Gdańsk, 2014
Małgorzata Targan
KSE, 131420

# Laboratorium Metrologicznych Zastosowań Cyfrowego Przetwarzania Sygnałów

## Laboratorium 3

1. Zmienna losowa opisana jest przez mieszany model o rozkładzie normalnym postaci:

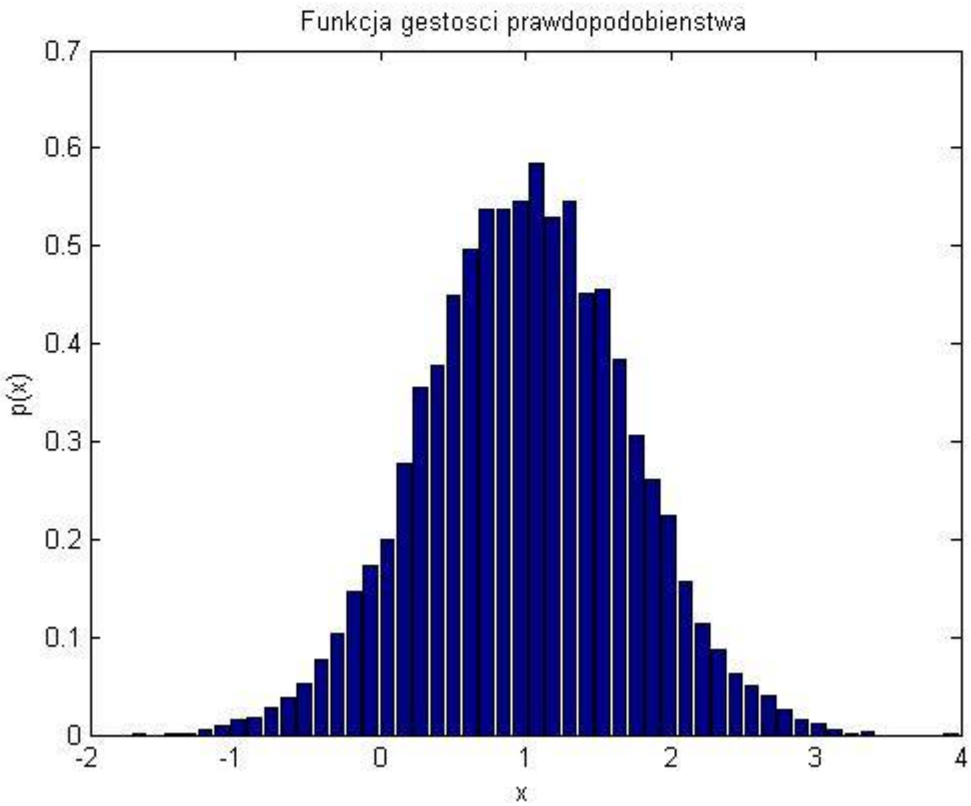
$$f(x) = \alpha_1 N(x; m_1, \sigma_1^2) + \alpha_2 N(x; m_2, \sigma_2^2)$$

Wygenerować 10000 próbek zmiennej X jako próbek sygnału losowego, wykreślić empiryczną funkcję gęstości prawdopodobieństwa sygnału X, wyznaczyć wartość średnią i odchylenie standardowe.

