CentraleSupélec

2019 - 2020

Traitement d'images numériques

T.D. 3

Récupérer sur edunao les images en format binaire Matlab (.mat) : 'empreinte.mat', 'lena512.mat', ' barbara.mat'.

I. Repliement spectral

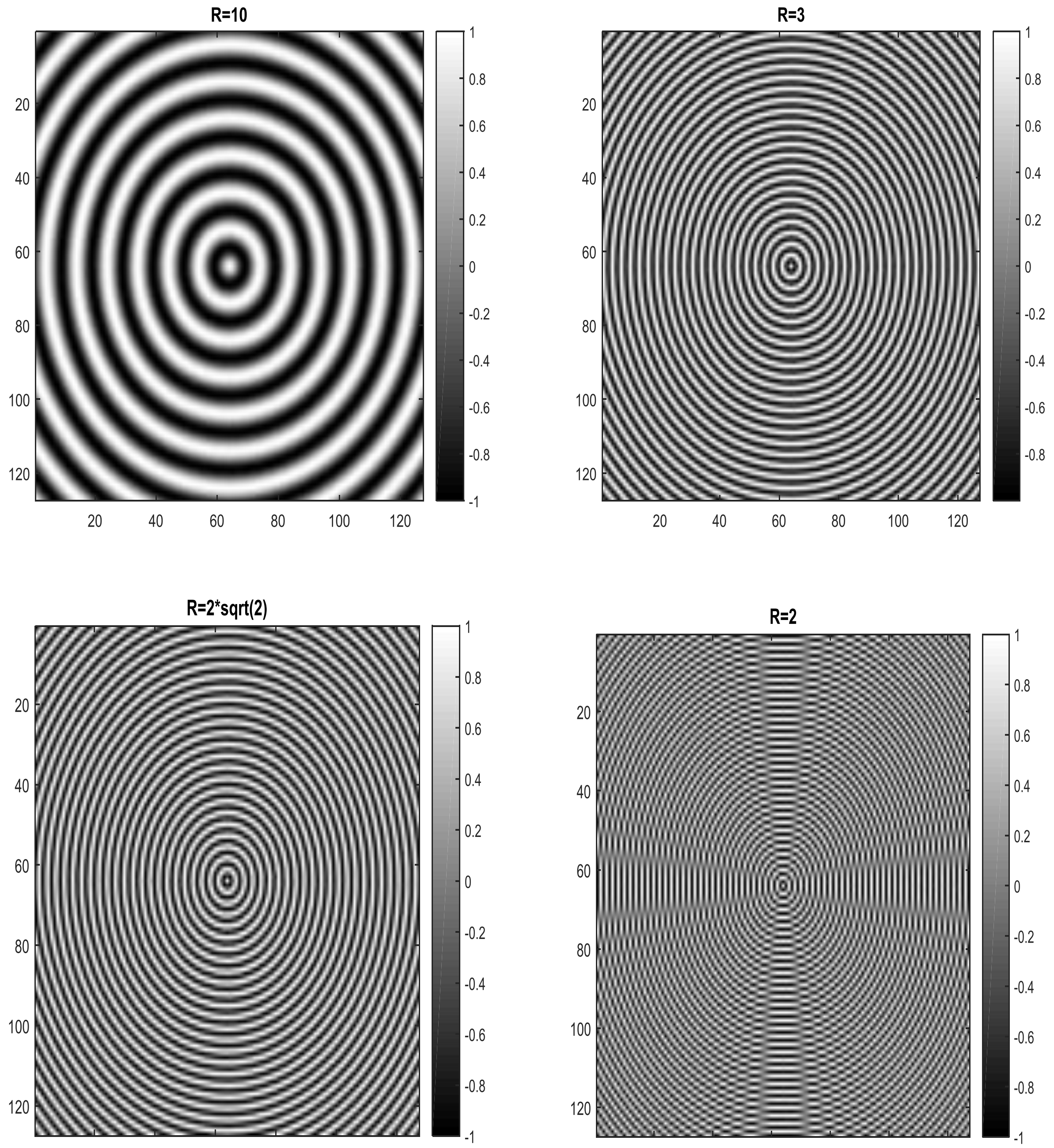
I.1. Soit l'image $l(x,y) = \cos(2\pi \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{R})$ où $R > 0$. Cette image est échantillonnée avec suivant x et y un pas de 1. Pour quelles valeurs de R y a t-il recouvrement spectral ?

Le vérifier en générant une image de ($2N$+1) x ($2N$+1) pixels et dont le pixel central correspond à (x=0, y=0) et en affichant l'image pour différentes valeurs de R.

