脉冲干扰对具有分布时滞的食物链模型的影响

郭中凯[1]，李自珍[1,2]，马智慧[2]，王文婷[1]

（1. 兰州大学数学与统计学院，兰州 730000；
2. 兰州大学干旱与草地农业生态教育部重点实验室，兰州 730000）

摘要：研究了具有脉冲干扰和分布时滞的三物种食物链系统。首先，利用脉冲微分方程的 Floquet 理论和比较原则得到了捕食者灭绝的周期解全局稳定的充分条件。同时，给出了三物种持续生存的充分条件。最后，分析了顶级捕食者投放量对三物种食物链系统的影响。

关键词：数学生态学；脉冲干扰；分布时滞；比较原则；Floquet 理论

中图分类号：Q141　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1674-2850(2009)10-2051-7

Effects of impulsive perturbations on a food chain model with distributed time delay

GUO Zhongkai[1], LI Zizhen[1,2], MA Zhihui[2], WANG Wenting[1]

(1. *School of Mathematics and Statistics, Lanzhou University, Lanzhou* 730000, *China*;
2. *Key Laboratory of Arid and Grassland Agroecology of the Ministry of Education, Lanzhou University, Lanzhou* 730000, *China*)

Abstract: In this paper, a three-species food chain system with impulsive perturbations and distributed time delay is investigated. Firstly, by using Floquet theory of impulsive differential equation and comparison theorem, the global stability of periodic predator eradication solution was considered. Secondly, the conditions which guarantee the three species' permanences were obtained. Finally, the effects of top predator release quantity on the three-species food chain system were analyzed.

Key words: mathematical ecology; impulsive perturbation; distributed time delay; comparison theorem; Floquet theory

0 引言

在人类参与的生态系统中，由于人类活动（如收获、砍伐、播种、捕捞等）的影响，生态系统内部可能在固定时刻或非固定时刻发生突变，这些突变持续的时间与整个生态系统持续的时间相比非常短暂，以脉冲的形式发生，所以，用脉冲微分方程描述和刻画这些具有突变的生态系统的变化很自然。它比没有脉冲的微分方程更能真实地反映这些变化过程，因此，它成为用数学研究生态系统的一个重要工具。文献[1]～[2]将脉冲方程引入生态模型中进行研究。然而在解决实际问题时，必须要解出系统的解，这一点使脉冲微分方程的应用受到极大限制。文献[3]～[4]中运用线性脉冲微分方程，讨论了捕食者—食物种群的灭绝性和持续生存。很少有文章涉及用非线性脉冲微分方程研究问题。

对生态系统而言，系统在某时刻的状态不仅受到当时种群间和种群内的影响，也受到历史的制约，即受到时滞效应的影响。因而在生态系统中考虑时滞因素，将能更加准确地描述系统的变化与发展。一般情况下，生物数学模型中有两种时滞，即离散时滞和分布时滞。文献[5]～[6]研究了具有脉冲干扰和离散时滞的捕食—食饵系统，文献[7]研究了具有脉冲干扰和分布时滞的捕食—食饵系统。但是，

基金项目：国家社会科学基金（04AJL007）；国家自然科学基金（03470298）
作者简介：郭中凯（1984－），男，硕士研究生，主要研究方向：生态数学与系统优化
通信联系人：李自珍，教授，主要研究方向：生态数学与系统优化. E-mail：zizhenlee@lzu. edu. cn

很少有文章研究具有脉冲干扰和分布时滞对食物链系统的影响。

将脉冲时滞方程引入种群动力学中，同时考虑捕食者和顶级捕食者也有密度制约，研究在三物种食物链系统中捕食者灭绝的周期解的全局稳定性和三物种持续生存的条件。

1 建立模型

HOLLING[8]针对不同的捕食—食饵系统提供了3种不同的功能反应函数，并据此建立如下模型：

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=x(1-x)-\dfrac{a_1xy}{1+b_1x}, & t\neq nT,\\ \dfrac{dy}{dt}=\dfrac{a_1\int_{-\infty}^{t}f(t-s)x(s)ds}{1+b_1\int_{-\infty}^{t}f(t-s)x(s)ds}y-a_2yz-d_1y-f_1y^2, & t\neq nT,\\ \dfrac{dz}{dt}=a_2z\int_{-\infty}^{t}g(t-s)y(s)ds-d_2z-f_2z^2, & t\neq nT,\\ \Delta x=\Delta y=0, & t=nT,\\ \Delta z=p, & t=nT,\end{cases}\tag{1}$$

