

# Trabajo Práctico 3

[75.30] Teoria de Algoritmos II  
Primer cuatrimestre de 2022

Buceta, Belén	102121	bbuceta@fi.uba.ar
---------------	--------	-------------------

## Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Resolución</b>	<b>2</b>
2.1. Consigna 1 . . . . .	2
2.1.1. a. ¿Quién ganaría por eliminación iterativa? . . . . .	2
2.1.2. b. ¿Quién ganaría por Borda rule? . . . . .	2
2.1.3. c. Suponé que estás a cargo de definir las reglas/formato de la votación . .	2
2.2. Consigna 2 . . . . .	3
2.2.1. Considerando el modelo de cascadas de información visto en clase . . . . .	3
2.3. Consigna 3 . . . . .	3
2.3.1. 3. Considerá la siguiente red... . . . . .	3
2.4. Consigna 4 . . . . .	5
2.4.1. Tenemos dos grafos no dirigidos G1 y G2 . . . . .	5

## 1. Introducción

El presente trabajo reúne la resolución del tercer trabajo práctico de la materia. Más detalles del enunciado a resolver se detallan en:

<https://drive.google.com/file/d/1IB2yg0LJhyKG60a0mAdPLBul4Kp1LmUu/view>.

## 2. Resolución

### 2.1. Consigna 1

1. Se quiere convocar a una elección a la que se presentan 4 candidatos (A, B, C y D). Hay 3 votantes del jurado que tienen sus siguientes rankings individuales:

- Jurado 1:  $B > C > D > A$
- Jurado 2:  $C > D > A > B$
- Jurado 3:  $D > A > B > C$

#### 2.1.1. a. ¿Quién ganaría por eliminación iterativa?

Por eliminación iterativa en orden A,B,C,D obtendríamos lo siguiente:

- A contra B: Gana A. Puesto que de los tres votantes, dos eligen a A por sobre B.
- A contra C: Gana C, dado que de los tres votantes, dos eligen a C por sobre A.
- C contra D: Gana C nuevamente, dado que dos votantes eligen a C por sobre D.

Finalmente, por Eliminación iterativa el ganador es el candidato C.

#### 2.1.2. b. ¿Quién ganaría por Borda rule?

Por Borda rule, tendremos que la cantidad de votos por cada candidato será respectivamente:

- A:  $0 + 1 + 2 = 3$
- B:  $3 + 0 + 1 = 4$
- C:  $2 + 3 + 0 = 5$
- D:  $1 + 2 + 3 = 6$

Por lo tanto, el candidato D es el ganador por Borda rule.

#### 2.1.3. c. Suponé que estás a cargo de definir las reglas/formato de la votación

Suponé que estás a cargo de definir las reglas/formato de la votación y sos un miembro corrupto que desea que si o si gane la alternativa A (te asegura favores si logra ganar la elección).

Definir (si existe) un sistema de votación en el cual A resulte ganador de la elección. En caso de no existir, explicar por qué.

Si definimos un sistema de votación por eliminación iterativa en orden D,C,B,A entonces el candidato A resulta ganador de la elección.

¿Cuál propiedad deseable de los sistemas de votación no se está cumpliendo si, efectivamente, ganara A?

A es pareto-dominado por D. La propiedad deseable de los sistemas de votación que no se cumpliría en caso de ganar A es la de débilmente Pareto-eficiente puesto que todos los votantes prefieren a D antes que a A, y no se está eligiendo en ese orden.

## 2.2. Consigna 2

### 2.2.1. Considerando el modelo de cascadas de información visto en clase

*Supongamos que hay una nueva tecnología que los individuos pueden optar por aceptar o rechazar. Supongamos que cada uno que acepta la tecnología recibe una ganancia positiva o negativa (sin conocerla a priori). Estos valores son aleatorios para cada nodo, y si la tecnología es “Buena”, entonces el promedio será positivo, y si la tecnología es “Mala” el promedio será negativo (esta información es conocida por los individuos). Quienes rechacen la tecnología reciben ganancia 0. En este modelo, cuando a un individuo le toca elegir si acepta o rechaza la nueva tecnología, recibe la información de las ganancias de todos los que vinieron antes.*

