Biz ① → ② trivi

① → ③ trivi

① → ④ ha $a, b \in S \to x = a^{-1}b \to ax = a(a^{-1}b) = (aa^{-1})b = b$

$y = ba^{-1} \quad ya = (ba^{-1})a = b$

① → ⑤: ① → ④ ha $ax = b$ és $a\hat{x} = b \to ax = a\hat{x} \to a'(ax) = a'(a\hat{x}) \to$

$\to x = \hat{x}$

② → ①: ha a' egy a balinverze e-re nézve és a'' az a' balinverze e-re nézve

$\boxed{a \cdot a' = e}\; a a' = (a''a')a a' = a'' \cdot a' = e \to a'$ inverz

$\boxed{a e = a(a'a) = (a a')a = ea = a} \to e$ egység

③ → ①: ② → ① duálisa

④ → ①: ha $a \in S$ tetszőleges, $\exists y_a \in S: y_a a = a \to \forall b \in S\ \exists x_b \in S:$

$a x_b = b \to \boxed{y_a \cdot b = y_a(a x_b) = (y_a a)x_b = a x_b = b} \to$

$\to y_a = e$ baloldali egység

$\forall a \in S: \exists y \in S\ \ ya = e \to y$ az a balinverze e-re nézve $\to$

$\to$ ② → ①

⑤ → ①: ⑤ → ④ → ① □

Az ⑤ feltételt teljesíti, de asszoc. nem: kvázicsoport

LOOP: egységelemes kvázicsoport

Deff Egy S félcsoport f elemét idempotensnek nevezzük, ha $f^2 = f$.