
C	0	0	2	6	4
	1	1	3	7	5

# Agrupamentos Horizontal ou Vertical

## Quadras

## 4 bits ligados e agrupados

Transpondo a tabela para o diagrama, temos:

	$\bar{B}$		$B$	
$\bar{A}$	Caso 0 1	Caso 1 0	Caso 3 1	Caso 2 1
$A$	Caso 4 1	Caso 5 0	Caso 7 0	Caso 6 1
	$\bar{C}$	$C$	$\bar{C}$	$C$

Figura 3.21

Para efetuarmos a simplificação, seguimos o mesmo processo visto anteriormente, somente que, para 3 variáveis, os agrupamentos possíveis são os seguintes:

a) Oitava:

Agrupamento máximo, onde todas as localidades valem 1. A figura 3.22 apresenta esta situação:

	$\bar{B}$		$B$	
$\bar{A}$	1	1	1	1
$A$	1	1	1	1
	$\bar{C}$	$C$	$\bar{C}$	$C$

← Oitava:  $S=1$

Figura 3.22

b) Quadras:

Quadras são agrupamentos de 4 regiões, onde  $S$  é igual a 1, adjacentes ou em seqüência. Vamos agora formar algumas quadras possíveis num diagrama de 3 variáveis, a título de exemplo:

	$\bar{B}$		$B$	
$\bar{A}$	1	1	0	0
$A$	0	0	0	0
	$\bar{C}$	$C$	$\bar{C}$	$C$

(a)

	$\bar{B}$		$B$	
$\bar{A}$	1	1	0	0
$A$	1	1	0	0
	$\bar{C}$	$C$	$\bar{C}$	$C$

(b)

	$\bar{B}$		$B$	
$\bar{A}$	1	0	0	1
$A$	1	0	0	1
	$\bar{C}$	$C$	$\bar{C}$	$C$

(c)

Figura 3.23 - (a) Quadra  $\bar{A}$ .

(b) Quadra  $\bar{B}$ .

(c) Quadra  $\bar{C}$ .

# Agrupamentos Horizontal ou Vertical

## Pares e isolados

## 2 bits ligados e agrupados

c) Pares:

A figura 3.24 apresenta, como exemplo, 2 pares entre os 12 possíveis em um diagrama de 3 variáveis:

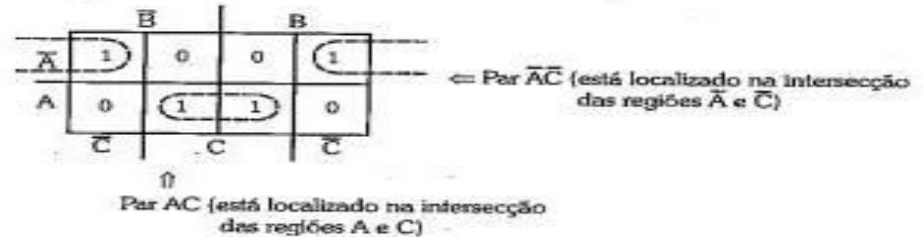


Figura 3.24

d) Termos isolados:

Vejamos na figura 3.25, alguns exemplos de termos isolados, que, como já dissemos, são os casos de entrada sem simplificação.

