|| bijektív homomorfizmus = izomorfizmus

Tétel G csoport ciklikus $\Leftrightarrow$ G izomorf vagy a $(\mathbb{Z},+)$, vagy a $(\mathbb{Z}_n,+)$ csoporttal

|| $\mathbb{Z}_n$ ~~mod~~ n modulosztály

$\mathbb{Z}$

$n \geq 2,\ n \in \mathbb{N}$

$k_1 \equiv k_2 \Leftrightarrow n \mid k_1 - k_2$ } ekvivalenciareláció $\downarrow$ ekvivalenciaosztályok

osztályok

$\mathbb{Z}_n = \{[0]_\equiv, [1]_\equiv, \ldots, [n-1]_\equiv\}$ $\qquad [k_1]+[k_2]=[k_1+k_2]$

$(\mathbb{Z}_n,+)$ csoport

Biz $(\mathbb{Z},+)$ ciklikus $(\mathbb{Z}=\langle 1\rangle)$

$(\mathbb{Z}_n,+)$ ciklikus $(\mathbb{Z}=\langle [1]_\equiv \rangle)$

Ha $G=\langle a\rangle$ egy ciklikus csoport

$\boxed{\text{1. eset}}$ $o(a)$ végtelen $\forall n_1,n_2 \in \mathbb{Z}$ $(n_1\neq n_2)$ $a^{n_1}\neq a^{n_2}$

(ui. $a^{n_1}=a^{n_2} \Rightarrow n_1>n_2,\ a^{n_1}a^{-n_2}=e \Rightarrow a^{\overbrace{n_1-n_2}^{>0}}=e \Rightarrow$
$\Rightarrow o(a)\neq\infty$ ↯)

$G=\{a^0,a^{-1},a^1,a^{-2},a^2,\ldots\}\cong\{0,-1,1,-2,2,\ldots\}$

hiszen $\exists \varphi: a^k \mapsto k$ izomorfizmus

$$\varphi(a^{k_1}a^{k_2})=\varphi(a^{k_1+k_2})=k_1+k_2=\varphi(a^{k_1})+\varphi(a^{k_2})$$