Axióma ③ (σ-additivitás) ha $E_1, \ldots$ egymást kizáró események ($E_i \in \mathcal{F}$, $E_i \cap E_j = \emptyset$ $(i \neq j)$), akkor

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbb{P}(E_n)$$

$$\boxed{A \cap B = \emptyset \rightarrow \mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)}$$

$\rightarrow \mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A)$

$\rightarrow \mathbb{P}(\emptyset) = 0$

$\rightarrow E \subset F \rightarrow \mathbb{P}(E) \leq \mathbb{P}(F)$

Ha $A \cap B \neq \emptyset$: $\mathbb{P}(A \cup B) = \underbrace{\mathbb{P}(A \cap B^c) + \mathbb{P}(A \cap B)}_{\mathbb{P}(A)} + \mathbb{P}(A^c \cap B)$, ahol $\mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(A^c \cap B) = \mathbb{P}(B)$

$\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$

Szita-formula

$$E_1 \cap \ldots \cap E_n \neq \emptyset : \mathbb{P}(E_1 \cup \ldots \cup E_n) = \sum_{r=1}^{n} (-1)^{r+1} \sum_{1 \leq i_1 < \ldots < i_r < \ldots \leq n} \mathbb{P}(E_{i_1} \cap \ldots \cap E_{i_r})$$

~~Biz~~ teljes indukció

Egyenlő valószínű elemi események

$\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_n\}$, $\mathbb{P}(\{\omega_1\}) = \ldots = \mathbb{P}(\{\omega_n\}) = \frac{1}{n}$

$1 = \mathbb{P}(\Omega) = \mathbb{P}(\{\omega_1\} \cup \ldots \cup \{\omega_n\})$ $\omega_i \neq \omega_j$ $i \neq j$

$A \subset \Omega$, $|A| = k \leq n$ $A = \{\omega_{i_1}, \ldots, \omega_{i_k}\}$

$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(\{\omega_{i_1}\}) + \ldots + \mathbb{P}(\{\omega_{i_k}\}) = \frac{k}{n} \left(= \frac{|A|}{|\Omega|}\right)$

feladatoknál ~~a~~ egyszerű kombinatorikai buktatókkal kell számolni

2