

道路干扰对捕食者-食饵系统稳定性的影响^①

郭淑玲 柳佳鑫 招倩仪 杨勇* 戎海武

(佛山科学技术学院数学与大数据学院 广东佛山 528000)

摘要: 该文讨论了道路对具有扩散项的、三次反应项的Lotka-Volterra食饵-捕食者系统稳定性的影响。通过将系统离散化,借助数值模拟,发现设置道路会延长生态系统达到稳态的时间。

关键词: 捕食与被捕食模型 道路干扰 稳定性态

中图分类号: O242.1

文献标识码: A

文章编号: 1674-098X(2016)09(c)-0051-03

该文考虑如下带有3次反应项的Lotka-Volterra食饵-捕食者模型:

$$\begin{aligned} N_t &= d_1 \Delta N + r_1 N \left(1 - \frac{N^2}{k_1} - \alpha_1 \frac{M^2}{k_2} \right), \\ M_t &= d_2 \Delta M + r_2 M \left(-1 - \frac{M^2}{k_2} + \alpha_2 \frac{N^2}{k_1} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

其中, N, M 分别表示食饵和捕食者的数量, r_1 为食饵的增长率, r_2 为捕食者的死亡率, d_1 和 d_2 为扩散系数, $\Delta = \nabla^2 = \partial_{xx} + \partial_{yy}$ 是二维空间的Laplace算子, 描述了物种在二维空间的扩散。 $\sqrt{k_1}$ 和 $\sqrt{k_2}$ 分别为食饵 N 和捕食者 M 的最大环境容纳量。

另一方面, 道路的大肆兴建促进了社会经济迅速发展的同时对自然景观和生态系统所产生的诸如环境污染、景观破碎、生境退化、生物死亡率递增、生物多样性减少、生物入侵、生态阻隔和廊道效应等各种生态破坏也在急剧地扩

大。正确理解和全面分析道路网络建设以及交通所产生的生态影响, 最大限度地降低道路网络对自然生态系统的负面效应, 进而保护生物多样性、维持生态系统的平衡, 是近10年来生态数学家关注的热点问题之一。受文启发, 该文主要考虑设置道路与否对具有扩散和三次反应项的Lotka-Volterra食饵-捕食者系统(1)达到稳定性态的影响, 这与文考虑的二次反应项不同。我们假设, 不设置道路时, 物种在空间上具有相同的扩散速率; 设置道路时, 物种从道路一侧穿越到另一侧的扩散速率由于受到车流量等因素的影响会显著减小。

1 稳定性分析

1.1 局部稳定性分析

考虑系统(2)相应的反应系统:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= r_1 N \left(1 - \frac{N^2}{k_1} - \alpha_1 \frac{M^2}{k_2} \right), \\ \frac{dM}{dt} &= r_2 M \left(-1 - \frac{M^2}{k_2} + \alpha_2 \frac{N^2}{k_1} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

由于问题的实际背景, 文中仅需考虑系统的非负解。易见系统(2)有零平衡点 $E_0(0,0)$; 一个边界平衡点 $E_1(\sqrt{k_1}, 0)$, 边界平衡点 E_1 表示若没有捕食者出现, 食饵种群的密度达到最大环境容纳量 $\sqrt{k_1}$ 。若 $\alpha_2 > 1$, 则系统(2)存在正平衡点 $E_*(N_*, M_*)$, 其表示两个种群共存, 其中

$$N_* = \sqrt{\frac{k_1(1+\alpha_1)}{1+\alpha_1\alpha_2}}, M_* = \sqrt{\frac{k_2(\alpha_2-1)}{1+\alpha_1\alpha_2}}.$$

定理1 零平衡点 $E_0(0,0)$ 为鞍点, 不稳定。

定理2 若 $\alpha_2 > 1$, 则系统(2)在边界平衡点 $E_1(\sqrt{k_1}, 0)$ 处是局部渐近稳定的。

定理1, 2的证明比较简单, 故省略。

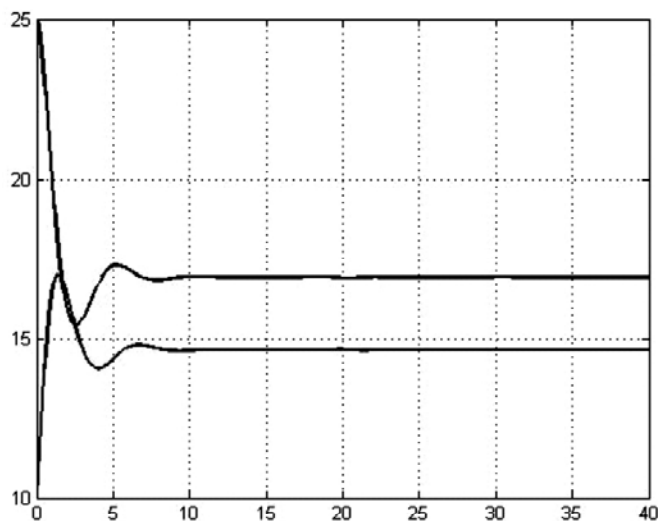


图1 两种群共有

①基金项目: 广东省大学生科技创新培育专项基金(No.pdjh2016a0520); 广东省教育厅教学研究课题: 理论与建模相结合的《常微分方程》实践教学(项目编号:gj41209); 佛山科学技术学院“创新强校工程”数学竞赛教学团队。

