$\forall \mathcal{L} : (\mathcal{L}(0) \wedge \forall n : (\mathcal{L}(n) \to \mathcal{L}(n+1))) \to \forall n : \mathcal{L}(n)$ teljes indukció

emiatt másodrendű nyelv

még vannak magasabbrendű logikák

Hilbert ε operátor

$\exists x : \varphi(x) \quad \varphi(\varepsilon x \varphi(x))$

$\forall x : \varphi(x) \quad \neg\varphi(\varepsilon x \neg\varphi(x))$

Halmaz axiómák ZFC

csak egy álom

ax. rendszer legyen:
- ellentmondásmentes
- teljes (levezethetőség)
- (függetlenek, egyszerűek (csak esztétikai)) → az emberi értelmet segíti és matematikai értelemben nem árt

Elemek ismétlődhetnek

$\in$ predikátum

csak halmazok vannak (minden hz)

$A \subset B \quad \forall x \in A : x \in B \quad x \in A \to x \in B$

$A = B \quad A \subset B \wedge B \subset A$

Műveletek hz-okkal

unió, metszet, hség

(halmazok, $\cap$, $\cup$) Boole-algebra

> Lehet hz eleme hz?
> Lehet hz eleme önmagának?
> Lehet egy hz, ami $\forall$ hz-t tartalmaz?
> Hogyan konstruálhatunk halmazt?

Tétel (Russel antinómiája)

Nem létezik univerzális hz (ha A hz, akkor $A \in U$ — univerzális hz)

Biz U-nak $\forall$ hz eleme, akkor ha $A = \{x \in U \mid x \notin x\}$ amik nem tartalmazzák magukat

ezt nem engedjük meg

$$\left.\begin{array}{l} A \in A \to A \notin A \\ A \notin A \to A \in A \end{array}\right\} A \in A \leftrightarrow A \notin A$$