

Занятие 11. Шары и перегородки

Задача 1. 6 ящиков пронумерованы числами от 1 до 6. Сколькими способами можно разложить по этим ящикам 10 одинаковых шаров при условии, что а) ни один ящик не должен быть пустым; б) некоторые ящики могут оказаться пустыми?

Задача 2. Сколькими способами можно положить в ряд 12 одинаковых синих и 7 одинаковых красных шаров?

Задача 3. Сколькими способами можно положить в ряд 12 синих и 7 красных шаров так, чтобы никакие два красных шара не оказались бы рядом? А если есть ещё 8 жёлтых шаров, и жёлтые шары тоже не могут стоять рядом?

Задача 4. Сколькими способами можно разложить 6 белых и 8 чёрных шаров по 13 различным ящикам так, чтобы ни один ящик не оказался пустым?

Задача 5. В почтовом отделении продаются открытки 10 видов. Сколькими способами можно купить в нем

- а) 12 открыток;
- б) 8 открыток;
- в) 8 различных открыток?

Задача 6. Сколько решений имеет уравнение $x_1 + x_2 + x_3 = 1000$ а) в натуральных; б) в целых неотрицательных; в) в натуральных числах больше двух?

Задача 7. Сколькими способами можно разложить 10 пронумерованных шаров в 6 пронумерованных ящиков при условии, что порядок расположения шаров в ящике имеет значение (ящики могут быть пустыми)?

Задача 8. Сколькими способами можно разложить 25 одинаковых шаров по 6 различным ящикам так, чтобы оказалось не более двух пустых ящиков?

Задача 9. Найти коэффициент при x^{50} в многочлене

$$(1 + x + x^2 + \dots + x^{100})^4.$$

Задача 10. Сколькими способами можно представить 1000000 в виде произведения трех множителей, если произведения, отличающиеся порядком множителей, считаются различными?