Def injektív, szürjektív, bijektív

Tétel a fenti tulajdonságokat a $\circ$ megtartja

Biz $\Uparrow$

Tétel $f \subset X \times Y$, $g \subset Y \times X$

$f : X \overset{?}{\to} Y$, $g : Y \overset{?}{\to} X$ bij. és $f = g^{-1} \Longleftrightarrow f \circ g = \Delta_Y$ és $g \circ f = \Delta_X$

Biz $\boxed{\Rightarrow}$ trivi

$\boxed{\Leftarrow}$ $\exists x \in X, f(x) = \emptyset \to g[f(x)] = g[\emptyset] = \emptyset$

$g[f(x)] = (g \circ f)(x) = \Delta_X(x) = \{x\}$ —— ↯ $\to$

$\to \mathrm{Dom}(f) = X$ ($\mathrm{Dom}(g) = Y$ hasonlóan

$\forall x \in X \to \exists y \in f(x) \subset Y$ de $\emptyset \neq g(y) \subset g[f(x)] = \{x\}$

Kaptuk, hogy $\mathrm{Ran}(g) = X$ (hasonlóan $\mathrm{Ran}(f) = Y$)

$\emptyset \neq f(x) \subset f[g(y)] = \{y\} \to f(x) = \{y\}$

Tf f : függvény (has. g is)

$f : X \overset{?}{\to} Y$, $g : Y \overset{?}{\to} X$ szürjektívek

$f(x_1) = f(x_2) \to g(f(x_1)) = g(f(x_2)) \to x_1 = x_2$

kaptuk, h. f ~~és g~~ injektív (g hasonlóan)

$y = f(x) \to g(y) = g(f(x)) = x \to g = f^{-1}$