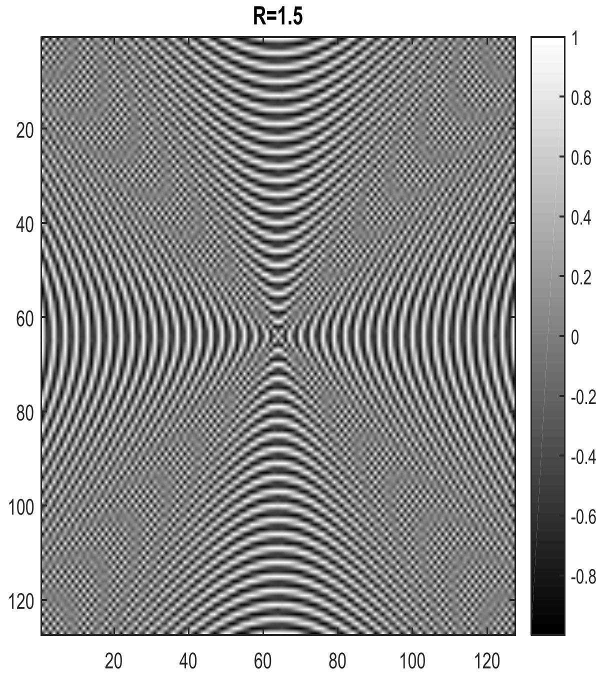
Recouvrement spectral pour : R <=2 (c.a.d. pour fréquence spatiale rho=1/R >= 1/2 : cf. Shannon)

```
% grille de discretisation
C=127;
R=10; % recouvrement pour R<=2
x=-floor((C+1)/2)+1:floor((C+1)/2)-1;
X = repmat(x,C, 1);
Y=X';
% Image sinusoidale
Im=cos(2*pi*sqrt(X.^2+Y.^2)/R); %sinusoide de frequence spatiale 1/R

figure
imagesc(Im);colormap(gray);colorbar
```



R=10
R=3
R=2*sqrt(2)
R=2

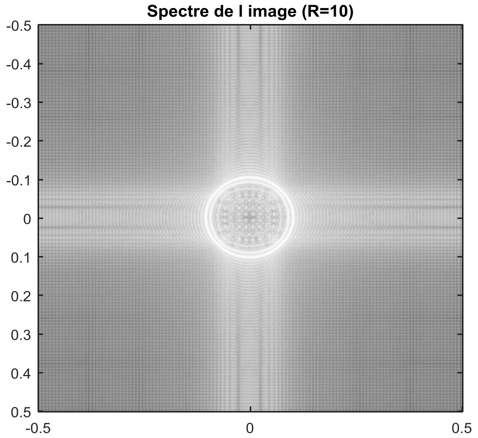


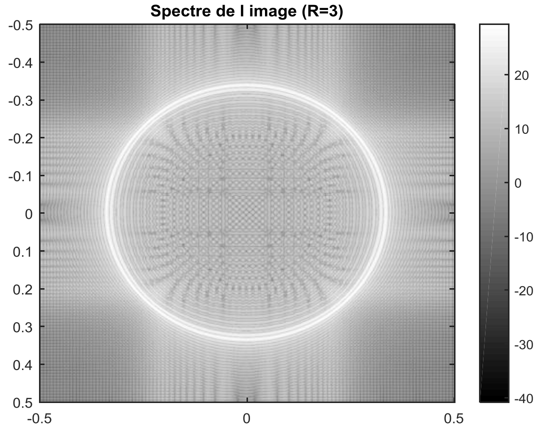
L'effet de moiré (dû au recouvrement commence à être visible pour R=2

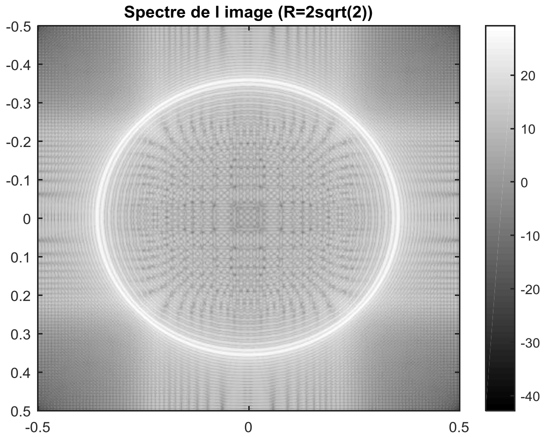
I.2. Prédéterminer et tracer le spectre de l'image (tracé avec les basses fréquences au centre (commandes `fft2` et `fftshift`) en graduant les axes des fréquences) pour différentes valeurs de *R* avec et sans repliement.

