

4.14 (4) (3) $F_1 : (\forall x)(P(x) \rightarrow (\forall y)(Q(y) \rightarrow \neg L(x, y)))$

$$F_2 : (\exists x)(P(x) \wedge (\forall y)(R(y) \rightarrow L(x, y)))$$

$$G : (\forall x)(R(x) \rightarrow \neg Q(x))$$

解：首先将 F_1 , F_2 和 $\neg G$ 化为子句集：

$$F_1 :$$

$$\textcircled{1} \neg P(x) \vee \neg Q(y) \vee \neg L(x, y)$$

$$F_2 :$$

$$\textcircled{2} P(a)$$

$$\textcircled{3} \neg R(z) \vee L(a, z)$$

$$\neg G :$$

$$\textcircled{4} R(b)$$

$$\textcircled{5} Q(b)$$

然后进行归结：

$$\textcircled{6} \neg Q(y) \vee \neg L(a, y) \qquad \textcircled{1} \textcircled{2} \{a/x\}$$

$$\textcircled{7} L(a, b) \qquad \textcircled{3} \textcircled{4} \{b/z\}$$

$$\textcircled{8} \neg L(a, b) \qquad \textcircled{5} \textcircled{6} \{b/y\}$$

$$\textcircled{9} \text{NIL} \qquad \textcircled{7} \textcircled{8}$$

所以， G 是 F_1 和 F_2 的逻辑结论。

4.15(1) $\{a/x, b/y\}$

(2) $\{f(x)/y, b/z\}$

(3) $P(f(x), y), P(y, f(b))$

解：令 $\sigma_0 = \varepsilon, S_0 = \{P(f(x), y), P(y, f(b))\}$ 。

① 差异集为 $\{f(x), y\}$ ，做替换 $\{f(x)/y\}$ ，则

$$\sigma_1 = \sigma_0 \circ \{f(x)/y\} = \{f(x)/y\}$$

$$S_1 = S_0 \sigma_1 = \{P(f(x), f(x)), P(f(x), f(b))\}$$

② 差异集为 $\{x, b\}$ ，做替换 $\{b/x\}$ ，则

$$\sigma_2 = \sigma_1 \circ \{b/x\} = \{f(b)/y, b/x\}$$

$$S_2 = S_1 \sigma_2 = \{P(f(b), f(b))\}$$

已经是单元集，所以原子句集可合一，且最一般合一为： $\{f(b)/y, b/x\}$ 。

(4) $P(f(y), y, x), P(x, f(a), f(b))$

解：令 $\sigma_0 = \varepsilon, S_0 = \{P(f(y), y, x), P(x, f(a), f(b))\}$ 。

① 差异集为 $\{f(y), x\}$ ，做替换 $\{f(y)/x\}$ ，则

$$\sigma_1 = \sigma_0 \circ \{f(y)/x\} = \{f(y)/x\}$$

$$S_1 = S_0 \sigma_1 = \{P(f(y), y, f(y)), P(f(y), f(a), f(b))\}$$

② 差异集为 $\{y, f(a)\}$ ，做替换 $\{f(a)/y\}$ ，则

$$\sigma_2 = \sigma_1 \circ \{f(a)/y\} = \{f(f(a))/x, f(a)/y\}$$

$$S_2 = S_1 \sigma_2 = \{P(f(f(a)), f(a), f(f(a))), P(f(f(a)), f(a), f(b))\}$$

③ 差异集为 $\{f(a), b\}$ 。由于其中不存在变量，所以原子句集不可合一。

(5) $P(x, y), P(y, x)$

解：令 $\sigma_0 = \varepsilon, S_0 = \{P(x, y), P(y, x)\}$ 。

① 差异集为 $\{x, y\}$ ，做替换 $\{y/x\}$ ，则

$$\sigma_1 = \sigma_0 \circ \{y/x\} = \{y/x\}$$

$$S_1 = S_0 \sigma_1 = \{P(y, y)\}$$

已经是单元集，所以原子句集可合一，且最一般合一为： $\{y/x\}$ 。