Valszám gyak
2025.09.09.

pontos feladatok megoldása

(1.1) $\underbrace{\frac{11!}{4!4!2!}}_{m}, \underbrace{\frac{11!}{5!2!2!}}_{a}$ $\qquad \frac{2\cdot m\cdot a}{22!}$

$m = 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10\cdot 11$

(1.14)

hány gyerek családból származik

20	db család	db gyerek	esély, hogy db gyerek van /20	esély, hogy gyerek /48
5	5	1	5	5
14	7	2	7	14
12	4	3	4	12
12	3	4	3	12
5	1	5	1	5

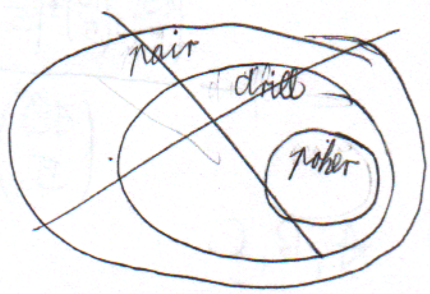
(1.15) 18 őz, 5 megj

$$\frac{\binom{5}{2}\cdot\binom{13}{2}}{\binom{18}{4}}$$

eseménytér: 18 őz közül 4 befogása

események: 0, 1, 2, 3, 4 jelöletlen őz lesz.

(1.16) egy pár, de csak egy pár



full house: $\underbrace{13\cdot\binom{4}{3}}_{drill}\cdot\underbrace{12\binom{4}{2}}_{pár}$

póker: $13\cdot\binom{48}{1}$

drill: $13\cdot\binom{4}{3}\cdot\binom{49}{2}$ − (full house) − (póker)

2 pairs: $\binom{13}{2}\binom{13}{2}\cdot\binom{48}{1}$ − (póker) − (full house)

pair: $13\cdot\binom{50}{3}$ − (f.h) − (drill) − (póker)

royal-flush: 4

színsor: 4·9 − (r. flush)

flush: $\binom{13}{5}\cdot 4$ − (színsor) − (royal-flush)

(1.12)

1.20. $6\overset{1}{p}, 6\overset{2}{f}, 7\overset{3}{k}$ $\mathbb{P}$(mind a három szín előfordul) =

$= \mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \mathbb{P}(A)$

$A_1 = \{$piros szerepel 5-ből$\}$

$A_2 = \{$fehér szerepel —"—$\}$

$A_3 = \{$kék szerepel —"—$\}$

$C_i = \{$i-edik színt nem húzzuk ki$\}$

$$P(A) = 1 - \mathbb{P}(C_p \cup C_f \cup C_k) =$$

$$= 1 - \mathbb{P}(C_p) - \mathbb{P}(C_f) - \mathbb{P}(C_k) + \mathbb{P}(C_p \cap C_k) + \mathbb{P}(C_p \cap C_F) +$$

$$+ \mathbb{P}(C_f \cap C_K) - \underbrace{\mathbb{P}(C_p \cap C_f \cap C_k)}_{0} =$$

$$= 1 - \frac{\binom{13}{5} + \binom{13}{5} + \binom{12}{5} - \binom{6}{5} - \binom{7}{5} - \binom{6}{5}}{\binom{19}{5}}$$

1.21. A, B, C

$\Omega = \{(i, n) : i = A, B, n \geq 2\}$

$\Omega = \{AA, ACC, ACBB, ACBAA, \ldots, BB, BCC, BCAA, \ldots\}$

$\tilde{A} = \{$Anna nyer$\} = \{\overset{(A,2)}{AA}, \overset{(A,5)}{ACBAA}, \overset{(A,8)}{ACBACBAA}, \overset{(B,4)}{BCAA}, \underset{(B,7)}{BCABCAA}, \ldots\}$

$E_i := \{$i nyer először$\}$

$$\mathbb{P}(\tilde{A} \cap E_A) = 2^{-2} + 2^{-5} + 2^{-8} + \ldots = 2^{-2} \cdot \frac{1}{1 - 2^{-3}} = \frac{2}{7}$$

$$\mathbb{P}(\tilde{A} \cap E_B) = 2^{-4} + 2^{-7} + \ldots = 2^{-4} \cdot \frac{1}{1 - 2^{-3}} = \frac{1}{14}$$

$$\mathbb{P}(\tilde{A}) = \mathbb{P}(\tilde{A} \cap E_A) + \mathbb{P}(\tilde{A} \cap E_B) = \frac{5}{14}$$