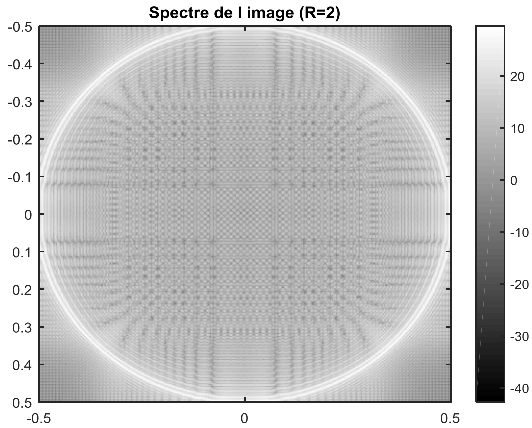
L'image est une sinusoïde de fréquence spatiale réduite isotrope =1/R (=> spectre = cercle de rayon 1/R)

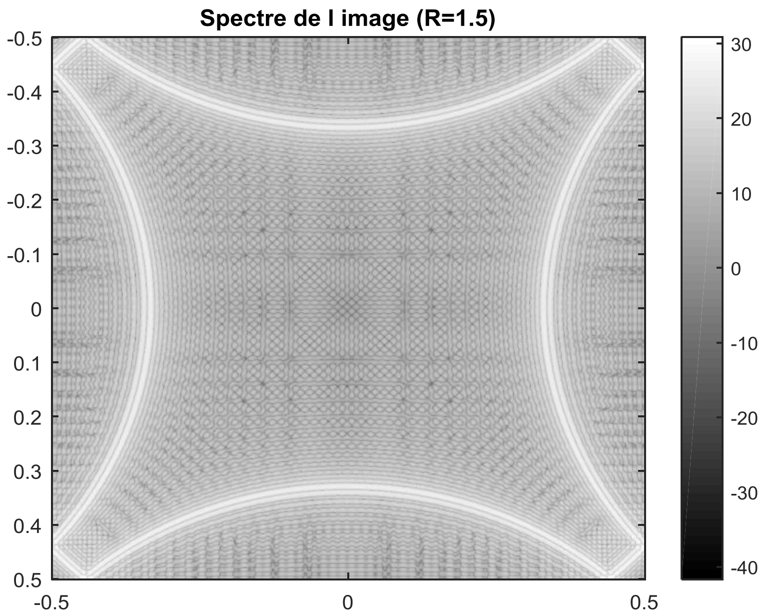
```
% Spectre
%-----------
FI=(fft2(Im,1024,1024));
figure;imagesc([-.5,.5],[-.5,.5],10*log10(abs(fftshift(FI))));
colormap(gray);colorbar
title('Spectre de l image (R=10)')
```