其中，$f(t)=ae^{-at}$；$g(t)=be^{-bt}(a>0,b>0)$；T为脉冲周期；a_i，d_i，f_i，b_1，p（i=1，2)为正常数；x，y，z分别为食饵、捕食者、顶级捕食者；p为每隔时间T向食物链中投放的顶级捕食者数量。

令$u(t)=\int_{-\infty}^{t}f(t-s)x(s)ds$，$v(t)=\int_{-\infty}^{t}g(t-s)y(s)ds$. 由于$u(t)$和$v(t)$连续，可知$t>0$，$\Delta u(t)=0$，$\Delta v(t)=0$. 则系统（1）变换成下列系统：

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=x(1-x)-\dfrac{a_1xy}{1+b_1x}, & t\neq nT,\\ \dfrac{dy}{dt}=\dfrac{a_1u}{1+b_1u}y-a_2yz-d_1y-f_1y^2, & t\neq nT,\\ \dfrac{dz}{dt}=a_2vz-d_2z-f_2z^2, & t\neq nT,\\ \dfrac{du}{dt}=a(x-u), & t\neq nT,\\ \dfrac{dv}{dt}=b(y-v), & t\neq nT,\\ \Delta x=\Delta y=\Delta u=\Delta v=0, & t=nT,\\ \Delta z=p, & t=nT.\end{cases}\tag{2}$$

由系统（2）的建立可知，通过研究系统（2）就能够得出系统（1）所具有的性质。

2 捕食者灭绝的周期解的全局稳定性

首先给出几个引理。

引理1[9] 对微分方程$\dfrac{dx}{dt}=x(1-x)$，有一个全局稳定的平衡点x=1，和一个不稳定的平衡点x=0.

引理2[9] 设$z(t)$是系统（2）的初值为$z(0^+)\geqslant 0$的解，当t>0时，$z(t)>0$. 当捕食者灭绝时，可以得到子系统（3）～(5)。

$$\begin{cases}\dfrac{dv}{dt}=-bv, & t\neq nT,\\ \Delta v=0, & t=nT.\end{cases}\tag{3}$$

可知 $v(t)=v(0)e^{-kt}$，当 $t\to\infty$ 时，$v(t)\to 0$. 进一步有 $t\to\infty$，$v\to 0$.

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=x(1-x),\\ \dfrac{du}{dt}=a(x-u).\end{cases} \tag{4}$$

由引理 1 知，当 $t\to\infty$时，$x\to 1$. 则对任意 $\varepsilon>0$，存在 $T_0>0$，当 $t>T_0$ 时，$1-\varepsilon<x<1+\varepsilon$. 由式（4）可知 $\dfrac{du}{dt}\geqslant a(1-\varepsilon-u)$ 和 $\dfrac{du}{dt}\leqslant a(1+\varepsilon-u)$. 由比较原则[10]知，当 $t\to\infty$时，$1-\varepsilon\leqslant u\leqslant 1+\varepsilon$，则可知系统（4）有一个全局稳定的平衡点（1，1）.

$$\begin{cases}\dfrac{dz}{dt}=-d_2z-f_2z^2, & t\neq nT,\\ \Delta z=p, & t=nT.\end{cases} \tag{5}$$

定理 1 系统（5）有一个全局渐近稳定的周期解：$z^*(t,d_2)=\dfrac{z^*(d_2)}{z^*(d_2)\dfrac{f_2}{d_2}[e^{d_2(t-nT)}-1]+e^{d_2(t-nT)}}$，$t\in(nT,(n+1)T]$. 这里 $z^*(d_2)=\dfrac{-B+\sqrt{B^2+4AC}}{2A}$，其中，$A=\dfrac{f_2(e^{Td_2}-1)}{d_2}$，$B=(e^{d_2T}-1)(1-\dfrac{f_2p}{d_2})$，$C=pe^{d_2T}$.