**a. Supongamos que esta nueva tecnología es, en realidad, “Mala”. ¿Cómo afecta esta nueva información (qué ganancia tuvo cada uno de los que vinieron antes) a la potencial formación de una cascada para que persista la nueva tecnología? (No es necesario dar una demostración, simplemente argumentar)**

La ganancia de la información particular de cada uno de los individuos es aleatoria para cada uno. Los individuos a los que les toque elegir si aceptar o rechazar la nueva tecnología podrán ver la información de la ganancia de los que eligieron antes. Si sabemos que el promedio de la ganancia es negativo si la tecnología es *Mala*, entonces el individuo verá una mayor cantidad de ganancias negativas y podría elegir no aceptar la nueva tecnología, dado que estará influenciado por la experiencia de sus anteriores. De esta manera, será difícil que la nueva tecnología persista. Sin embargo, una forma de persistencia podría venir a partir de la existencia de los early adopters, quienes seguirían eligiendo dicha tecnología aún conociendo que es *Mala*, esto también influenciaría a los próximos individuos a elegir, dado que estarán condicionados a la elección de sus antecesores ya que para pertenecer/ ser parte tendrán que adoptar la tecnología de la mayoría incluso si particularmente no es de su agrado. Un ejemplo a estos casos es un sistema de mensajería/aplicación *Malo*, si mucha gente lo utiliza los futuros usuarios estarán de alguna manera siendo forzados a optar por dicha aplicación en lugar de otra aplicación de mayor performance.

**b. Supongamos que esta nueva tecnología es, en realidad, “Buena”. ¿Puede surgir una cascada de rechazo de esta nueva tecnología?**

Podría surgir considerando que podrían haber nodos que sean early adopters de la tecnología *Mala* y de esa manera, no sería relevante que la nueva tecnología fuese *Buena*, o cualquier otra cualidad, éstos seguirían escogiendo la tecnología *Mala*. Un ejemplo a este caso se presenta frecuentemente en la política donde un determinado candidato eventualmente comete un acto, supongamos, corrupto y los electores siguen eligiéndolo a pesar de que exista otro candidato cuyo historial sea incorrupto. Esto sucede dado a que los early adopters no siguen una conducta racional sino fanática.

## 2.3. Consigna 3

### 2.3.1. 3. Considerará la siguiente red...

*Suponiendo que todos los nodos tienen inicialmente un comportamiento B. Cada nodo puede cambiar al comportamiento A si al menos la mitad de sus vecinos tiene dicho comportamiento.*

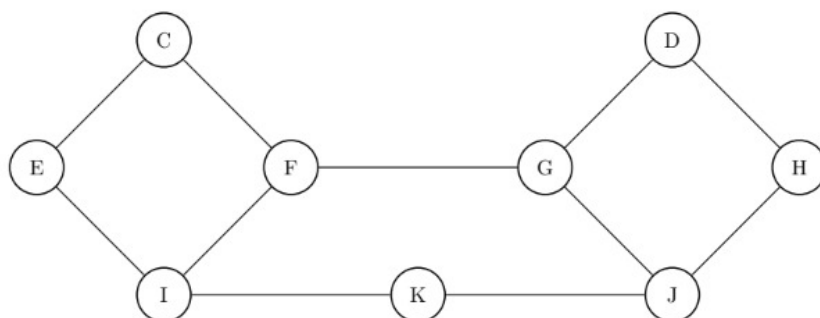


Figura 1: Consigna 3

a. Supongamos que los nodos E y F son early adopters del comportamiento A. Si los demás nodos siguen la regla del umbral (threshold) para adherir a este nuevo comportamiento, ¿qué nodos implementarían el comportamiento A?