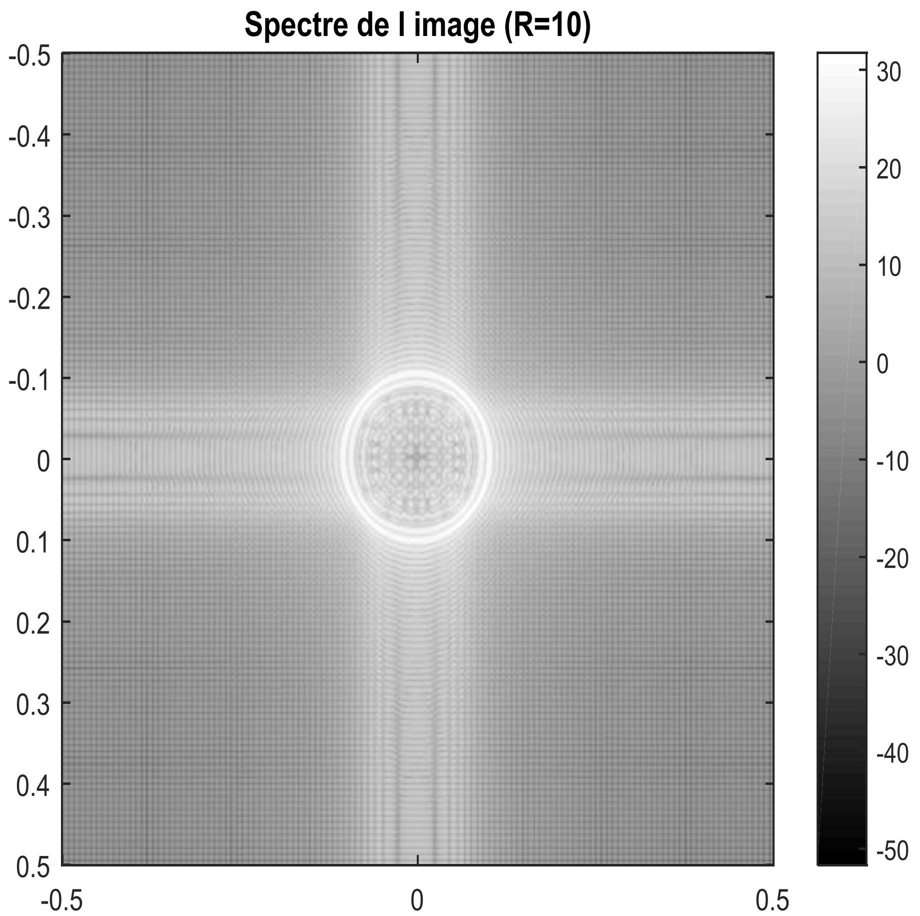


Pour R=10, à quoi sont dues les bandes horizontales et verticales sur le spectre (en échelle logarithmique) ?

Elles sont dues au fait que l'image est de support spatial fini (troncature d'une sinusoïde de support infini par une fenêtre rectangle 2D). Le spectre obtenu résulte de la convolution2D d'une impulsion de Dirac par : sin(N pi nu1)/sin(pi nu1)x sin(N pi nu2)/sin(pi nu2)

Comment éviter/atténuer cet effet ?

Atténuer l'effet en pondérant l'image par une fenêtre de Hann 2D dont le spectre décroit plus vite avec la fréquence que la fenêtre rectangulaire.



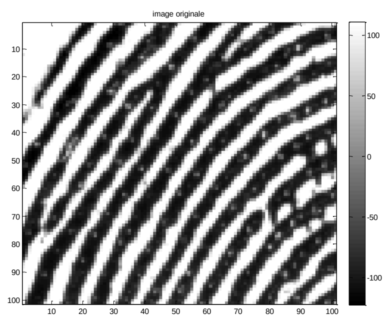
II. Analyse de Fourier

II.1. Analyser spectralement les images ‘empreinte.mat’, ‘lena512.mat’, ‘ barbara.mat’. Justifier l’utilisation d’une échelle logarithmique pour représenter les spectres des images.

En affichant en échelle linéaire on ne verra que la valeur de la TF en zéro = valeur moyenne de l’image. En effet les autres composantes fréquentielles (correspondant aux variations d’intensité, qui sont faibles comparées à la moyenne) sont d’amplitude très faible par rapport à la valeur en 0. D’où l’intérêt d’une échelle log pour les mettre en évidence lorsque l’image est de valeur moyenne non nulle.

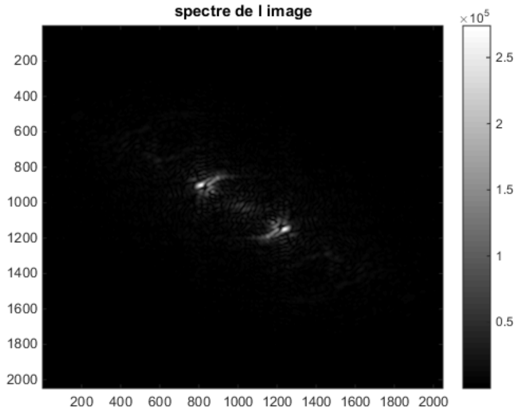
```
Clear;close all
load empreinte
image =I(50:150,100:200); %empreinte
image=double(image);
image=image-mean(mean(image));
taille=size(image);

figure(1);imagesc(image)% image de valeur moyenne nulle -> échelle linéaire
title('image originale');colormap(gray) % niveaux  de gris
colorbar
```



Image

```
% Caractérisation spectrale
%----------------------------
% spectre avec zéro padding pour augmenter le nombre de points du spectre
N=2048;
TFim=fft2(image,N,N);
figure(4);imagesc(fftshift((abs(FI))));title('spectre de l
image');colormap(gray);colorbar
```



|TFD2D| = matrice de NxN points (N=2048)

La TFD2D d'une image de NxN points échantillonne sa TF2D avec un pas de 1/N dans l'intervalle de fréquence [0,1[x[0,1[: $S[k_1,k_2]=S(k_1/N,k_2/N)$

$$S[k_1,k_2]=\sum_{n_1=0}^{N-1}\sum_{n_2=0}^{N-1} s[n_1,n_2]e^{\frac{-i2\pi(k_1n_1+k_2n_2)}{N}} \qquad k_1,k_2=0...N-1$$

La fonction fftshift fournit la TFD2D dans l'intervalle de fréquence [-1/2,1/2[x[-1/2,1/2[, c'est-à-dire BF au centre.