证明：对系统（5）在 $t\in(nT,(n+1)T]$ 上积分，得

$$z(t)=\frac{z(nT^+)}{z(nT^+)\dfrac{f_2}{d_2}[e^{d_2(t-nT)}-1]+e^{d_2(t-nT)}},$$

与系统（5）的第二方程结合，可以推出频闪映射

$$z((n+1)T^+)=\frac{z(nT^+)}{z(nT^+)\dfrac{f_2}{d_2}[e^{d_2(t-nT)}-1]+e^{d_2(t-nT)}}+p. \tag{6}$$

解得，此方程只有一个正不动点 $z^*(d_2)$，这意味着系统（5）有一个以 T 为周期的非负周期解。

$$z^*(t,d_2)=\frac{z^*(d_2)}{z^*(d_2)\dfrac{f_2}{d_2}[e^{d_2(t-nT)}-1]+e^{d_2(t-nT)}},\quad t\in(nT,(n+1)T].$$

以下证此周期解是全局稳定的。

令 $x_n=z(nT^+)$，不妨设 $0<x_0<z^*(d_2)$，则可知 $x_1=\dfrac{x_0}{x_0\dfrac{f_2}{d_2}\ (e^{d_2T}-1)\ +e^{d_2T}}+p$. 不难推出$x_1>x_0$，又因为$\dfrac{x}{x\dfrac{f_2}{d_2}\ (e^{d_2T}-1)\ +e^{d_2T}}$关于 x 递增，所以 $x_0<x_1<z^*(d_2)$，同理可推出$\{x_n\}$是递增数列，并且有上界 $z^*(d_2)$，因此，$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 存在并且不大于 $z^*(d_2)$；$\lim\limits_{n\to\infty}x_{n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_n}{x_n\dfrac{f_2}{d_2}(e^{d_2T}-1)+e^{d_2T}}+p$，由于式（6）只有一个正不动点，可知 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=z^*(d_2)$；同理可证，当$x_0>x^*$时，$\{x_n\}$递减，以 $z^*(d_2)$ 为下界，并且 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=z^*(d_2)$. 用 $x_n(t)$ 表示以 x_n 为初值的在 $t\in(nT,(n+1)T]$ 上的解，由于 $|x_n(t)-z^*(t,d_2)|<$

$|x_n - z^*(d_2)|$，可知对任意初值$z(0^+)$的解$z(t)\to z^*(t, d_2)$，$t\to\infty$，所以$z^*(t, d_2)$是全局稳定的。证毕。

由以上讨论知系统（2）有一个捕食者灭绝的周期解（1，0，$z^*(t, d_2)$，1，0）.

定理 2 设（x，y，z，u，v）是系统（2）的任意解。若满足条件：$\frac{a_1}{1+b_1}-d_1>0$，$(\frac{a_1}{1+b_1}-d_1)T-\frac{a_2}{f_2}\ln(1+\frac{f_2}{d_2}z^*(d_2)(1-e^{-d_2T}))<0$，则系统（2）的捕食者灭绝的周期解$\boldsymbol{X}^*(t)=(1, 0, z^*(t, d_2), 1, 0)$是全局稳定的。

证明：第一步证明$\boldsymbol{X}^*(t)$局部稳定，为此令$x(t)=x_1(t)+1$，$y(t)=y_1(t)$，$z(t)=z^*(t, d_2)+z_1$，$u(t)=u_1(t)+1$，$v(t)=v_1(t)$，则可得

$$\begin{pmatrix} x_1(t)\\ y_1(t)\\ z_1(t)\\ u_1(t)\\ v_1(t)\end{pmatrix}=\boldsymbol{\Phi}(t)\begin{pmatrix} x_1(0)\\ y_1(0)\\ z_1(0)\\ u_1(0)\\ v_1(0)\end{pmatrix},\quad t\in[0, T),$$

其中，

$$\frac{d\boldsymbol{\Phi}(t)}{dt}=\begin{pmatrix} -1 & -\frac{a_1}{1+b_1} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{a_1}{1+b_1}-a_2z^*(t, d_2)-d_1 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & -d_2-f_2z^*(t, d_2) & 0 & 0\\ a & 0 & 0 & -a & 0\\ 0 & b & 0 & 0 & -b\end{pmatrix}\boldsymbol{\Phi}(t).$$

其中，$\boldsymbol{\Phi}(0)=\boldsymbol{I}$.

$$\begin{pmatrix} x_1(T^+)\\ y_1(T^+)\\ z_1(T^+)\\ u_1(T^+)\\ v_1(T^+)\end{pmatrix}=\boldsymbol{I}\begin{pmatrix} x_1(T)\\ y_1(T)\\ z_1(T)\\ u_1(T)\\ v_1(T)\end{pmatrix}.$$

