ĐỀ LUYỆN SỐ 01

(Ngày 11/11/2018 – Thời gian làm bài 180 phút)

Bài 1: Tổng các chữ số (6 điểm)

Cho số nguyên dương N, hãy cho biết trong phạm vi từ 1 đến N có bao nhiều số nguyên dương có tổng các chữ số đúng bằng tổng các chữ số của N (xét trong biểu diễn thập phân).

Ví dụ với N=210, tổng các chữ số của 210 là 3. Có 9 số trong phạm vi từ 1 tới 210 có tổng các chữ số bằng 3 là: 3, 12, 21, 30, 102, 111, 120, 201, 210.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản DSUM.INP chứa duy nhất một số nguyên dương $N \le 10^{200}$.

Kết quả: Ghi ra file văn bản DSUM.OUT một số nguyên duy nhất là kết quả tìm được.

Ví du:

DSUM.INP	DSUM.OUT
210	9

Ràng buộc: 50% số test ứng với 50% số điểm của bài có 0<N≤ 30000

Bài 2: Quốc đảo (7 điểm)

Quốc đảo Isola bao trùm lên vùng biển gồm \mathbf{n} đảo, đánh số từ 1 đến \mathbf{n} ($1 \le \mathbf{n} \le 10^5$). Chính quyền quyết định bắc cầu nối một số đảo với nhau. Để giao thông không quá tải, mỗi đảo chỉ có không quá 2 cầu. Các cầu cho phép đi lại hai chiều. Để có kinh phí duy tu bảo dưỡng, mỗi xe qua cầu phải trả phí là 1 đơn vị tiền tệ.

Một xí nghiệp vận chuyển khách bằng đường bộ cũng được thành lập. Nhiệm vụ của xí nghiệp là tổ chức mạng vận chuyển hành khách bằng xe buýt. Giữa các cặp đảo có thể đi tới nhau bằng đường bộ (trực tiếp hoặc qua các đảo khác) sẽ có hai chuyến/ngày: buổi sáng đi theo một hướng và buổi chiều – ngược lại. Dĩ nhiên, Ban Giám đốc xí nghiệp yêu cầu chọn tuyến chạy xe sao cho tổng phí qua cầu trong ngày mà xí nghiệp phải trả là nhỏ nhất.

Ví dụ, với $\mathbf{n} = 5$, phương án bắc cầu ở hình bên trái dẫn tới phí qua cầu hàng ngày sẽ là 8, còn trường hợp nêu ở hình bên phải – phí qua cầu sẽ là 40.

Yêu cầu: Cho **n**, **m** (số cầu) và các cặp đảo có cầu nối trực tiếp. Hãy tính tổng phí qua cầu nhỏ nhất trong ngày mà xí nghiệp phải trả.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản ISLANDS.INP:

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên **n** và **m**,
- Mỗi dòng trong **m** dòng sau chứa 2 số nguyên xác định một cây cầu.

Kết quả: Đưa ra file văn bản ISLANDS.OUT một số nguyên là tổng phí qua cầu nhỏ nhất trong ngày mà xí nghiệp phải trả.

Ví dụ:

ISLANDS.INP	ISLANDS.OUT
5 4	8
1 2	
1 3	
2 3	
5 4	

Bài 3: Bút chì (7 điểm)

Jimmy rất thích vẻ và tô màu tranh. Nhân ngày sinh nhật bố Jimmy tặng một tập các sách hình để tô màu, còn mẹ thì dẫn Jimmy ra siêu thị và cho phép Jimmy lựa chọn mua \boldsymbol{k} hộp bút chì màu, mỗi hộp một loại khác nhau. Trên giá hàng của siêu thị có bày \boldsymbol{n} loại hộp bút chì màu, hộp thứ \boldsymbol{i} có $\boldsymbol{c}_{\boldsymbol{i}}$ bút chì, $\boldsymbol{i} = 1 \div \boldsymbol{n}$. Để tránh lãng phí những bút chì ứng với màu ít dùng ngắn hơn những bút chì có màu hay dùng nhiều. Ở hộp \boldsymbol{i} cây bút thứ \boldsymbol{j} có độ dài $\boldsymbol{a}_{\boldsymbol{i}\boldsymbol{j}}$, $\boldsymbol{j} = 1 \div \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{i}}$.

Jimmy muốn có các cây bút chì phải có độ dài giống nhau, nhưng điều này là không thể được và vì vậy tìm cách chọn mua **k** hộp sao cho chênh lệch giữa cây bút chì cao nhất với cây bút chì thấp nhất trong số bút đã mua là nhỏ nhất.

Hãy xác định độ chênh lệch nhỏ nhất có thể đạt được.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản PENCILS.INP:

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên \mathbf{n} và \mathbf{k} $(1 \le \mathbf{n} \le 10^5, 1 \le \mathbf{k} \le \mathbf{n})$,
- Dòng thứ \mathbf{i} trong \mathbf{n} dòng tiếp theo chứa số nguyên $\mathbf{c}_{\mathbf{i}}$ và sau đó là các số nguyên \mathbf{a}_{ij} xác định độ dài các cây bút chì trong hộp thứ \mathbf{i} $(1 \le \mathbf{c}_{\mathbf{i}} \le 2 \times 10^5, 1 \le \mathbf{a}_{ij} \le 10^9 \text{ với mọi } \mathbf{i} \text{ và } \mathbf{j}).$

Tổng tất cả các c_i không vượt quá 2×10^5 .

Kết quả: Đưa ra file văn bản PENCILS.OUT một số nguyên là chênh lệch nhỏ nhất tìm được. **Ví du:**

:	PE	NC:	ILS.INP	PENCILS.OUT
5	3			3
3	2	1	3	
2	4	1		
3	4	2	4	
4	3	2	3	
3	2	5	6	