2

$\mathbb{P}(\tilde{B}) = \frac{5}{14}$, $\mathbb{P}(\tilde{C}) = \frac{2}{7}$

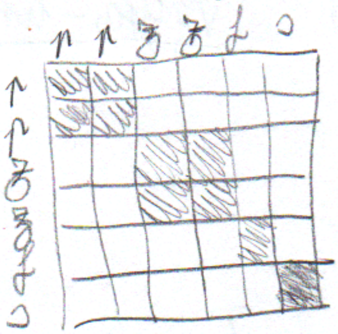
$$2\cdot 2^{-2} + 2\cdot 2^{-3} + \ldots = 2\cdot 2^{-2}\cdot \frac{1}{1-2^{-1}} = 1$$

az, hogy mi a vszínűsége hogy n hosszú meccset játszanak

1.25. 2 kocka
↳ 2 p, 2 z, 1 o, 1 f oldal

$$\Omega = \{\underbrace{(p,p)}, (p,k), \ldots, (f,f)\}$$

$\mathbb{P}((p,p)) = \frac{2^2}{6^2}$ $\quad\mathbb{P}((f,f)) = \frac{1}{6^2}$



$$\mathbb{P}(A) = \frac{2^2+2^2+1+1}{6^2} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

b) $\mathbb{P}(\text{különbözőek}) = \frac{26}{36} = \frac{13}{36}$

$$\mathbb{P}(A_1^c \cap A_2^c \cap A_3) = \frac{26\cdot 26\cdot 16}{(6^2)^3}$$

2025.09.22

2.3 a) $1 - \mathbb{P}(\text{nincs zöldje}) = 1 - \binom{15}{5} \Big/ \binom{20}{5}$

b) $\mathbb{P}$(nekem 2 ~~nem zöld~~ piros és 3 zöldem van és a másiknak van zöldje) = *

|| de $\mathbb{P}(A|B) = 1 - \mathbb{P}(A^c|B)$

$\mathbb{P}$(nekem 2 ~~nem zöld~~ piros és 3 zöldem van) $= \dfrac{\binom{5}{2}\binom{5}{3}}{\binom{20}{5}}$

$* = \Big/ \binom{20}{5}\binom{15}{5}$

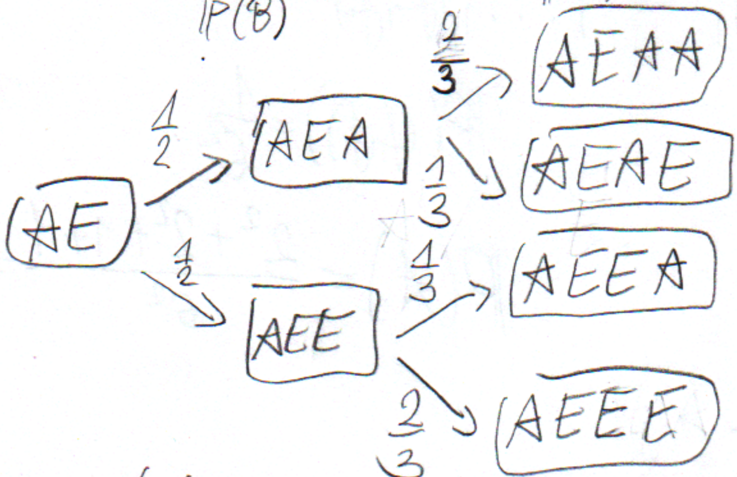
Áll: $\mathbb{P}(A|B) = 1 - \mathbb{P}(A^c|B)$

$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A\cap B)}{\mathbb{P}(B)}$

$\mathbb{P}(A^c|B) = \frac{\mathbb{P}(A^c\cap B)}{\mathbb{P}(B)}$

$\underbrace{\mathbb{P}(A\cup A^c|B)}_{\Omega} = \frac{\mathbb{P}(A\cup A^c \cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(A\cap B \cup A^c \cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \mathbb{P}(A|B) + \mathbb{P}(A^c|B) = 1$

2.6



Pólya-urna

$A_i = \{$Ádám kere i főből, ha 4 fő van$\}$

$\mathbb{P}(A_1) = \mathbb{P}(AEEE) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

$\mathbb{P}(A_2) = \mathbb{P}(AEAE) + \mathbb{P}(AEEA) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

$\mathbb{P}(A_3) = \mathbb{P}(AEAA) = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

2.8. $A, B, C = \{A, B, C$ sütötte$\}$ $\qquad \mathbb{P}(R|A,B,C) = (0.02, 0.03, 0.05)$