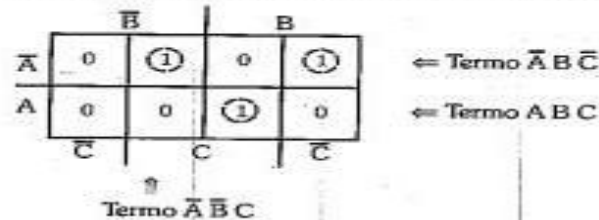


Figura 3.25

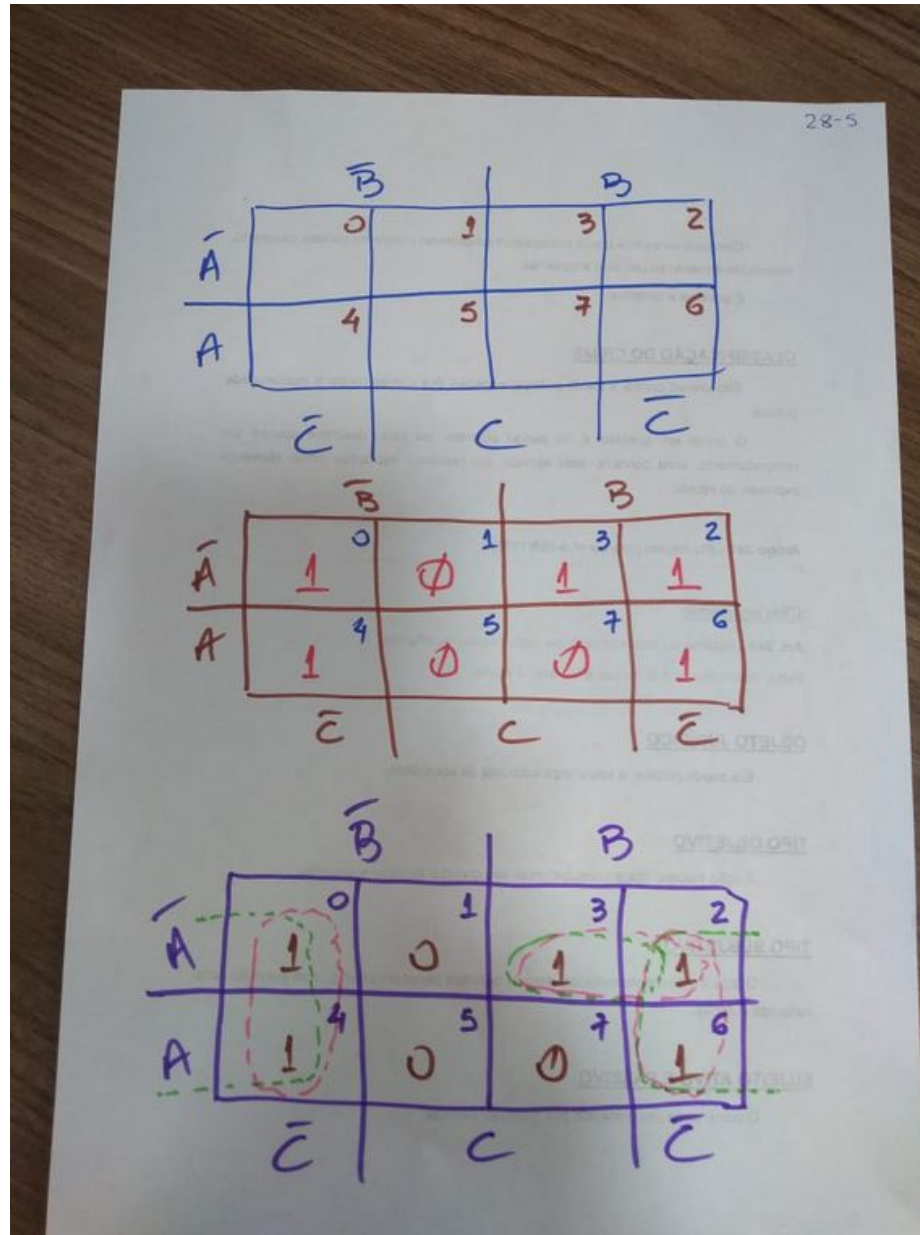
Para o exemplo, agrupamos primeiramente uma quadra e, logo após, um par, conforme mostra a figura 3.26.



Figura 3.26

Notamos que esse par não depende de  $C$ , pois está localizado tanto em  $C$  como em  $\bar{C}$ , resultando sua expressão independente de  $C$ , ou seja, o termo  $\bar{A}B$ .