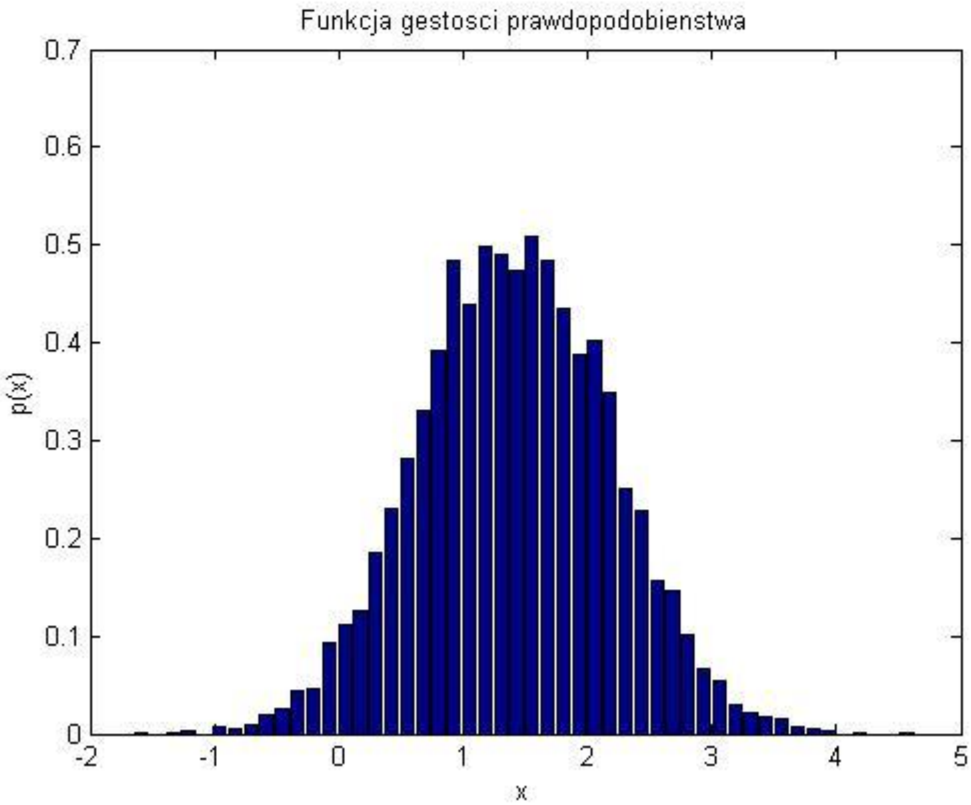
a) $f(x) = 0{,}5N(x; 0{,}1) + 0{,}5N(x; 2{,}1)$
b) $f(x) = 0{,}3N(x; 0{,}1) + 0{,}7N(x; 2{,}1)$
c) $f(x) = 0{,}3N(x; 0{,}1) + 0{,}7N(x; 5{,}3)$

Rozkład, wartość średnią rozkładu oraz odchylenie standardowe wyznaczono z wykorzystaniem wbudowanych funkcji Matlaba.

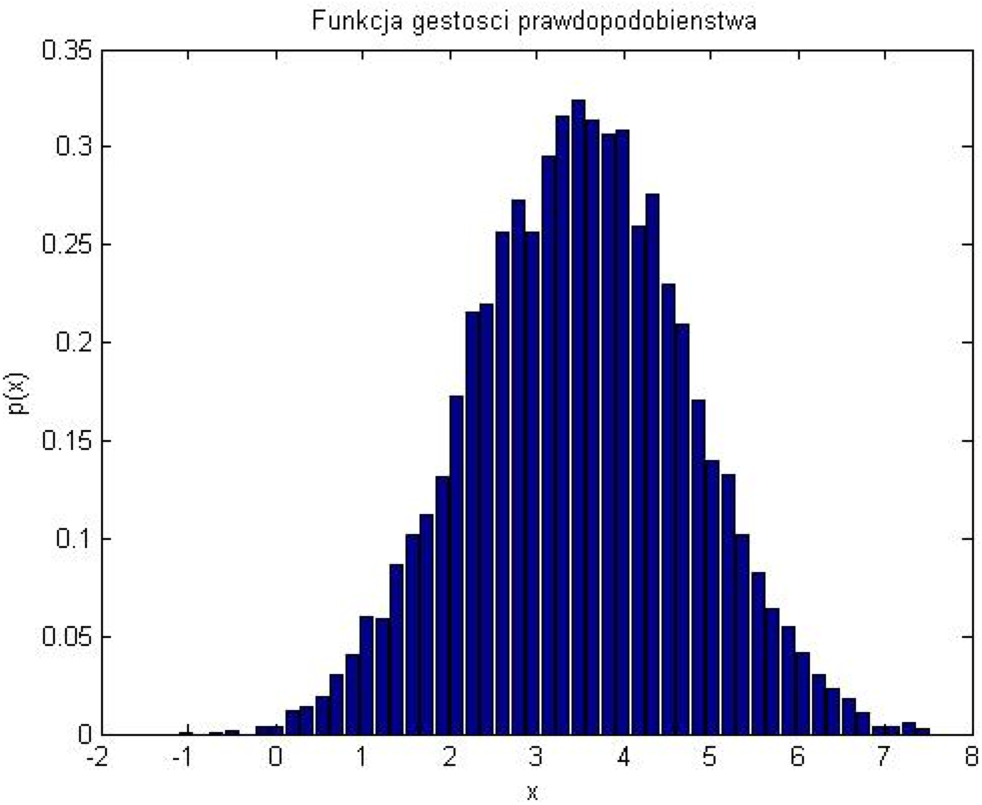
a) $m_x = 0{,}9934$, $\sigma = 0{,}7151$




