

Занятие 13. Рекуррентные соотношения

Задача 1. Найдите решения однородных линейных рекуррентных соотношений:

- а) $a_n = 9a_{n-1} - 20a_{n-2}$ при $n > 1$, $a_0 = 0$, $a_1 = 5$;
- б) $a_n = 4a_{n-1} - 3a_{n-2}$ при $n > 1$, $a_0 = 10$, $a_1 = 16$;
- в) $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ при $n > 1$, $a_0 = 3$, $a_1 = 21$;
- г) $a_n = 2a_{n-1} - 4a_{n-2}$ при $n > 1$, $a_0 = 1$, $a_1 = 2$;
- д) $a_n = a_{n-3}$ при $n > 2$, $a_0 = 2$, $a_1 = 1 - \sqrt{3}$, $a_2 = 1 - 2\sqrt{3}$.

Задача 2. Найдите общие решения неоднородных линейных рекуррентных соотношений:

- а) $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2} + n^2$;
- б) $a_n = 5a_{n-1} - 4a_{n-2} + 3 \cdot 2^n$;
- г) $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} + 6 \cdot 3^n$;
- д) $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} + 3 \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$.

Домашнее задание

Задача 3. Найдите решения линейных рекуррентных соотношений:

- а) $a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2}$ при $n > 1$, $a_0 = 2$, $a_1 = 5$;
- б) $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ при $n > 1$, $a_0 = 2$, $a_1 = 6$;
- в) $a_n = -4a_{n-2}$ при $n > 1$, $a_0 = 3$, $a_1 = 4$.

Задача 4. Найдите общие решения неоднородных линейных рекуррентных соотношений:

- а) $a_n = -4a_{n-1} - 2a_{n-2} + 5$;
- б) $a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2} + 3^n$;
- в) $a_n = a_{n-2} + \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$.