

Report: Problém batohu

| | |
|------------------------|----|
| Specifikace úlohy | 2 |
| Vygenerované výsledky | 2 |
| Program | 3 |
| Popis algoritmů | 4 |
| Hardwarová konfigurace | 4 |
| Předpokládané výsledky | 4 |
| Naměřené výsledky | 5 |
| Balance | 5 |
| Correlation | 6 |
| Granularity | 7 |
| MaxCost | 9 |
| MaxWeight | 10 |
| Things | 11 |
| WeightCapRatio | 14 |
| Robust | 17 |
| Závěr | 18 |
| Balance | 18 |
| Correlation | 18 |
| Granularity | 18 |
| MaxCost | 19 |
| MaxWeight | 19 |
| Things | 19 |
| WeightCapRatio | 19 |
| Robust | 19 |
| Přiložené soubory | 20 |

Specifikace úlohy

Úkoly:

1. Řešení konstruktivního 0/1 [problému batohu](#) (dále *problém*).
 - a. Umí využít tyto algoritmy:
 - Brute force
 - Metoda větví a hranic ([Branch & Bounds](#))
 - [Dynamické programování](#)
 - Greedy heuristika
2. Vygenerování dat
 - a. Jednotlivé vygenerované datasety korespondují s použitými parametry instance
3. Experimentální vyhodnocení jednotlivých algoritmů.
 - a. Vyhodnocujeme vlastnosti v závislosti na jednotlivých parametrech instance
 - b. Posuzujeme tyto vlastnosti algoritmů:
 - výpočetní složitost
 - kvalita řešení
 - robustnost

Výpočetní složitost je měřena počtem navštívených konfigurací, tedy vyhodnocených sestav věcí v batohu.

Plné zadání úlohy [zde](#).

Vygenerované výsledky

Pomocí poskytnutého generátoru instancí *problému* byli vygenerovány různé datasety. Každý dataset obsahuje instance, kde právě jeden parametr generátoru se mění a zbytek parametrů je zafixován na konstantních hodnotách.

| Dataset | Popis |
|------------------|--|
| Balance | Parametr určuje poměr lehkých a těžkých věcí v instanci. |
| Correlation | Parametr určuje korelaci ceny s hmotností. |
| GranularityHeavy | Parametr určuje exponent granularity k pro instance, které mají převahu těžkých věcí. Pravděpodobnost, že věc s váhou w bude v instanci zahrnuta, je $p = \frac{1}{(w_{max} - w)^k}$ |
| GranularityLight | Parametr určuje exponent granularity k pro instance, které mají převahu lehkých věcí. Pravděpodobnost, že věc s váhou w bude v instanci zahrnuta, je $p = \frac{1}{w^k}$ |
| MaxCost | Parametr určuje maximální cenu nejdražší věci v instanci. |
| MaxWeight | Parametr určuje maximální hmotnost nejtěžší věci v instanci. |

| Dataset | Popis |
|-----------------------|---|
| Robust | Data obsahují permutaci jedné instance. |
| Things | Parametr určuje počet věcí v instanci. |
| WeightCapRatio | Parametr určuje poměr kapacity batohu k sumární váze. |

Program

Program byl napsán v jazyce Python a je rozdělen do několika souborů:

| Soubor | Popis |
|---------------------------|--|
| knapsackSolver.py | Spuštění programu pro vyhodnocení jednoho souboru s instancemi <i>problému</i> . |
| solver_strategy.py | Obsahuje všechny využívané algoritmy pro vyřešení instancí <i>problému</i> . |
| solver_runner.py | Obsahuje click CLI rozhraní pro aplikaci. |

Pro vyřešení *problému* lze využít tyto **algoritmy**:

- BruteForce
- BB – BranchBounds
- SBB – SortedBranchBounds
- DP
- DPWeight
- Greedy

Popis algoritmů

Algoritmy **BruteForce**, **BB** a **SSB** prohledávají binární strom, kde:

- Uzly jsou tvořeny zadanými věcmi
- Levé hrany vyjadřují, že daná věc nebyla do batohu přidána
- Pravé hrany vyjadřují, že daná věc byla do batohu přidána

Tyto algoritmy strom ořezávají *shora* (překročení kapacity batohu), algoritmy **BB** a **SBB** ořezávají strom i *zdola* (stávající řešení nemůže být lepší než nejlepší dosud nalezené).

