2025.09.26.

Tétel (Picard – Lindelöf,

$U \subset \mathbb{R}\times\mathbb{R}^n$ nyílt, $f : U \overset{D}{\subset\!\!\to} \mathbb{R}^n$ folyt., $(t_0, y_0) \in U$.

$a>0,\ r>0$ $(\underbrace{H=[t_0-a, t_0+a] \times B(y_0, r)}_{\text{henger-szerű}} \subset U)$

a $\exists L>0\ \forall (t,y_1),(t,y_2) \in H$ $(|f(t,y_1)-f(t,y_2)| \le L|y_1-y_2|$

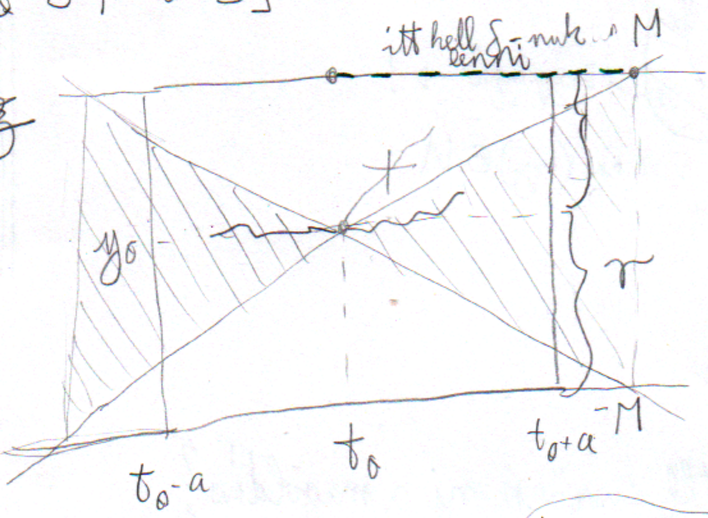
|| Lokális tulajdonság $\rightsquigarrow$ gyanús, hogy kompaktokon teljesül és viszont

|| A fenti következne, ha f MVLL lenne U-n

Akkor $\left.\begin{aligned} y'(t) &= f(t, y(t)) \\ y(t_0) &= y_0 \end{aligned}\right\}$ $\boxed{\text{kép}}$-nek $\exists!$ mo-sa a

$[t_0-\delta, t_0+\delta]$ int-on, ha $\delta < \min(a, \frac{r}{M}, \frac{1}{L})$, ahol $M = \max\limits_H |f|$

Biz



$\boxed{}$-ben lesz a megoldás

$\subset H$

$Y = \underbrace{\{y \in C[t_0-\delta, t_0+\delta] \mid |y(t)-y_0| \le M|t-t_0|\}}_{\text{pillangóban menő fvek}}$

Minden megoldás az Y-ban kell lennie az érintő meredeksége miatt (itt ezt elhisszük)