Алгоритм симплекс метода (одноэтапного)

Одноэтапный можно применять только для задач, записанных в канонической форме.

1. Проверить, что задача записана в каноническом виде, выписать начальное допустимое базисное решение

$$f = x_1 - x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \le 2, \\ x_1 + x_2 \le 8, \\ x_2 \le 4, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Получим

$$f = -x_1 + x_2 \to \min$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_4 = 8, \\ x_2 + x_5 = 4, \\ x_1, x_2 x_3, x_4, x_5 \ge 0. \end{cases}$$

x_1=0, x_2=0, x_3=2, x_4=8, x_5=4

(0,0,2,8,4) – начальное допустимое базисное решение. f(0,0,2,8,4)=0

2. Выразить целевую функцию через нулевые переменные
3. Определим, возрастание какой переменной нам выгодно. Для этого в целевой функции выберем переменную с наибольшим по модулю отрицательным коэффициентом. Если отрицательного коэффициента нет, то решение оптимальное. ***x_1* будем вводить в базис, сделаем ненулевой. Ведущий столбец - первый**.
4. Определим, какая переменная выйдет из базиса первой при увеличении выбранной на предыдущем этапе переменной.

Для этого составим для каждой уравнения отношение правых частей к коэффициентам при выбранной на третьем шаге переменной.

$\left\{ \frac{2}{1}, \frac{8}{1}, \frac{4}{0} \right\}$ Выберем минимальное неотрицательное значение.

Берем то уравнение, в котором достигается этот минимум. Базисная переменная в нем первая обратится в ноль. В нашем случае **первой обратится в ноль и выйдет из базиса переменная *x_3*. Ведущая строка – первая.**

5. Алгебраические преобразования.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_2 - x_3 + x_4 = 6, \\ x_2 + x_5 = 4. \end{cases}$$

$$f = -x_2 + x_3 - 2$$

В выбранном на предыдущем шаге уравнении сделаем базисной переменной выбранную на третьем шаге (выделена зеленым – на пересечении ведущей строки и ведущего столбца), **коэффициент при ней сделаем равным 1, и исключим эту переменную из остальных ограничений и целевой функции**, получим ДБР.

$f(2,0,0,6,4) = -2$

1 симплекс таблица

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	значения	действия
x_3	1	-2	1	0	0	2	:1
x_4	1	1	0	1	0	8	-I
x_5	0	1	0	0	1	4	
f	-1	1	0	0	0	0	+I

2 симплекс-таблица

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	значения	действия
x_1	1	-2	1	0	0	2	+2II'
x_4	0	3	-1	1	0	6	:3
x_5	0	1	0	0	1	4	-II'
f	0	-1	1	0	0	2	+II'

ДБР (2,0,0,6,4) f(2,0,0,6,4) = -2 – значение уменьшилось (было равно нулю)

Следующая итерация. В строке целевой функции есть отрицательные элементы, поэтому решение не оптимально, значение целевой функции еще можно уменьшить. Максимальный по модулю отрицательный коэффициент при переменной $\boldsymbol{x_2}$, будем ее вводить в базис, поэтому **ведущий столбец - второй**

Для определения ведущей строки составим отношения $\left\{\frac{2}{-2}, \frac{6}{3}, \frac{4}{1}\right\}$, исключим отрицательные и те, где содержится деление на ноль, из оставшихся найдем минимум $\min\left\{\frac{6}{3}, \frac{4}{1}\right\} = 2$ - **вторая строка ведущая**

3 симплекс-таблица

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_1	1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	6
x_2	0	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	2
x_5	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	2
f	0	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	4

ДБР (6,2,0,0,2) f(6,2,0,0,2)=-4 – значение уменьшилось (было -2). Это решение является оптимальным, т.к. в строке целевой функции больше нет отрицательных коэффициентов.

Ответ: $f_{min}(6,2,0,0,2)=-4$. Ответ к исходной задаче $f_{max}(6,2)=4$