U algoritmů **BF** a **SBB** jsou v jednotlivých instancích všechny zadané věci seřazeny sestupně podle vyhodnocení $\frac{cena}{hmotnost}$.

Algoritmus **DP** používá dekompozici problému podle ceny jednotlivých věcí. Vytváří tabulku velikosti $S_M \times N$, kde N značí počet věcí a S_M značí součet cen všech věcí. Tento algoritmus je iterativní, tabulka je plněna odzdoła nahoru.

Algoritmus **DPWeight** používá dekompozici problému podle hmotnosti jednotlivých věcí. Vytváří tabulku $C \times N$, kde N značí počet věcí a C značí maximální kapacitu batohu. Tento algoritmus je rekursivní, tabulka je plněna odshora dolů.

Algoritmus **Greedy** je heuristika, která plní batoh, dokud dostačuje kapacita. Nejdříve jsou v jednotlivých instancích všechny zadané věci seřazeny sestupně podle vyhodnocení $\frac{cena}{hmotnost}$.

Maximální chyba výsledku nelze omezit.

Hardwarová konfigurace

Výsledná data byla vygenerována na operačním systému Linux, procesor 2,3 GHz Intel Core i5, RAM paměť 8 GB 2133 MHz LPDDR3.

Předpokládané výsledky

| Dataset | Předpokládaný výsledek |
|------------------|--|
| Balance | – |
| Correlation | – |
| GranularityHeavy | – |
| GranularityLight | – |
| MaxCost | Očekávám, že na změnu tohoto parametru bude citlivý primárně algoritmus DP. |
| MaxWeight | Očekávám, že na změnu tohoto parametru bude citlivý primárně algoritmus DPWeight. |
| Robust | Algoritmy BruteForce, SBB a Greedy vždy seznam věcí řadí, a proto jsou robustní. |
| Things | Všechny algoritmy budou jistým způsobem citlivé na změnu tohoto parametru. Nejvyšší citlivost očekávám u algoritmu BruteForce, BB a SBB. |
| WeightCapRatio | Tento parametr ovlivňuje velikost kapacity batohu. Proto očekávám, že na změnu tohoto parametru bude citlivý primárně algoritmus DP. |

Naměřené výsledky

Všechny výsledky byli naměřeny na všech vygenerovaných datasetech.