II.2. Estimer la fréquence spatiale prépondérante (module u et angle θ) de l'image 'empreinte.mat'.

La fréquence spatiale prépondérante est obtenue par extraction du max de la TFD2D dans l'intervalle [0,1/2]x[0,1/2]. Les coordonnées k_1,k_2 du max fournissent les composantes $k_1/N,k_2/N$ de la fréquence spatiale prépondérante.

```
% fréquence prépondérante
[val,indj]=max(max(abs(TFim(1:N/2,1:N/2))))
[val,indi]=max(max(abs(TFim(1:N/2,1:N/2))'))
% module
nu=sqrt(((indi-1)/N)^2+((indj-1)/N)^2);
disp(['nu :',num2str(nu)]);
% orientation
theta=atan((indi-1)/(indj-1))*180/pi;
disp(['theta :',num2str(theta)]);
```

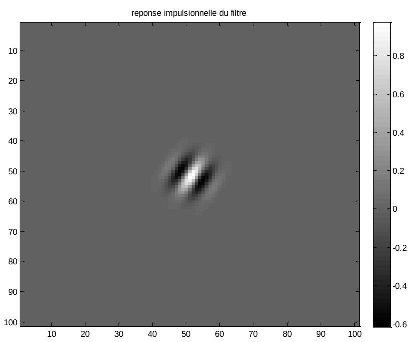
nu :0.12

theta :30.3

III. Filtrage linéaire

III.1.On souhaite filtrer l'image 'empreinte.mat' avec un filtre de Gabor : filtre gaussien d'écart type ($\sigma_x = 4, \sigma_y = 4$) passe-bande centré autour de la fréquence estimée et de direction l'angle estimé. On pourra générer la réponse impulsionnelle du filtre $h(x,y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \cos(2\pi u x)$ puis lui appliquer une rotation d'angle θ (commandes `repmat` et `imrotate`). Vérifier la réponse impulsionnelle du filtre implémenté.

```
% filtre gaussien passe-bande
%----------------------------
%parametres
f=nu;%1/10;
dx=4;
dy=4;
% grille de discretisation
[L,C]=size(image);
x=-floor((C+1)/2)+1:floor((C+1)/2)-1;
X = repmat(x,L, 1);
y=-floor((L+1)/2)+1:floor((L+1)/2)-1;
Y= repmat(y',1,C);
% rep impulsionnelle
H=exp(-(1/2)*((X.^2)/dx^2+(Y.^2)/dy^2)).*cos(2*pi*f*X); %sinusoide modulee en amplitude
Ht=imrotate(H,-theta,'bilinear','crop'); %rotation
 figure ;
imagesc(Ht);title(' reponse impulsionnelle du filtre ');colormap(gray);colorbar
```



Réponse impulsionnelle du filtre

III.2. Filtrer l'image dans le domaine fréquentiel. Conclure sur l'intérêt du filtrage.

Le filtrage dans le domaine fréquentiel est obtenu par :

- le produit des TFD2D (avec zéro padding) de l'image *e* et de la réponse en fréquence du filtre *h*,
- et calcul de la TFD2D inverse.

$$S_{NxN}[n_1,n_2]=H_{NxN}[n_1,n_2]E_{NxN}[n_1,n_2] \qquad H_{NxN}[n_1,n_2]=\mathrm{TFD2D}(h_{NxN})$$

```
% filtrage
%-----------
FI=fft2(image);
Fh=fft2(h);
FG=FI.*Fh;
IG=fftshift(ifft2(FG));
figure;imagesc(IG); title('image filtrée');colormap(gray);colorbar
```

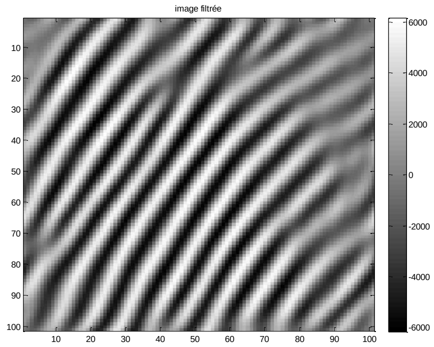


Image filtrée

Les « imperfections » de l'image empreinte sont éliminées par filtrage.

```
figure;imagesc(((abs(fftshift(Fh)))));
title('rep en frequence du filtre');colormap(gray);colorbar
```