$F(y(t)) = y_0 + \int_{t_0}^{t} f(s,y(s))\,ds$ $\quad F: Y \xrightarrow{?} Y$ operátor,

P.-féle mo.-sa $\Updownarrow$ $\boxed{\text{kép}}$ mo.-sa

mert $\left|F(y(t)) - y_0\right| = \left|\int_{t_0}^{t} f(s,y(s))\,ds\right| \le M|t-t_0|$, tehát F Y-ba képez(?)

Y teljes metr. tér mert a $C[t_0-\delta, t_0+\delta]$ teljes metrikus tér zárt részhz-a. F kontrakció, mert

$$d(F(y),F(z)) = \max_{t\in[t_0-\delta,\,t_0+\delta]} \left|f(y(t)) - F(z(t))\right| = \max_{|t-t_0|<\delta} \left|\int_{t_0}^{t} f(s,y(s)) -\right.$$

$$\left. - f(s,z(s))\,ds\right| \le \underset{\text{mint előző biz}}{\dots} \le \underbrace{L\delta}_{<1}\, d(y,z) \Rightarrow \text{kontrakció}$$

a Banach-fixpont szerint F-nek pontosan egy fixpontja van $\Leftrightarrow$ a Picard-féle egyenletnek pontosan egy megoldása van $\Leftrightarrow$ $\boxed{\text{kép}}$-nek $\exists!$

nem öf $\to$ nem !

$n = 1$ $\quad U:$  összefüggő $\to$!

$$y'(t) = \frac{1}{\mathbb{1}_U} = \begin{cases} 1 \text{ ha } (t,y)\in U \end{cases}$$

$\mathbb{1}_U$ U karakterisztikus fv-e

$\mathbb{1}_U(t,y) = \begin{cases} 1 & (t,y)\in U \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$

$y(t_0) = y_0$

Kezdeti feltételtől függően mi a megoldás?

$\forall$ bal oldalhoz i ~~zzz~~ bármely jobb oldali tartozhat, $\Rightarrow$ ha az ért. tart. nem öf, akkor nem lesz öf-ség

Deff $\varphi(t)$ mo.-sa $\boxed{\text{kép}}$-nek, ha $\varphi'(t) = f(t,\varphi(t))$ $\forall t \in Dom(\varphi)$-re és $Dom(\varphi)$ öf (~~zz~~ intervallum)