b) $m_x = 1{,}3901$ $\sigma = 0{,}7583$




c) $m_x = 3{,}5182,\ \sigma = 1{,}2210$



Możemy zaobserwować, że otrzymane rozkłady, będące sumą dwóch rozkładów normalnych są również rozkładamy normalnymi. Ich charakterystyka różni się w zależności od wyznaczonych wartości średnich i odchyleń standardowych. Wartość średnia rozkładu informuje o najczęstszym występowaniu danej wartości (najwyższe prawdopodobieństwo). Odchylenie standardowe niesie informacje o szerokości i stromości rozkładu. Im większe odchylenie standardowe tym rozkład obejmuje więcej wartości x i jest też bardziej płaski. Mniejsze odchylenie standardowe oznacza bardziej skumulowany rozkład w okolicach wartości średniej i stromo opadającą charakterystykę.

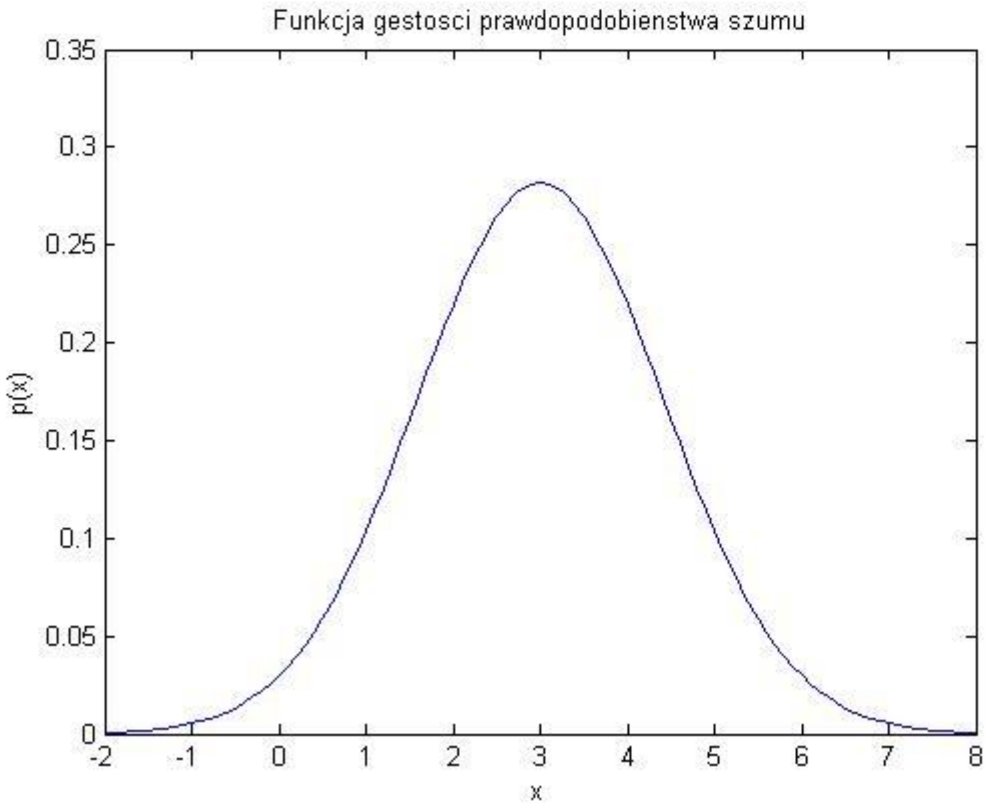
2. Napięcie na wyjściu generatora szumów jest mierzone woltomierzem napięcia stałego (DC) oraz woltomierzem rzeczywistej wartości skutecznej (RMS) posiadającym szeregowo podłączony kondensator na wejściu. Szum jest gaussowski i stacjonarny. Wskazanie woltomierza DC pokazuje 3 V, zaś woltomierza RMS 2 V. Zapisać analitycznie funkcję gęstości prawdopodobieństwa szumu i wykonać jej wykres w MATLABie.