因此它的特征矩阵为$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{I\Phi}$，其5个特征根为：$\lambda_1=e^{-T}$，$\lambda_2=e^{-aT}$，$\lambda_3=e^{-bT}$，$\lambda_4=e^{-\int_0^T[d_2+2f_2z^*(t, d_2)]dt}$，$\lambda_5=e^{\int_0^T[\frac{a_1}{1+b_1}-d_1-a_2z^*(t, d_2)]dt}$. 根据Floquet理论知，若$|\lambda_i|<1$ ($i=1, 2, 3, 4, 5$)，则$\boldsymbol{X}^*(t)$局部稳定。因为$|\lambda_i|<1$ ($i=1, 2, 3, 4$)，又由定理2的条件可知$|\lambda_5|<1$，所以$\boldsymbol{X}^*(t)$局部稳定。

第二步证明$\boldsymbol{X}^*(t)$是全局稳定的。

存在非常小的$\varepsilon>0$，可以使$\delta_1=\left(\frac{a_1}{1+b_1}-d_1+a_2\varepsilon\right)T-\frac{a_2}{f_2}\ln\left(1+\frac{f_2}{d_2}z^*(d_2)(1-e^{-d_2T})\right)<0$.

由系统（2）可得

$$\begin{cases}\frac{dz}{dt}\geqslant -d_2z-f_2z^2, & t\neq nT,\\ \Delta z=p, & t=nT.\end{cases}\tag{7}$$

由比较原则和系统（5）的结论可知：存在T_2，当$t>T_2$时，$z(t)\geqslant z^*(t, d_2)-\varepsilon$. 从系统（2）中

可得：当 $t>T_2$，$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\leqslant\left\{\dfrac{a_1}{1+b_1}-a_2[z^*(t,d_2)-\varepsilon]-d_1\right\}y$. 存在 $N\in\mathbb{N}^+$，当 $n>N$ 时，可得 $y((n+1)T)\leqslant y(nT)e^{\delta_1}$，进一步有 $y((n+k)T)\leqslant y(nT)e^{k\delta_1}$，则可知：当 $k\to\infty$ 时，$y((n+k)T)\to 0$. 进一步可推出 $t\to\infty$，$y\to 0$.

对任意小的 $\varepsilon>0$，存在 $T_3>0$，当 $t>T_3$ 时，$y<\varepsilon$. 由系统（2）可得

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\geqslant x(1-a_1\varepsilon-x), & t\neq nT,\\ \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=a(x-u), & t=nT,\end{cases}\tag{8}$$

和

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\leqslant x(1-x), & t\neq nT,\\ \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=a(x-u), & t=nT.\end{cases}\tag{9}$$

由比较原则和系统（4）可知，当 $t\to\infty$时，$x\to 1$，$u\to 1$.

由系统（2）中可得：当 $t>T_3$，$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\leqslant b(\varepsilon-v)$，由比较原则知 $t\to\infty$，$v\to 0$. 由系统（2）中进一步可得

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\leqslant(a_2\varepsilon-d_2)z-f_2z^2, & t\neq nT,\\ \Delta z=p, & t=nT.\end{cases}\tag{10}$$

由比较原则可知 $z(t)\leqslant z^*(t,d_2-a_2\varepsilon)$，由于 $z^*(t,d_2)$ 关于 d_2 连续，故当 $t\to\infty$，$\varepsilon\to 0$ 时，$z(t)\leqslant z^*(t,d_2)$，结合系统（6）的结论可知：当 $t\to\infty$ 时，$z(t)\to z^*(t,d_2)$.

综上所述，当定理 2 的条件满足时，捕食者灭绝的周期解 $\boldsymbol{X}^*(t)$ 全局稳定。

3 三种群持续生存

定义 1 如果存在 m，$M>0$，使得当 $t\to\infty$时，$m\leqslant x\leqslant M$，$m\leqslant y\leqslant M$，$m\leqslant z\leqslant M$，$m\leqslant u\leqslant M$，$m\leqslant v\leqslant M$，则称系统（2）持续生存。

由系统（8）的结论可知：当 $t\to\infty$时，$x\leqslant 1$，$u\leqslant 1$；由系统（2）可知：$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\leqslant\left(\dfrac{a_1}{1+b_1}-d_1\right)y-f_1y^2$.

