2025.09.22.

$a^{-1}b \in H \to (a^{-1}b)^{-1} \in H$

$\quad\quad\quad\quad\quad\quad \overset{\parallel}{b^{-1}(a^{-1})^{-1}}$

$(ab)^{-1} \overset{?}{=} b^{-1}a^{-1}$

Biz ha $\boxed{\Rightarrow}$ $aH = bH \to b \in aH$ (mert $b \in bH$) $\to$

$\to \exists h \in H : b = ah \to a^{-1}b = \underbrace{a^{-1}a}_{e}h = h \in H$ — itt lehet majd

$\boxed{\Leftarrow}$ $a^{-1}b \in H \to \exists h \in H : a^{-1}b = h \to aa^{-1}b = ah \to$

$\to b = ah \to bH = (ah)H = a(hH) = aH$ $\square$

|| $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$

$(ab)b^{-1}a^{-1} = aee^{-1} = aa^{-1} = e$ és $b^{-1}a^{-1}(ab) = e$

|| $Ha = Hb$ változatra is igaz az előző két áll

Tétel G csoport, H részcsoportja, a H-szerinti bal- és jobbmellékosztályok halmazai equivalensek (megadható bijekció)

Biz $\phi : aH \mapsto Ha^{-1}$

ϕ bijektív:

- ϕ szürjektív, hisz $\forall b \in G$ $\phi : b^{-1}H \mapsto Hb$
- ϕ injektív, hisz ha $\phi(aH) = \phi(bH) \to Ha^{-1} = Hb^{-1} \to$ $\to a^{-1}b \in H \leftrightarrow aH = bH$

Deff Egy G csoport H rcsoport szerinti (bal)jobbmellékosztályok számosságát a H részcsoport G-beli indexének nevezzük és $|G:H|$ módon jelöljük.

Alg 1.