Para resolverlo, utilizaremos el color Rosado para simbolizar el comportamiento A. En principio sabemos que E y F son early adopters del comportamiento A. Por lo tanto, los coloreamos a ambos con el color rosado. Por otro lado el nodo C es adyacente a E y F, ambos early adopters de A. Dado que el enunciado indica que un nodo puede cambiar al comportamiento A si al menos la mitad de sus vecinos tienen dicho comportamiento, entonces C cambiará su comportamiento a A. Ya que todos sus vecinos adoptan ese comportamiento. Análogamente sucederá lo mismo con el nodo I, ya que  $2/3$  de sus nodos adoptan el comportamiento A. Parcialmente, la red quedará de la siguiente manera.

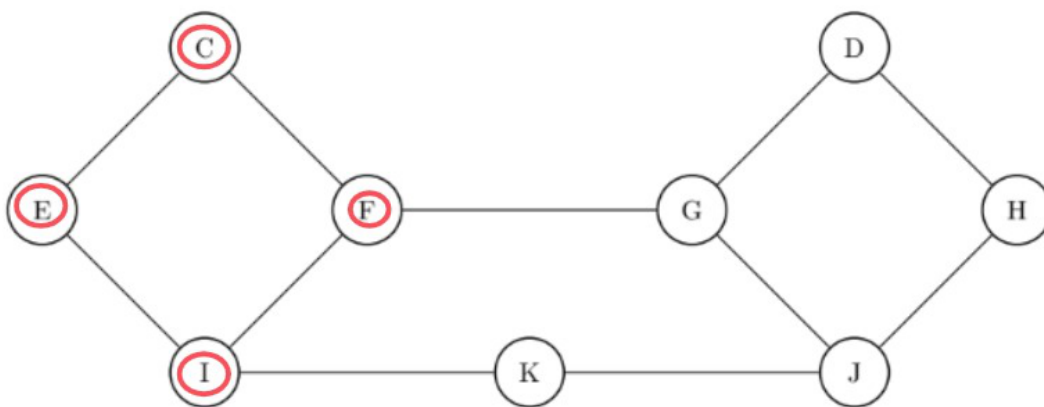


Figura 2: Consigna 3

Si seguimos analizando los nodos restantes vemos que el nodo G permanece con comportamiento B puesto que más de la mitad de sus nodos adyacentes siguen el comportamiento B.

El nodo K tiene dos nodos adyacentes, cuyos comportamientos son uno de cada tipo respectivamente, y ya que para cambiar al comportamiento A al menos la mitad de los vecinos deben seguir el comportamiento de A, entonces K cambia al comportamiento A; en este caso tenemos que exactamente la mitad de sus vecinos adapta el comportamiento A.

Por último, los nodos restantes J, H y D no cambiarán de comportamiento puesto que no se

cumple la regla: la mayoría de sus vecinos siguen el comportamiento B, y por ello no cambian.

Nodo G: 2/3 de sus nodos adyacentes siguen el comportamiento B.

Nodo J: 2/3 de sus nodos adyacentes siguen el comportamiento B.

Nodo H: Todos sus vecinos siguen el comportamiento B.

Nodo D: Todos sus vecinos siguen el comportamiento B.

Finalmente, la red coloreada resultante es la siguiente.

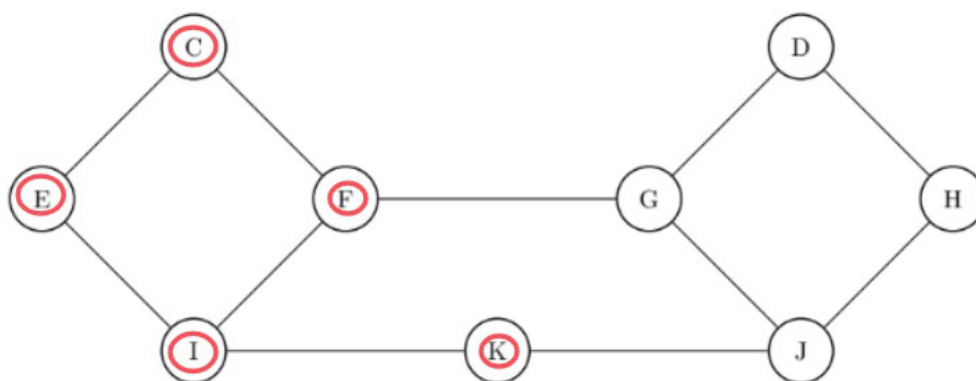


Figura 3: Consigna 3

b. Explicar a qué se debe que el comportamiento A no se propaga a través de toda la red en el escenario del punto (a). ¿Qué característica de la red lo impide? (responder a esta pregunta no apuntando a nodos particulares sino a presencias de ciertas características) ¿Dónde más tendría que haber otro early adopter de A sí o sí para que el comportamiento se propague a través de toda la red