Balance

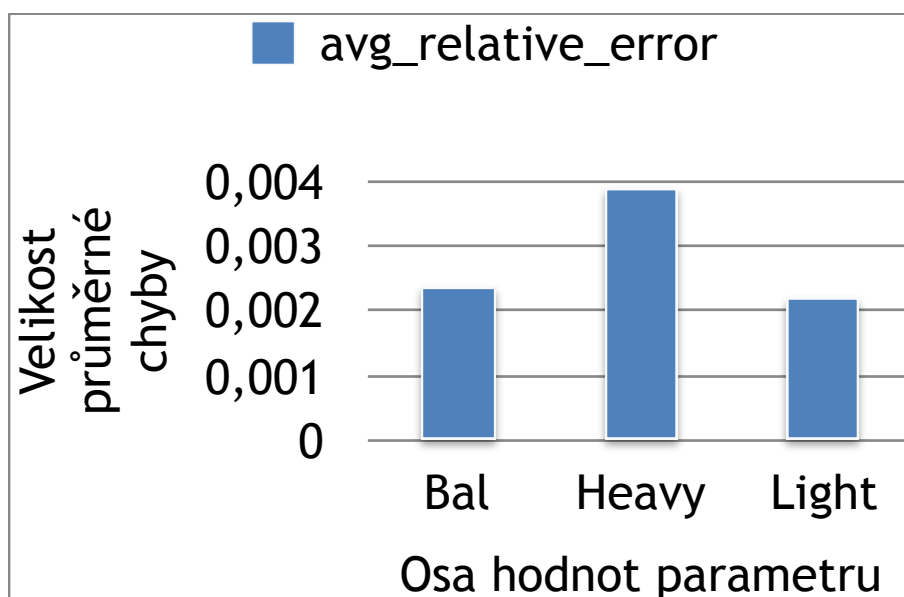
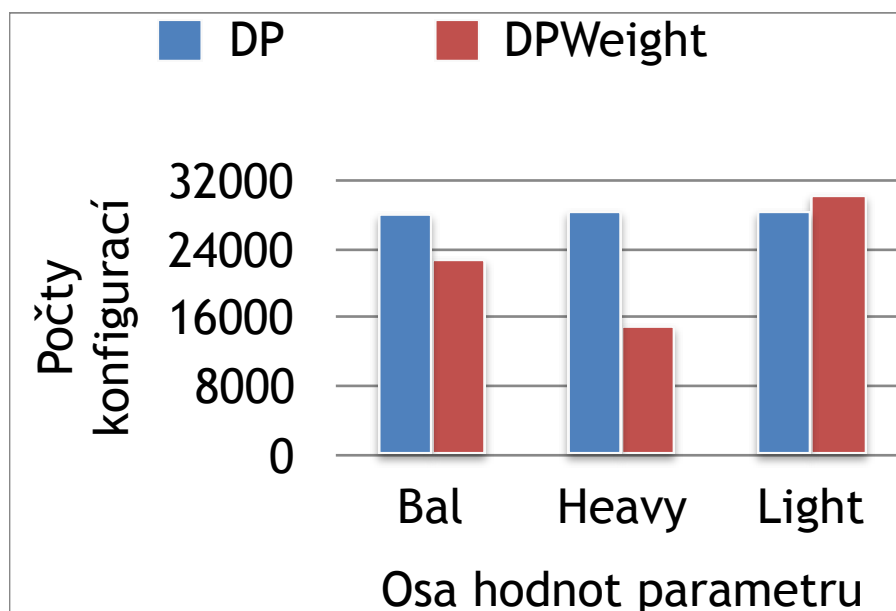
Změna preference lehkých a těžkých věcí v instancích.

Průměr počtu konfigurací na převaze věcí

| balance | BB | Brute | DP | DPWeight | Greedy | SBB |
|---------|--------|----------|---------|----------|--------|--------|
| Bal | 391,11 | 32648,02 | 28080,6 | 22912,5 | 12,56 | 153,05 |
| Heavy | 398,13 | 32634,77 | 28364,7 | 15019,8 | 12,83 | 200,52 |
| Light | 414,97 | 32693,03 | 28364,7 | 30147,6 | 12,05 | 109,51 |

Průměrná a max. chyba na převaze věcí

| balance | max_relative_error | avg_relative_error |
|---------|--------------------|--------------------|
| Bal | 0,053123 | 0,002479 |
| Heavy | 0,057889 | 0,004116 |
| Light | 0,054489 | 0,0023 |