由比较原则和引理 1 可知：$t\to\infty$时，$y\leqslant\dfrac{\dfrac{a_1}{1+b_1}-d_1}{f_1}$；记 $M_1=\dfrac{\dfrac{a_1}{1+b_1}-d_1}{f_1}$，进一步可以推出当 $t\to\infty$时，$v\leqslant M_1$.

根据文献[7]的右上导数定义，可以令 $V(t)=x(t)+y(t)+z(t)+u(t)+v(t)$，并取 $0<L<\min\{a,b\}$. $D^+V(t)+LV(t)\leqslant x(1+L+a-x)+y(b+L+\dfrac{a_1}{1+b_1}-d_1-f_1y)+z(-d_2+L+a_2M_1-f_2z)$，则可知 $D^+V(t)+LV(t)$ 有上界；不妨设 $D^+V(t)+LV(t)\leqslant K$，可得

$$\begin{cases}D^+V(t)\leqslant -LV(t)+K, & t\neq nT,\\ V(t^+)=V(t)+p, & t=nT.\end{cases}\tag{11}$$

由文献[7]定理 2 的结论和引理 2 知：存在 $M_2>0$，当 $t\to\infty$ 时，$z(t)\leqslant M_2$.

令 $M=\max\{1, M_1, M_2\}$，当 $t\to\infty$ 时，$x\leqslant M$，$y\leqslant M$，$z\leqslant M$，$u\leqslant M$，$v\leqslant M$.

由系统（6）可知：当 $t\to\infty$ 时，$z(t)\geqslant\dfrac{1}{2}z^*(t, d_2)\geqslant\dfrac{1}{2}\dfrac{z^*(d_2)}{z^*(d_2)\dfrac{f_2}{d_2}(e^{d_2T}-1)+e^{d_2T}}:=m_0$.

定理3 若满足下列条件：$0<\dfrac{a_1}{1+b_1}-d_1<\dfrac{f_1}{a_2}$ 和 $(\dfrac{a_1}{1+b_1}-d_1)T-\dfrac{a_2}{f_2}\ln(1+\dfrac{f_2}{d_2}z^*(d_2)(1-e^{-d_2T}))>0$，则系统（2）持续生存。

证明：易证存在 $n>0$，使得当 $0<m_1<n$ 时，$\delta_2=\left[\dfrac{a_1(1-a_1m_1)}{1+b_1(1-a_1m_1)}-d_1-f_1m_1\right]T-\dfrac{a_2}{f_2}\ln\left(1+\dfrac{f_2}{(d_2-a_2m_1)}z^*(d_2-a_2m_1)(1-e^{-(d_2-a_2m_1)T})\right)>0$.

第一步，对上述 $m_1>0$，并且使 $m_1<\min\left\{\dfrac{1}{a_1}, \dfrac{d_2}{a_2}\right\}$，存在 $t_1\in(0, +\infty)$，使得 $y(t_1)\geqslant m_1$. 否则，存在 $T_4>0$，当 $t>T_4$ 时，$y(t)<m_1$；由系统（7）的结论可得：当 $t\to\infty$时，$x\geqslant 1-a_1m_1$，$u\geqslant 1-a_1m_1$.

$$\begin{cases}\dfrac{dz}{dt}\leqslant-(d_2-a_2m_1)z-f_2z^2, & t\neq nT,\\ \Delta z=p, & t=nT.\end{cases}\tag{12}$$

由比较原则和系统（5）的结论可知：$t\to\infty$，$z(t)\leqslant z^*(t, d_2-a_2m_1)$，则可知 $\dfrac{dy}{dt}\geqslant\left[\dfrac{a_1(1-a_1m_1)}{1+b_1(1-a_1m_1)}-a_2z^*(t, d_2-a_2m_1)-d_1-f_1m_1\right]y$. 那么，当 $n\to\infty$ 时，$y((n+k)T)\geqslant e^{\delta_2k}y(nT)$，则当 $k\to\infty$ 时，$y((n+k)T)\to\infty$ 与 y 有上界相矛盾，则可知存在 $t_1>0$，使得 $y(t_1)\geqslant m_1$.