La característica de la red que lo impide es que existen comunidades (clusters) muy conectadas, tal que a un nodo perteneciente a cierta comunidad le costará mucho salir de ella, entonces no podrá cambiar de comportamiento. Por otro lado, como la red resultante luego de propagarse el comportamiento A contiene un cluster de densidad mayor a  $1 - q$  ( $q$ : threshold para que los nodos adopten el comportamiento A), entonces el set de early adopters no genera una cascada completa.

Respecto al early adopter de A, si el nodo G fuese early adopter entonces el comportamiento de A se propagaría a través de toda la red. Partiendo desde la red final anterior, si consideramos ahora a G como early adopter entonces:

El nodo D adoptaría comportamiento A puesto que el 50 % de sus vecinos (G tiene A, H tiene B) tienen comportamiento A. El nodo J cuenta con tres vecinos (K,H,G), 2/3 tienen comportamiento A, entonces J cambia al comportamiento A. El nodo H ahora tendría a todos sus vecinos con comportamiento A, por lo tanto cambia a comportamiento A.

De esta manera entonces, se propagaría el comportamiento A por toda la red si el nodo G fuese early adopter.

## 2.4. Consigna 4

### 2.4.1. Tenemos dos grafos no dirigidos G1 y G2

Con la misma cantidad de vértices y aristas. G1 es un grafo aleatorio de Erdős-Rényi, mientras G2 es un grafo que cumple la ley de potencias en la distribución de

los grados. Consideremos un virus que comienza en un único vértice aleatorio y se expande según el modelo SIR.

Comenzamos graficando dos grafos G1 y G2 aleatorios.

G1 es un grafo aleatorio de Erdős-Rényi si realizamos una simulación con N nodos siendo  $N = 100$  y K cantidad de aristas, siendo  $K = 25$ , obtenemos el siguiente gráfico.

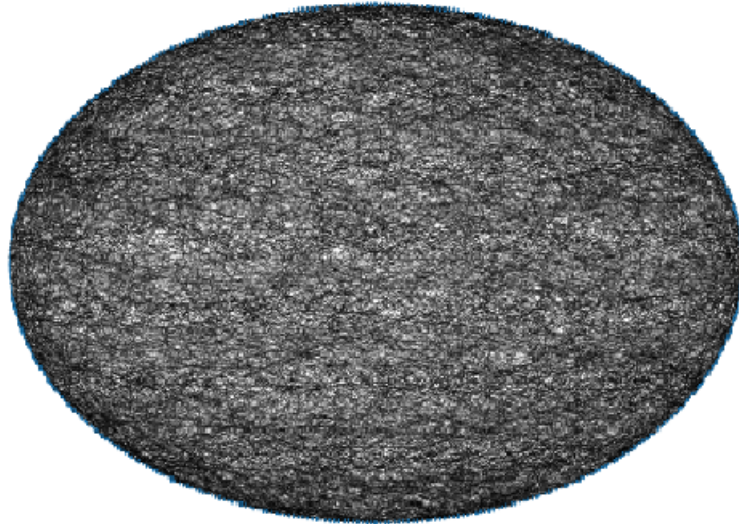


Figura 4: Consigna 4: Simulación G1

G2 es un grafo que cumple la ley de potencias en la distribución de los grados, si realizamos una simulación con N nodos siendo  $N = 100$  y K cantidad de aristas, siendo  $K = 25$ , obtenemos el siguiente gráfico.



Figura 5: Consigna 4: Simulación G2

Comparando los dos gráficos se puede ver claramente como G1 es menos denso de aristas que G2.

