$X = \{x_1, x_2\}$ és $w_1 = x_1 x^{-1} x_1 x_2$, $w_2 = x_2^{-1} x_1^{-1} x_2^{-1} x_1 \rightarrow$

$$\rightarrow w_1 \cdot w_2 = x_1 x_2^{-1} \cancel{x_1 x_2 x_2^{-1} x_1^{-1}} x_2^{-1} x_1 = x_1 x_2^{-1} x_2^{-1} x_1$$

Tétel G_X az előző szorzásra nézve csoport

Biz $(w_1 w_2) w_3 = w_1 (w_2 w_3)$ középső ~~szó~~ szó hossza sz. telj ind. *

Deff G_X az X feletti/X által generált szabadcsoportnak nevezzük

$e =$ üressorozat

inverz a "gonosz" tükörkép $(x_1 x_2^{-1} x_3)^{-1} = x_1^{-1} x_2 x_3^{-1}$

Biz * 1. eset w_2 hossza $= 1$

$$(w_1 \cdot x) w_3 = w_1 (x \cdot w_3) \rightarrow 4 \text{ eset}$$

2. eset

$n \geq 2$ és az ind. felt. igaz $\forall$ n-nél rövidebb w_2-re

$$(w_1 w_2) \cdot w_3 = (w_1 \cdot \underbrace{(\tilde{w}_2 \cdot x)}_{w_2}) w_3 \overset{\text{ind. felt.}}{=} ((w_1 \tilde{w}_2) \cdot x) \cdot w_3 \overset{\text{1. eset}}{=}$$

$$= (w_1 \tilde{w}_2) \cdot (x \cdot w_3) \underset{\text{ind. felt.}}{=} w_1 (\tilde{w}_2 (x w_3)) \overset{\text{1. eset}}{=} w_1 ((\tilde{w}_2 x) w_3) =$$

$$= w_1 (w_2 w_3)$$

Tétel Csoport tetszőleges g eleme esetén $(g^{-1})^{-1} = g$

Biz $g \cdot (g)^{-1} = g^{-1} g = e \rightarrow (g^{-1})^{-1} = g$ $\square$

Deff Hatványozás csoportban: $g^0 := e$

$$g^n := \overbrace{g \cdot g \cdots g}^{n\text{-szer}} \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$g^{-n} := \underbrace{g^{-1} \cdot g^{-1} \cdots g^{-1}}_{n\text{-szer}} \quad (n \in \mathbb{N})$$