作者简介: 郭淑玲(1994, 11—), 女, 汉, 广东汕头人, 本科, 研究方向: 计算数学。

通讯作者: 杨勇(1980, 3—), 男, 黎族, 海南黎族自治县人, 博士, 讲师, 研究方向: 生物信息学, E-mail: j_cfy@163.com。

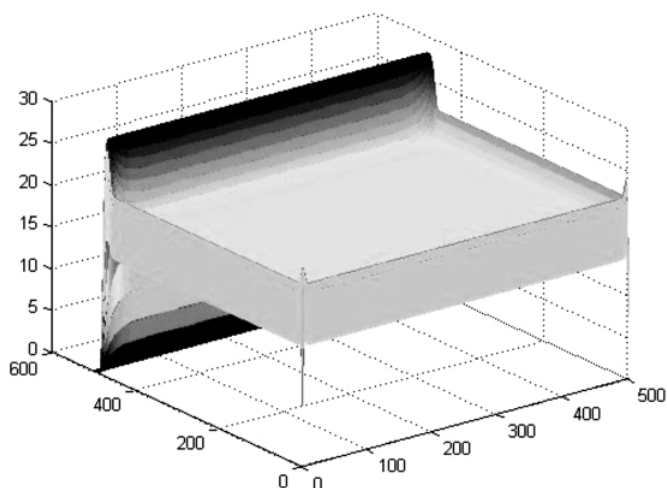


图2 无道路,N种群的传播

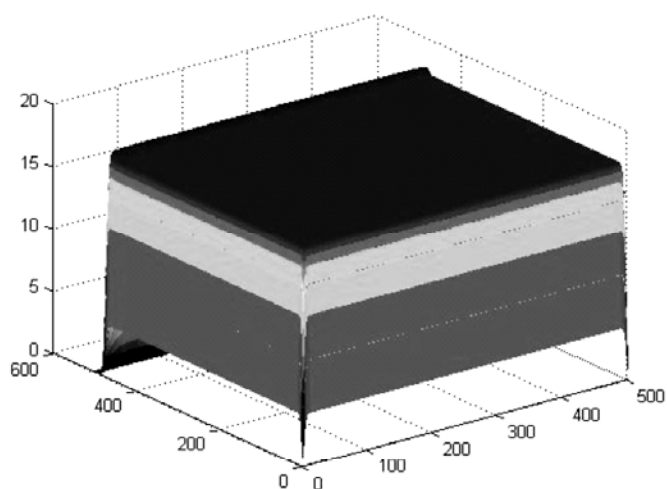


图3 无道路,M种群的传播

定理3 若 $\alpha_2 > 1$, 则边界平衡点 $E_1(\sqrt{k_1}, 0)$ 为鞍点, 不稳定, 此时系统(2)在正平衡点 $E_*(N_*, M_*)$ 处是局部渐近稳定的。

证明由上述分析知, 若 $\alpha_2 > 1$, 则 $\lambda_1 = -2r_1 < 0$, $\lambda_2 = r_2(\alpha_2 - 1) > 0$, $E_1(\sqrt{k_1}, 0)$ 为鞍点。注意到系统(2)在 $E_*(N_*, M_*)$ 处的雅克比矩阵为:

$$J_{(N_*, M_*)} = \begin{pmatrix} -2\frac{r_1}{k_1}N_*^2 & -2\frac{r_1\alpha_1}{k_2}N_*M_* \\ 2\frac{r_2\alpha_2}{k_1}N_*M_* & -2\frac{r_2}{k_2}M_*^2 \end{pmatrix},$$

$$\text{故 } \lambda_1 + \lambda_2 = -2\left(\frac{r_1}{k_1}N_*^2 + \frac{r_2}{k_2}M_*^2\right) < 0,$$

$$\lambda_1\lambda_2 = 4\frac{r_1r_2(1+\alpha_1\alpha_2)}{k_1k_2}N_*^2M_*^2 > 0.$$