**a. ¿En cuál grafo es más probable que ocurra una epidemia (i.e. se infecte al menos un 30 % de la red)? Justificar brevemente la respuesta.**

Es más probable que ocurra una epidemia en el grafo que cumple la ley de potencias ya que como el virus comienza en un vértice aleatorio, es más probable que caiga en un nodo más denso en el caso del grafo de ley de potencias que en el Erdős-Rényi. En Erdős-Rényi el grado de cada nodo es aleatorio por ende, hay más probabilidades de empezar por un nodo poco denso y que se tarde más en propagar la enfermedad.

Hay que tener presente a la hora de analizar que el nodo más importante es el primero. Si el primero tiene más nodos como vecinos entonces tiene un alto valor de  $R_0$  (valor de reproducción). Dado que  $R = Q \cdot D$ ;  $Q$ : probabilidad de contagio,  $D$ : cantidad de vecinos. Si  $R_0 > 1$  entonces hay epidemia, por lo tanto mientras más alto es el  $R_0$  mayor será el índice de reproducción de la pandemia y más rápido se llegará al 30 % de contagiados.

Viendo la simulación realizada se obtiene que para el G1 se precisan de 29 iteraciones hasta llegar al 30 % de contagios mientras que para el grafo G2 se necesitan tan solo 13 iteraciones. Claramente se ve como la propagación es mucho más rápida en el grafo G2 que en el G1.

**b. Supongamos que en vez de comenzar en un vértice aleatorio, la epidemia comenzara en el vértice de mayor grado de G1 y G2, respectivamente. ¿En cuál de los grafos es más probable que ocurra una epidemia? Justificar brevemente la respuesta.**

En este caso, como se observa en el resultado de la simulación el resultado para el grafo Erdős-Rényi mejora, puesto que al comenzar el virus por el vértice de mayor grado, se propaga más rápido el contagio por los nodos. Esto es coherente, dado que en el caso anterior el virus comenzaba a partir de un nodo aleatorio; por lo tanto, se podía caer con más probabilidad a un nodo poco denso y así tardar más en propagarse.

Respecto a las simulaciones podemos decir que si comparamos las simulaciones realizadas para



el punto (a) y las del punto (b) vemos que en la simulación del punto (b) obtenemos que el grafo G2 se mantiene siendo el grafo por el cual más rápido se propaga la enfermedad (se llega antes al 30 % de infectados). Pero aún así podemos notar ciertas diferencias con la anterior simulación. En el caso de G1, la cantidad de iteraciones hasta llegar al 30 % mejora significativamente: antes eran 29 iteraciones mientras que en esta nueva simulación, se necesitaron tan solo 15, es decir, se redujo poco más de la mitad. Por otro lado, no se observan mayores cambios en cuanto al grafo G2, en la primera simulación se necesitaron 13 iteraciones y en la nueva simulación 11 iteraciones. Esto es de alguna manera esperable, ya que en el caso de G2, la distribución de los nodos es más pareja que en el caso de G1.

El nodo más importante es el primero es el primero. Si el primero tiene más nodos como vecinos entonces tiene alto valor de  $R_0$ , valor de reproducción, dado que  $R = Q \cdot D$ ,  $Q$  proba de que se contagie, siendo  $D$  cantidad de vecinos. Si  $R_0 > 1$  entonces hay epidemia, por lo tanto mientras más alto es el  $R_0$  mayor será el índice de repro de la pandemia y más rápido se llegará al 30 %

**c. ¿Cómo afecta la existencia (o no existencia) de comunidades en la expansión de la epidemia?**

Al estar dentro de una comunidad, el contacto es de cierta forma inevitable ya que los nodos están conectados unos a otros. De manera que la propagación a través de comunidades es más rápida. Sin embargo, esto no implica que se expandirá la pandemia. Dado que en general la densidad de vecinos que tiene cada comunidad no es tanta como lo es en cantidad de vecinos dentro de una misma comunidad. De manera que si existen comunidades entonces la expansión de una pandemia dependerá de qué tan grande es la probabilidad de contagio, así cuánto más grande la probabilidad más probable será que los lazos débiles entre comunidades se contagien y se propague la enfermedad.