__Axióma__ (Peano-axiómák)

$\mathbb{N}_0$ egy hz, $0 \in \mathbb{N}_0$ és $s : \mathbb{N}_0 \xrightarrow{D} \mathbb{N}_0$ melyekre:

s injektív

$0 \notin s[\mathbb{N}_0]$

$\forall P \subset \mathbb{N}_0 : (s[P] \cup \{0\} \subset P) \longrightarrow \mathbb{N}_0 = P$

__Deff__ összeadás, szorzás, rendezés

__Tétel__ $(\mathbb{N},+), (\mathbb{N},\cdot)$ neutrálisos kommutatív félcsoport || 0 mult. neutr / 1 add. neutr

$\underbrace{(\mathbb{N},+,\cdot)}_{\text{biztos ez?}}$ nullosztómentes $(ab=0 \rightarrow a=0 \vee b=0)$

szorzás disztributív az összeadásra nézve

$\{+,\cdot\}$ cancellatív $a+n=b+n \rightarrow b=a$

$n \neq 0 \quad an=bn \rightarrow b=a$

__Tétel__ Peano-axiómák izomorfia erejéig egyértelműek

__Biz__ $(\mathbb{N}_0, 0, s) \quad (M, ⓪, t)$

$\varphi : \mathbb{N}_0 \rightarrow M \quad \varphi(0) = ⓪, \varphi(s(n)) = t(\varphi(n))$

$\psi : M \rightarrow \mathbb{N}_0 \quad \psi(⓪) = 0, \psi(t(m)) = s(\psi(m))$

$\varphi(\psi(⓪)) = \varphi(0) = ⓪$

$\varphi(\psi(t(m)) = \varphi(s(\psi(m)) = t(\underbrace{\varphi(\psi(m))}_{=m}) = t(m)$

$=m$ az indukciós feltétel miatt

□

__Deff__ (Neumann-modell)

9