Correlation

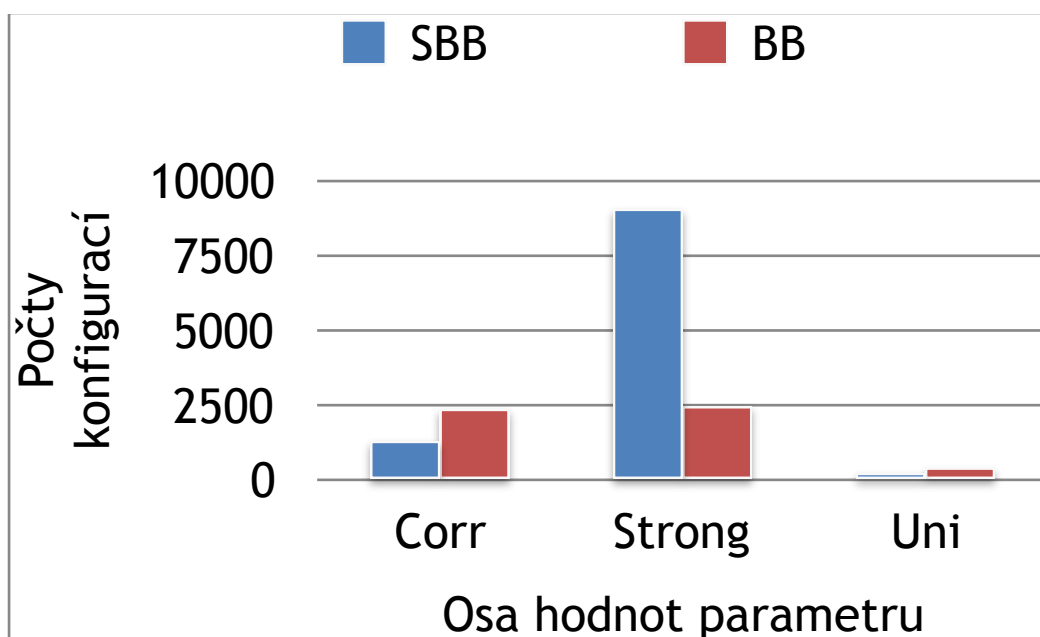
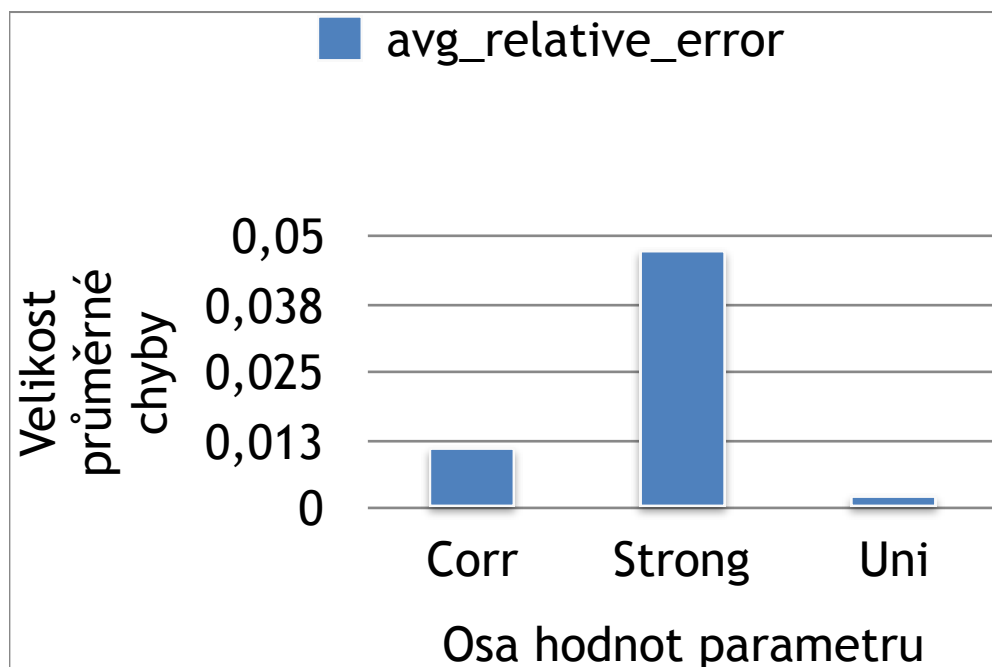
Změna síly korelace ceny s hmotností.

Průměr počtu konfigurací na korelaci s hmotností

| correlation | BB | Brute | DP | DPWeight | Greedy | SBB |
|-------------|---------|----------|---------|----------|--------|---------|
| Corr | 2359,13 | 32387,24 | 28725,9 | 22876,5 | 11,37 | 1262,67 |
| Strong | 2402,18 | 32735,79 | 31164,3 | 22684,5 | 12,93 | 9075,37 |
| Uni | 391,11 | 32648,02 | 28080,6 | 22912,5 | 12,56 | 153,05 |

Průměrná a max. chyba na korelaci s hmotností věcí

| balance | max_relative_error | avg_relative_error |
|---------|--------------------|--------------------|
| Corr | 0,060227 | 0,011222 |
| Strong | 0,145148 | 0,047499 |
| Uni | 0,053123 | 0,002479 |



Granularity

Změna velikosti konstanty granularity, oddělené výsledky pro preferenci malých a velkých věcí.