由李雅普诺夫第一方法, 知系统(2)在正平衡点 $E_*(N_*, M_*)$ 处是局部渐近稳定的。证毕。

1.2 全局稳定性分析

由于正平衡点的存在, 反映两物种可以共存, 从而防止生物多样性的丧失, 下面将分析正平衡点的全局渐近性态。

定理4 若 $\alpha_2 > 1$ 且 $(N - N_*)(M - M_*) \leq 0$, 则系统(1)的常

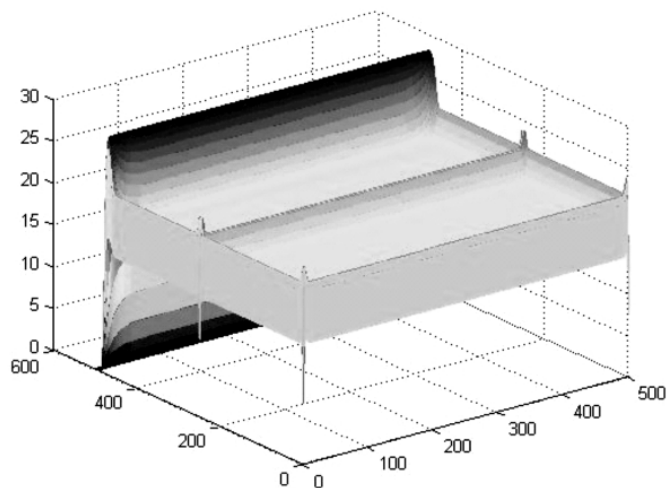


图4 有道路,N种群的传播

数稳态解 $E_*(N_*, M_*)$ 是全局渐近稳定的。

证明 证明方法是构造李雅普诺夫函数。首先, 定义

$$L_1(N)(t) = \int_{\Omega} \left[N(z, t) - N_* - N_* \ln \frac{N(z, t)}{N_*} \right] dz,$$

$$L_2(M)(t) = \int_{\Omega} \left[M(z, t) - M_* - M_* \ln \frac{M(z, t)}{M_*} \right] dz,$$

其中, $\Omega \subset R^2$ 为一有界区域, $z = (x, y) \in R^2$ 。令

$$L(N, M)(t) = L_1(N)(t) + \frac{r_1\alpha_1k_1}{r_2\alpha_2k_2} L_2(M)(t),$$

则 $L(t)$ 是非负的, 且 $L(N, M)(t) = 0 \Leftrightarrow N = N_*, M = M_*$ 。进一步计算, 得

$$\frac{dL(N, M)}{dt} \leq 0, \text{ 当且仅当 } N = N_*, M = M_* \text{ 时, 等号成立。}$$

故系统(1)的常数稳态解 $E_*(N_*, M_*)$ 是全局渐近稳定的。证毕。

2 数值模拟及分析

在这一节, 首先对系统(2)进行数值模拟。取 $\alpha_1 = 1.5$, $\alpha_2 = 4$, $r_1 = 1$, $r_2 = 0.4$, $k_1 = 800$, $k_2 = 500$, 则 $E_*(N_*, M_*) \approx (16.9, 14.6)$ 是全局渐近稳定的, 如图1所示, 两个种群一直保持相互依存的关系。

现在研究设置道路对生态系统(1)稳定性的影响。对

算子 $\Delta u = u_{xx} + u_{yy}$ 采用五点差分格式逼近:

$$\Delta u = \frac{u_{x-h,y} + u_{x+h,y} + u_{x,y-h} + u_{x,y+h} - 4u_{x,y}}{h^2},$$

其中 h 为相邻离散网格点距离。对时间坐标类似处理。

先考虑不设置道路时, 食饵-捕食者系统的空间传播性质。

取 $\alpha_1 = 1.6$, $\alpha_2 = 3.6$, $r_1 = 0.5$, $r_2 = 0.2$, $k_1 = 620$, $k_2 = 593$, $d_1 = 0.1$, $d_2 = 0.2$, $\tau = 0.2$, $h = 0.4$, 其中 τ 为离散时间步长, h 为离散空间步长。模拟初始时, 系统中第一列两种群的密度分别为1, 其它列为0。采用 500×500 的空间, 每个格点与相邻的4个格点之间可以扩散, 边界按零流边界处理, 即整个空间是封闭的, 边界上的点只在空间内部扩散。经过计算, 在 $t = 378.3$ s 时, N 种群的生物波传到最后一列; $t = 1310.6$ s 时, N 种群的生物波达到稳态值15.4, 见图2。