Funkcja gęstości rozkładu normalnego ze średnią $\mu$ i odchyleniem standardowym $\sigma$ (wariancją $\sigma^2$)jest dana wzorem:

$$\phi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

W podanym przykładzie wartość średnia równa jest napięciu stałemu, a wariancja wartości skutecznej napięcia równa jest wartości skutecznej napięcia.

$$\phi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(\frac{-(x-3)^2}{8}\right)$$




3. Wygenerować 5000 próbek ciągłego sygnału losowego o rozkładzie gaussowskim z wartością średnią równą 6 i wariancją równą 4. Należy stworzyć pojedynczy wykres teoretycznej ciągłej funkcji gęstości prawdopodobieństwa i na tym samym wykresie przedstawić wykres histogramu rozkładu amplitudowego wygenerowanych próbek stosując słupki (bar) o środkach dla liczb całkowitych z zakresu od do („przedział trzysigmowy"). Skomentować całkę z wykresu histogramu dla tego przypadku.

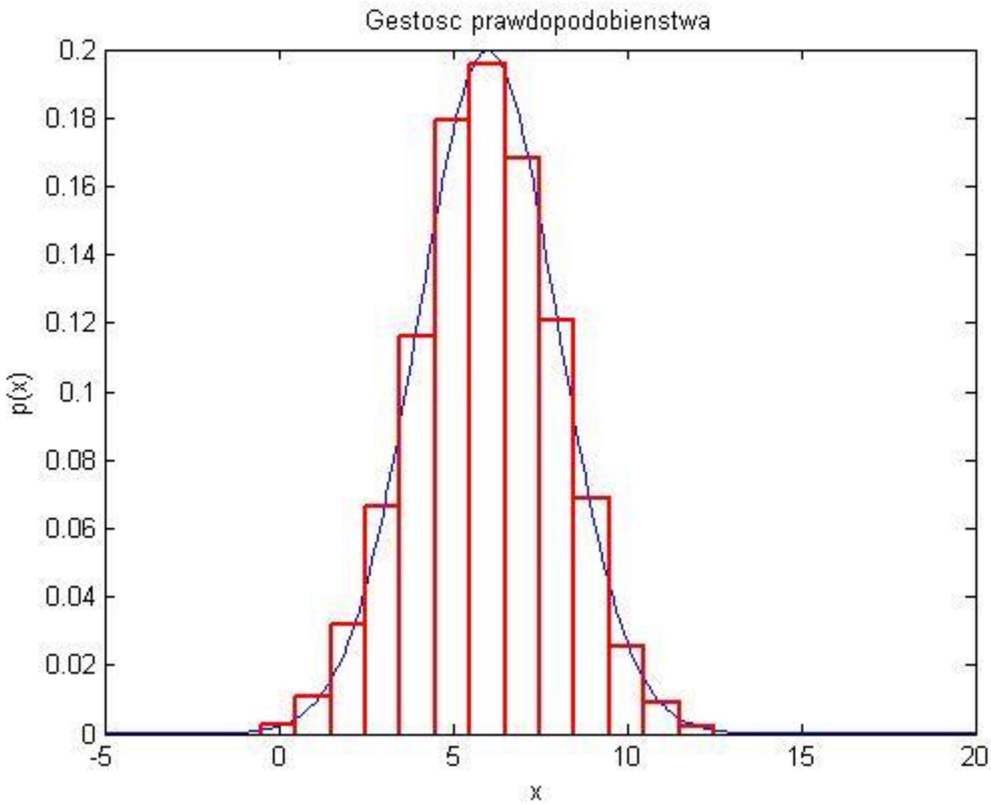
Teoretyczna funkcja rozkładu prawdopodobieństwa dla podanych wartości:

$$\phi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(\frac{-(x-6)^2}{8}\right)$$

Przedział trzysigmowy wyznaczany jest po odjęciu i dodaniu do wartości średniej trzykrotnej wartości odchylenia standardowego. Stąd przedział ten wynosi:

$$range = < 0; 12 >$$

Całka z przedziału „trzysigmowego" w zależności od wygenerowanego rozkładu wynosi od 0,998 do 0,9994 (sprawdzono poprzez kilkukrotne uruchomienie skryptu). Z definicji reguły trzech sigm w zakresie od $\mu - 3\sigma$do $\mu + 3\sigma$ powinno znajdować się około 99,7% całej populacji (całka równa 0,997). Całka z całego rozkładu prawdopodobieństwa wynosi równo 1.

