Tétel Egy n-edrendű ciklikus csoportban az n-edrendű elemek száma $\varphi(n)$ (ahol $\varphi(n)$ az n-nél nem nagyobb n-hez relatív prím egészek számát jelenti)

Biz $|G|=n$ cikl. csop.

G izomorf az n-edik komplex egységgyökök csoportjával

$$z = r\cdot(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\varphi+2k\pi}{n}\right)$$

$$\sqrt[n]{1} = \cos\left(\frac{2\pi}{n}k\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{n}k\right) = \left(\cos\frac{2\pi}{n} + i\sin\frac{2\pi}{n}\right)^k$$

Komplex n-edik egységgyökök: $1, \varepsilon, \varepsilon^2, \ldots, \varepsilon^{n-1} = \langle\varepsilon\rangle$

primitív n-edik egységgyök

ε^k primitív $\Leftrightarrow o(\varepsilon^k)=n) \Leftrightarrow \gcd(k,n)=1 \rightarrow$

$\rightarrow \varphi(n)$ db primitív n-edik egységgyökök száma

A kompl. n-edik egységgyökök ciklikus csoportjában az n-edrendű elemek pontosan a primitív n-edik egységgyökök, amelyek számáról tudjuk, hogy $\varphi(n)$-nel egyenlő. $\square$

Tétel G egy n-edrendű ciklikus csoport és $d\,|\,n$, G azon elemei, melyek $x^d = e$ egyenlet megoldásai egy d-edrendű ciklikus csoportot alkotnak. A G d-edrendű elemeinek száma $\varphi(d)$ és a d-edrendű elemek egymás hatványai.