Занятие 03. Основы теории множеств

№ 1. В классе 38 человек. Из них 16 играют в баскетбол, 17 — в хоккей, 18 — в футбол. Увлекаются только баскетболом и хоккеем четверо, только баскетболом и футболом — трое, только футболом и хоккеем — пятеро. Трое не увлекаются ни баскетболом, ни хоккеем, ни футболом. Сколько ребят увлекается одновременно тремя видами спорта? Сколько ребят увлекается лишь одним из этих видов спорта?

№ 2. а) Старейший математик среди программистов и старейший программист среди математиков — это один и тот же человек или (возможно) разные? б) Лучший математик среди программистов и лучший программист среди математиков — это один и тот же человек или (возможно) разные?

№ 3. Докажите, не используя свойства операций над множествами, что $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.

№ 4. Упростите выражение двумя способами: а) при помощи диаграмм Эйлера–Венна; б) при помощи свойств операций над множествами:

1. $\overline{A \cap \overline{\overline{B}}} \cup B$;
2. $\overline{\overline{(A \backslash B)} \cap (\overline{A} \cup \overline{B})}$;
3. $A \cup ABC \cup \overline{A}BCD \cup BC$;
4. $(A \cup B \cup C) \cap ((A \cup B) \backslash (A \cup (B \backslash C))) \cap A$.

№ 5. Убедитесь в справедливости следующих равенств двумя способами: а) при помощи диаграмм Эйлера–Венна; б) при помощи свойств операций над множествами:

1. $(A \backslash B) \cup (A \cap B) = A$;
2. $(A \backslash B) \backslash C = (A \backslash C) \backslash (B \backslash C)$;
3. $(A \cup B) \cap (B \cup C) \cap (C \cup A) = (A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)$;
4. $(A \backslash B) \cup (B \backslash C) \cup (C \backslash A) \cup A \cap B \cap C = A \cup B \cup C$.

№ 6. Докажите, что любые два интервала (a, b) и (c, d) на прямой равномощны.

№ 7. Докажите, что полуинтервал $[0; 1)$ равномощен полуинтервалу $(0; 1]$.

№ 8. Докажите, что интервал $(0; 1)$ и луч $(0; +\infty)$ равномощны.

№ 9. Докажите, что множество бесконечных последовательностей цифр 0, 1, 2, 3 равномощно множеству бесконечных последовательностей нулей и единиц.

Домашнее задание

№ 1. В приведенной ниже таблице показана реакция некотрого числа зрителей на одну телевизионную передачу. Фигурирующие в таблице категории можно выразить следующими четырьмя: М — лица мужского пола; П — понравилась передача; В — взрослый; О — очень.

	Очень понравилась	Не очень понравилась	Не понравилась, но не очень	Очень не понравилась
Мужчины	1	3	5	10
Женщины	6	8	3	1
Мальчики	5	5	3	2
Девочки	8	5	1	1

Найдите количество элементов в следующих множествах:

1. $М$;
2. $\overline{П}$;
3. $О$;
4. $М \cap \overline{В} \cap \overline{П} \cap О$;
5. $\overline{М} \cap В \cap П$;
6. $(М \cap В) \cup (П \cap О)$;
7. $\overline{М \cap В}$;
8. $\overline{М} \cup \overline{В}$;
9. $М \backslash В$;
10. $\overline{М} \backslash (В \cap П \cap \overline{О})$.

№ 2. Доказать следующие тождества:

1. $A \cup B = (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$;
2. $A \backslash (B \backslash C) = (A \backslash B) \cup (A \cap C)$.

№ 3. Докажите, что любые две окружности на плоскости равномощны. Докажите, что любые два круга на плоскости равномощны.