Tétel Ciklikus csoport minden részcsoportja ciklikus (véges/vtlen)

Biz $G=\langle a\rangle$ ciklikus csoport, H részcsoportja $\rightarrow e\in H$

1. $H=\{e\}$, akkor $H=\langle e\rangle$, azaz H ciklikus
2. $H\supsetneq\{e\} \rightarrow \exists k\in\mathbb{N}^+ : a^k\in H \rightarrow$ legkisebb ilyen, ez n

$(n=\min\{k\in\mathbb{N}^+ \mid a^k\in H\})$

Jel $\mathbb{N}\cup\{0\} \triangleq \mathbb{N}_0$

$H=\langle a^n\rangle$, mert:

$$m\in\mathbb{Z}: a^m\in H \rightarrow m=n\cdot t+\overset{\in 0..n-1}{r} \rightarrow a^m=(a^n)^t\cdot a^r \rightarrow \overbrace{(\underbrace{(a^n)^{-1}}_{\in H})^t}^{\in H}\underbrace{a^m}_{\in H}=$$

$$=\underbrace{((a^n)^{-1})^t(a^n)^t}_{e}a^r \rightarrow a^r\in H \quad r<n \rightarrow r=0 \rightarrow m=n\cdot t \rightarrow$$

$\rightarrow a^m=(a^n)^t$ azaz H minden eleme (a^n) valamely hatványa, így ciklikus □

|| Minden ciklikus csoport megszámlálható

Áll $|\langle a\rangle| = o(a)$

Áll Véges csoport tetszőleges elemének rendje osztója a csoport rendjének

Biz $|G|<\infty$, $a\in G$

$|\langle a\rangle| \mid |G|$ a Lagrange következménye miatt $\rightarrow$

$\rightarrow o(a) \mid |G|$ □