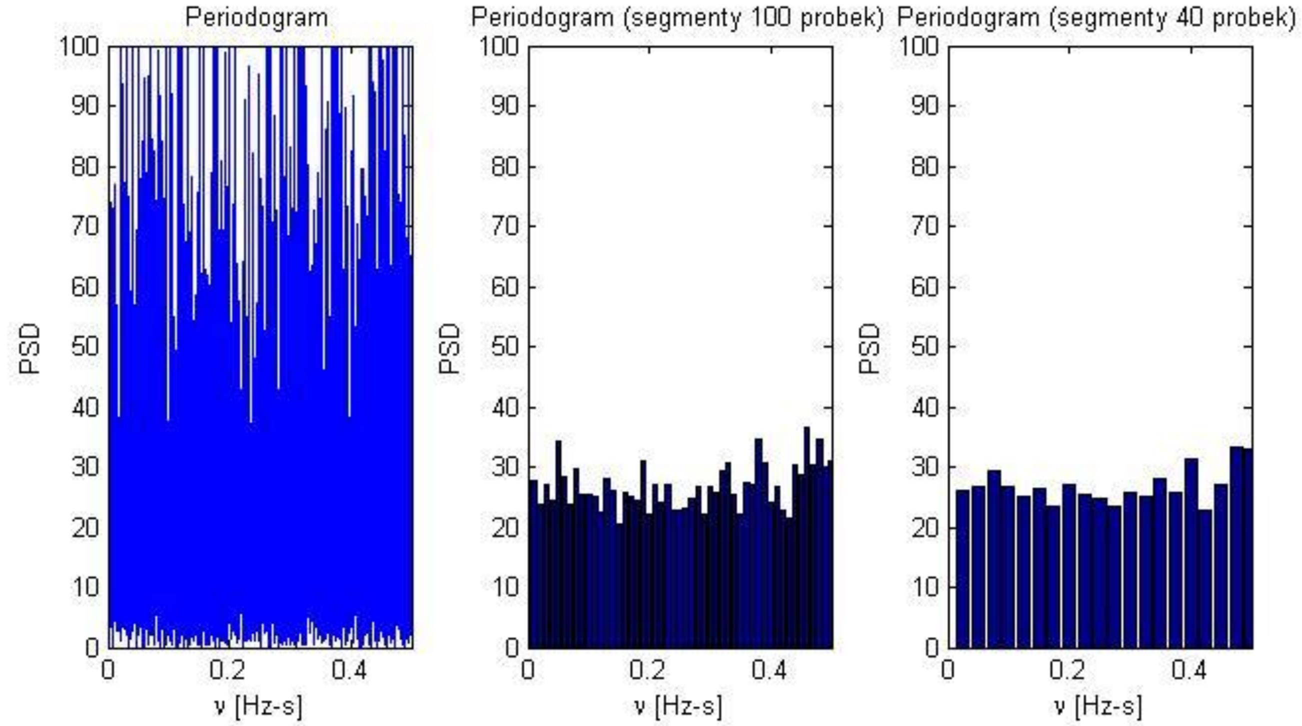



4. Wygenerować 5000 próbek ciągłego sygnału o rozkładzie równomiernym wartości chwilowych („amplitud”) z zerową wartością średnią i średnią mocą równą 27. Sporządzić trzy wykresy (*subplots*): po lewej stronie ciągły wykres „periodogramu” sygnału w przedziale , w środku wykres słupkowy periodogramu w funkcji częstotliwości , lecz jedynie w zakresie stosując segmenty o długości 100 próbek z zachodzeniem do połowy, po prawej stronie zaś podobny wykres słupkowy stosując segmenty o długości 40 próbek.

Periodogram tworzymy obliczając widmo amplitudowe $X_m$ dla sygnału i następnie wykorzystując wzór:

$$P_{xx}(m) = \frac{1}{N} |X_m|^2$$

Kolejne wykresy utworzono poprzez obliczanie periodogramów dla kolejnych 100 a potem 40 próbek (z nakładaniem się kolejnych połówek) i ich uśrednianie.




Jak widać dla stałego PSD periodogram nie jest odpowiednim estymatorem gęstości widmowej mocy, tym bardziej też nie będzie dla bardziej skomplikowanych PSD. W podanym przypadku zmniejszono błąd przez wygładzenie estymatora. Wygładzenie to osiągnięto przez uśrednienie periodogramu obliczając go dla kolejnych segmentów 100 lub 40 próbkowych.