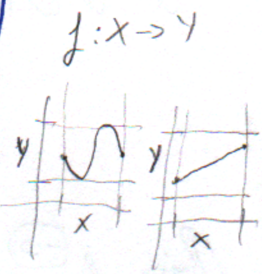
Tétel (Lagrange tétele)

véges G csop., H részcsoportja $|G|=|H|\cdot|G:H|$;
így a H részcsoport rendje osztója a G csoport rendjének.



Biz

$\varphi: H \to aH$ $\quad \varphi: h \mapsto ah$

φ szürjektív (minden elemet rendel?)

φ injektív $\varphi(h_1)=\varphi(h_2) \to ah_1=ah_2 \to h_1=h_2$

Tf $|H|=|aH|$ $\forall a\in G$-re $\to |G|=|H|\cdot\underbrace{|G:H|}_{\text{ilyen formális osztás}}$ $\square$

Tétel G csop., ~~részcsoport-rendszereinek metszete is részcs.~~ részcsoportjainak metszete is részcsoport. $\boxed{\text{mi a rendszer?}}$

Biz $H_i,\ i\in I$ részcsoportja G-nek, hk

1. $\forall i\in I: e\in H_i \to e\in\bigcap_{i\in I} H_i \to \bigcap_{i\in I} H_i \neq \emptyset$

ez kell

2. $\forall a,b\in\bigcap_{i\in I} H_i \to \forall i\in I: a,b\in H_i \to \forall i\in I: ab\in H_i$
$\to ab\in\bigcap H_i$

ez a kettő nem elég

3. $\forall a\in\bigcap_{i\in H} H_i \to \forall i\in I: a\in H_i \to \forall i\in I: a^{-1}\in H_i \to$
$\to a^{-1}\in\bigcap_{i\in I} H_i$