第二步，若当 $t>t_1$ 时，$y(t)\geqslant m_1$，则 y 持续生存，否则由第一步知，只能是下列情况：$y(t)$ 在无数个时间点等于 m_1，且满足当 $t_{2k}<t<t_{2k+1}$ 时，$y(t)<m_1$；当 $t_{2k+1}<t<t_{2k+2}$ 时，$y(t)>m_1$；并且 $y(t_k)=m_1$，$k\in\mathbb{N}$. 令 $T_0=\max\{t_{2k+1}-t_{2k}\mid k\varepsilon N\}$，则可知 $T_0<\infty$，否则由第一步知 $y\to\infty$与 y 有上界矛盾，则可知在 $[t_{2k-1}, t_{2k}]$ 内$\dfrac{dy}{dt}\geqslant y(-a_2M-d_1-f_1M)$. 则 $y(t)\geqslant m_1e^{-T_0(a_2M+f_1M+d_1)}:=m_2$. 则可知：当 $t\to\infty$ 时，$y(t)\geqslant m_2$. 进一步可知：$t\to\infty$ 时，$v(t)\geqslant m_2$. 由系统（2）可知

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}\geqslant x(1-a_1m_1-x),\\ \dfrac{du}{dt}=a(x-u).\end{cases}\tag{13}$$

那么当 $t\to\infty$时，$x\geqslant 1-a_1m_1$. 进一步可知 $u(t)\geqslant 1-a_1m_1$. 令 $m=\min\{m_0, m_2, 1-a_1m_1\}$，则当$t\to\infty$时，$x\geqslant m$，$y\geqslant m$，$z\geqslant m$，$u\geqslant m$，$v\geqslant m$，可知系统（2）持续生存，进一步知道系统（1）的三种群持续生存。

4 讨论与结论

研究了脉冲干扰对具有分布时滞和不同 Holling 功能反应的食物链系统的影响。在 $0<\dfrac{a_1}{1+b_1}-d_1<\dfrac{f_1}{a_2}$的前提下，给出了捕食者灭绝的周期解的全局稳定性和三种群持续生存的充分条件。令 $\delta(p)=\left(\dfrac{a_1}{1+b_1}-d_1\right)T-\dfrac{a_2}{f_2}\ln\left(1+\dfrac{f_2}{d_2}z^*(d_2)(1-e^{-d_2T})\right)$，不难推出 $\delta(p)$ 是递增函数，并且 $\delta(0)<0$，当 $t\to\infty$ 时，$\delta(p)>0$，则可知：存在一个临界值 p^*，使得在顶级捕食者投放周期 T 一定，

投放量 $p>p^*$ 时，捕食者灭绝，当投放量 $p<p^*$ 时，三种群持续生存。在害虫防治和保持生物多样性等方面都有重要应用。

［参考文献］(References)

［1］ BLAQUIERE A. Differential games with piece-wise continuous trajectories，lecture notes in control and information science[M]. Berlin：Springer Verlag，1977.

［2］ COHEN Y. Applications of optimal impulsivr control to optimal foraging problems，lecture notes in biomathematics[M]. Berlin：Springer Vwelag，1987.

［3］ WANG X，SONG X Y. Mathematical models for the control of a pest population by infected pest[J]. Computers & Mathematics with Applications，2008，56(1)：266～278.

［4］ GEORGESCU P，MOROSANU G. Pest regulation by means of impulsive controls[J]. Applied Mathematics and Computation，2007，190(1)：790～803.

［5］ MENG X Z，CHEN L S，CHEN H D. Two profitless delays for the SEIRS epidemic disease model with nonlinear incidence and pulse vaccination[J]. Applied Mathematics and Computation，2007，186(1)：516～529.

［6］ XIA Y H. Positive periodic solutions for a neutral impulsive delayed Lotka-Volterra competition system with the effect of toxoc substance[J]. Nonlinear Analysis Real World Applications，2007，8(1)：204～221.

［7］ SONG X Y，GUO H J. Extinction and permanence of a kind of pest-predator models with impulsive effect and infinite delay[J]. J. Korean Math. Soc.，2007，44：327～342.

［8］ HOLLING C S. The functional response of predator to prey density and its role in mimicry and population regulation[J]. Mem. Ent. Sec. Can.，1965，45：1～60.

［9］ ZHANG S W，WANG F Y，CHEN L S. A food chain model with impulsive perturbation and Holling IV functional response[J]. Chaos，Solitions and Fractals，2005，26(3)：855～866.

［10］ 傅希林，闫宝强，刘衍胜. 脉冲微分系统引论[M]. 北京：科学出版社，2005.
FU X L，YAN B Q，LIU Y S. Introdaction of impulsive differential system[M]. Beijing：Science Press，2005.（in Chinese）