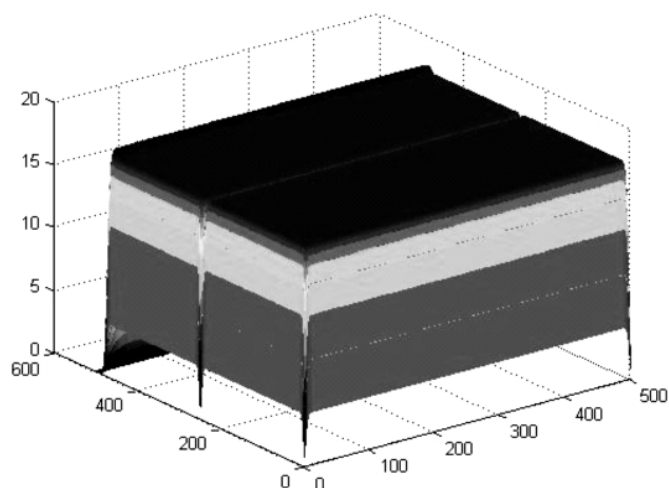


图5 有道路,M种群的传播

在 $t=336.1$ s时,M种群生物波传到最后一列;
 $t=1294.7$ s时,M种群生物波达到稳态值15.1,见图3。

下面进一步考虑设置道路以后对物种扩散的影响。假设在道路垂直方向上,道路两侧点的格点的扩散系数为 $d_1=0.03$, $d_2=0.04$,其它格点的扩散系数为 $d_1=0.1$, $d_2=0.2$,别的参数值不变。经过计算,在 $t=411.3$ s时,N种群生物波传到最后一列; $t=1412.1$ s时,N种群生物波达到稳态值15.4,见图4。

在 $t=388.2$ s时,M种群生物波传到最后一列;

$t=1348.7$ s时,M种群生物波达到稳态值15.1,见图5。

通过比较,发现在第200列设置一条道路时,生态系统达到稳态的时间比不设道路的时间长。这说明道路会干扰生态系统达到稳态的时间。

3 结语

食饵-捕食者系统在自然界非常普遍。研究道路设置与两种群达到稳态值的时间关系,对于自然保护区是否设置生态廊道提供了一定的理论指导与借鉴作用。

参考文献

- [1] 李俊生,张晓岚,吴晓蕾,等.道路生态影响研究综述[J].生态环境学报,2009,18(3):1169-1175.
- [2] 刘世梁,温敏霞,崔宝山,等.道路网络扩展对区域生态系统的影响——以景洪市纵向岭谷区为例[J].生态学报,2006,26(9):3018-3024.
- [3] 汪自书,曹辉,魏建兵.道路生态学中的景观生态问题[J].生态学杂志,2007,26(10):1665-1670.
- [4] 高雪娇.道路干扰下的生态系统空间特性研究[D].北京:北京交通大学,2010.

(上接18页)

评估人员要求:

书面验证结果评估应由手册主编和专业设计人员完成;

实际操作验证结果评估应由专业人员完成。其中维修程序操作验证结果评估应由负责该操作程序验证的团队负责人完成;飞行操作验证结果评估应由负责该操作程序验证的团队负责人完成。

3.3.3 验证结果应用

运行文件和持续适航文件编写人员负责基于有效的验证结果修订相关手册内容,并按需开展再次验证。

3.4 总结报批阶段

总结报批阶段负责对验证数据、记录归档;编制验证报告,并整理符合性验证支持材料,上报局方。

3.4.1 验证记录保存

验证完成后,应保存验证培训、验证数据、验证报告等相关记录。

验证记录和报告的保存应保证任何人不能修改数据,并确保数据的完整性和可追溯性。

3.4.2 编制验证报告

对验证记录进行分析后,手册主编需编制符合性验证报告,该文件是重要的符合性表明材料,申请方藉此向局方表明符合性。

验证报告按照手册结构可以以手册或以专业为单位编制。

验证报告中应从验证目的、对象、要求、资源保障、实

施、供应商手册验证情况(按需)、验证结果分析和结论以及其他必要的支撑材料(例如验证记录单)等方面进行编制,应明确手册内容是否符合要求、有哪些方面需要改进,判断手册项目内容的准确性、合理性、可操作性。

验证报告编制完成后需经适航部门审核认可后报局方批准。

4 结语

对民机运行文件和持续适航文件制定合理的验证实施方案能大幅提高民机技术出版物的验证管理和实施能力,形成对民机技术出版物保障交付的有力支持,并将为我国民机技术出版物的验证理论和实施奠定技术基础;同时,这一工作对保证民机技术出版物顺利通过局方审查,提高客户对民机的市场接受度也具有重大的价值。该文推荐的方法可广泛应用于国产支线客机、干线客机和宽体客机的运行文件和持续适航文件验证工作。

参考文献

- [1] 中国民用航空局飞行标准司.航空器的持续适航文件[Z].北京:中国民用航空局飞行标准司,2014.
- [2] 中国民用航空局飞行标准司.航空器的运行文件[Z].北京:中国民用航空局飞行标准司,2014.
- [3] 罗春田. BOEING 737飞机维修经验交流论文汇编[M].北京:中国民航出版社,1997.