$R = \{$rossz a süti$\}$ $\qquad \mathbb{P}(A,B,C) = (0.5, 0.3, 0.2)$

$$\mathbb{P}(A|R) = \frac{\mathbb{P}(A\cap R)}{\mathbb{P}(R)} = \frac{\mathbb{P}(R|A)\cdot\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(R|A)\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(R|B)\mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(R|C)\mathbb{P}(C)} =$$

$$= \frac{0.02\cdot 0.5}{0.5\cdot 0.2 + 0.03\cdot 0.3 + 0.2\cdot 0.5} = \frac{0.01}{1.13} = \frac{1}{113}$$

2.18

	F	L
1	12	8
2	6	n

$\mathbb{P}(F)\cdot\mathbb{P}(1)=\mathbb{P}(F\cap 1)$

$\mathbb{P}(L)\cdot\mathbb{P}(1)=\mathbb{P}(L\cap 1)$

$\mathbb{P}(F)\cdot\mathbb{P}(2)=\mathbb{P}(F\cap 2)$

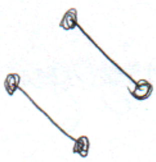
$\mathbb{P}(L)\cdot\mathbb{P}(2)=\mathbb{P}(F\cap 2)$

$\mathbb{P}(n)=$

$\boxed{\begin{array}{l}\mathbb{P}(A|B)=\mathbb{P}(A)\\ \Longleftrightarrow \mathbb{P}(A\cap B)=\\ =\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)\\ \mathbb{P}(A)\neq 0\neq \mathbb{P}(B)\end{array}}$

2.15.

n fő $\quad A_{i,j}\quad i,j\in \underline{n}\quad i<j\quad A_{i,j}$

páros mert  e kettő kapcsolat ftlen, de

teljes nem mert már 3 embernél 

$B_{i,x}=\{i\text{-nek } x\text{-edikén van a szülinapja}\}\qquad x\in \underline{365}$

$$\mathbb{P}(A_{i,j})=\sum_{x\in \underline{365}}\mathbb{P}(B_{i,x}\cap B_{j,x})\overset{\text{ftlenség}}{=}$$

$$=\underbrace{\sum_{x\in \underline{365}}\mathbb{P}(B_{i,x})\cdot\mathbb{P}(B_{j,x})=\sum_{x\in \underline{365}}\frac{1}{(365)^2}}_{}=\frac{1}{365}$$

hallgatólagosan, hogy teljesen ftlenek

$$\mathbb{P}(A_{i,j}\cap A_{k,l})=\sum_{x,y\in \underline{365}}\mathbb{P}(B_{i,x}\cap B_{j,x}\cap B_{k,y}\cap B_{l,y})=$$

$$=\sum_{x,y\in \underline{365}}\frac{1}{(365)^4}=365^2\cdot\frac{1}{365^4}=\frac{1}{(365)^2}$$

$$\mathbb{P}(A_{ij} \cap A_{ik}) = \sum_{x \in \underline{365}} \mathbb{P}(B_{ix} \cap B_{jx} \cap B_{kx}) = \sum_{x \in \underline{365}} \frac{1}{(365)^3} =$$

$$= \frac{1}{365^2} = \mathbb{P}(A_{ij})\,\mathbb{P}(A_{ik})$$

Tehát az $\binom{n}{2}$ esemény ~~paralanul~~ páronként ~~ftlenek~~ ftlenek

b) már ~~megmutattuk~~ megmondtuk, hogy nem

$$\mathbb{P}(A_{ij} \cap A_{jk} \cap A_{ki}) = \sum_{x \in \underline{365}} \mathbb{P}(B_{ix} \cap B_{jx} \cap B_{kx}) =$$

$$= \frac{1}{365^2} \neq \frac{1}{365^3} = \mathbb{P}(A_{ij} \cap A_{jk} \cap A_{ki})$$

2.17.

$A_i \quad i \in \mathbb{N} \qquad A_i = \{i\text{-edik vizsgán átmegy}\}$

$$\mathbb{P}(A_i \mid A_{i-1}^c \cap \ldots \cap A_1^c) = \frac{1}{1+i} \qquad \frac{1+k-1}{1+k}$$

$$1 - \mathbb{P}(\text{soha nem megy át}) = 1 - \prod_{i=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{1+k}\right) = 1 - 0$$

$$= 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{1+k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \ldots \frac{n-2}{n-1} + \frac{n-1}{n} + \ldots \neq$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \ldots + \frac{n-2}{n-1} + \frac{n-1}{n}\right.$$

$$\frac{n-2}{n-1} + \frac{n-1}{n} = \frac{(n-2)n + (n-1)^2}{(n-1)n} =$$

$$= \frac{n^2 - 2n + n^2 - 2n + 1}{n^2 - n} = \frac{2n^2 - 4n + 1}{n^2 - n}$$