# Distribuição no mapa



# Agrupamentos Possíveis

- Com 4 variáveis

C \ AB	C	
	0	1
00	0	1
01	0	1
11	0	1
10	0	1

$$X = C$$

(a)

CD \ AB	CD			
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	0	0	0	0

$$X = AB$$

(b)

CD \ AB	CD			
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	0	0	0	0

$$X = BD$$

(c)

CD \ AB	CD			
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

$$X = AD$$

(d)

CD \ AB	CD			
	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

$$X = \bar{B}\bar{D}$$

(e)



# Simplificações - Regiões

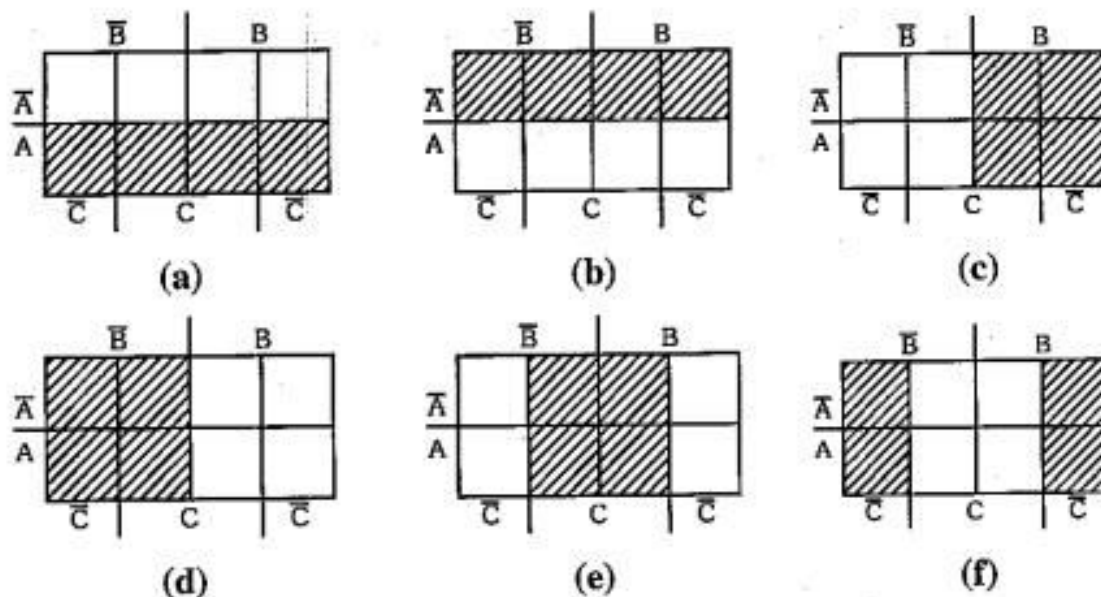


Figura 3.18 - Regiões do mapa de Veitch-Karnaugh:

- (a) Região na qual  $A = 1$ .
- (b) Região na qual  $\bar{A} = 1 (A = 0)$ .
- (c) Região na qual  $B = 1$ .
- (d) Região na qual  $\bar{B} = 1 (B = 0)$ .
- (e) Região na qual  $C = 1$ .
- (f) Região na qual  $\bar{C} = 1 (C = 0)$ .

	$\bar{B}$	$B$	
$\bar{A}$	S0	S1	S3
$A$	S4	S5	S7
	$\bar{C}$	$C$	$\bar{C}$

# Simplificações - Casos

Caso	A	B	C
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

Tabela 3.7

	$\overline{B}$	$B$		
$\overline{A}$	Caso 0 0 0 0 $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	Caso 1 0 0 1 $\overline{A}\overline{B}C$	Caso 3 0 1 1 $\overline{A}B\overline{C}$	Caso 2 0 1 0 $\overline{A}BC$
$A$	Caso 4 1 0 0 $A\overline{B}\overline{C}$	Caso 5 1 0 1 $A\overline{B}C$	Caso 7 1 1 1 $ABC$	Caso 6 1 1 0 $AB\overline{C}$
	$\overline{C}$	$C$	$\overline{C}$	

Figura 3.19



# ***Tarefa para fixação de conteúdo***

Caso	A	B	C			
0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	1	1	0
2	0	1	0	0	1	1
3	0	1	1	0	1	1
4	1	0	0	1	0	1
5	1	0	1	0	0	0
6	1	1	0	1	0	1
7	1	1	1	1	1	0