Průměr počtu konfigurací na granularitě - těžké

| constant | BB | Brute | DP_heavy | DPWeight_Greedy | SBB | |
|----------|--------|----------|----------|-----------------|-------|--------|
| 0,25 | 375,4 | 32638,52 | 28194,78 | 19916,7 | 12,72 | 151,94 |
| 0,5 | 383,82 | 32621,03 | 28014,54 | 17996,94 | 12,73 | 158,75 |
| 0,75 | 383,08 | 32622,62 | 27949,74 | 16147,56 | 12,81 | 156,46 |
| 1,0 | 360,48 | 32624,35 | 28106,22 | 14857,74 | 12,83 | 168,3 |
| 1,25 | 394,58 | 32625,13 | 28216,44 | 13719,54 | 12,88 | 142,96 |
| 1,5 | 395,15 | 32625,7 | 28572,24 | 12866,52 | 12,91 | 123,6 |
| 1,75 | 353,96 | 32627,52 | 28593,72 | 11997,12 | 12,95 | 138,94 |
| 2,0 | 359,26 | 32619,94 | 28414,8 | 11151,54 | 13,01 | 129,06 |
| 2,25 | 380,41 | 32612,01 | 28311,72 | 10430,52 | 13,02 | 138,46 |
| 2,5 | 376,88 | 32603,78 | 28246,56 | 9901,02 | 13,04 | 122,55 |
| 2,75 | 397,71 | 32592,58 | 28080,78 | 9245,04 | 13,01 | 147 |
| 3,0 | 390,89 | 32593,77 | 28045,08 | 8850,06 | 13,06 | 186,06 |

Průměrná a max. chyba na granularitě - těžké

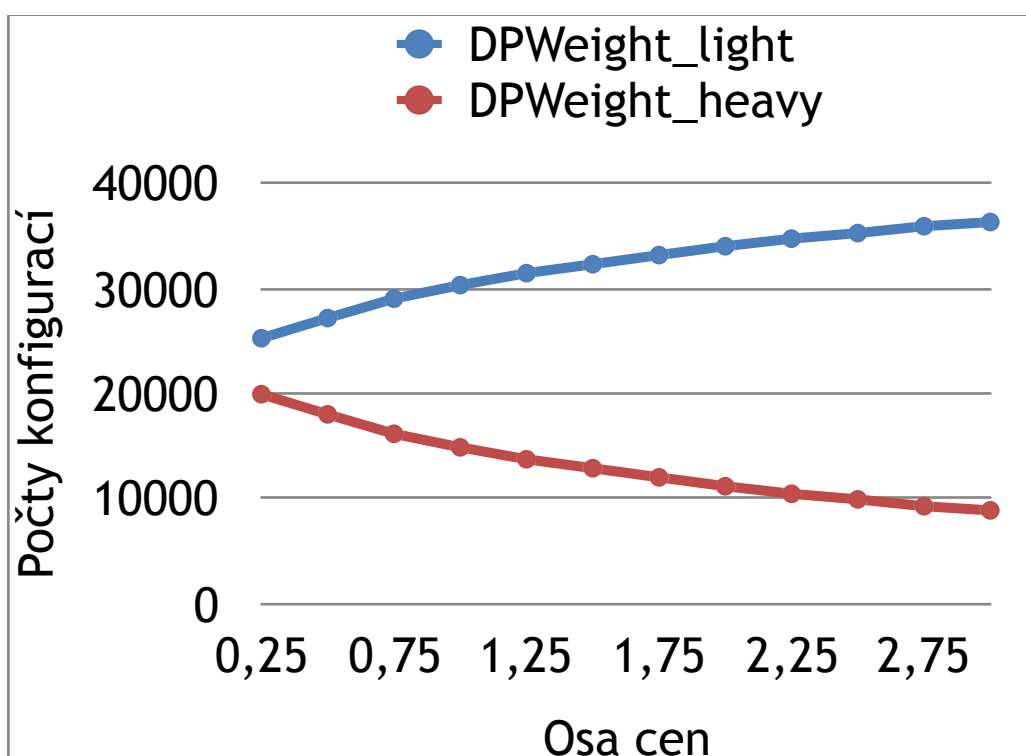
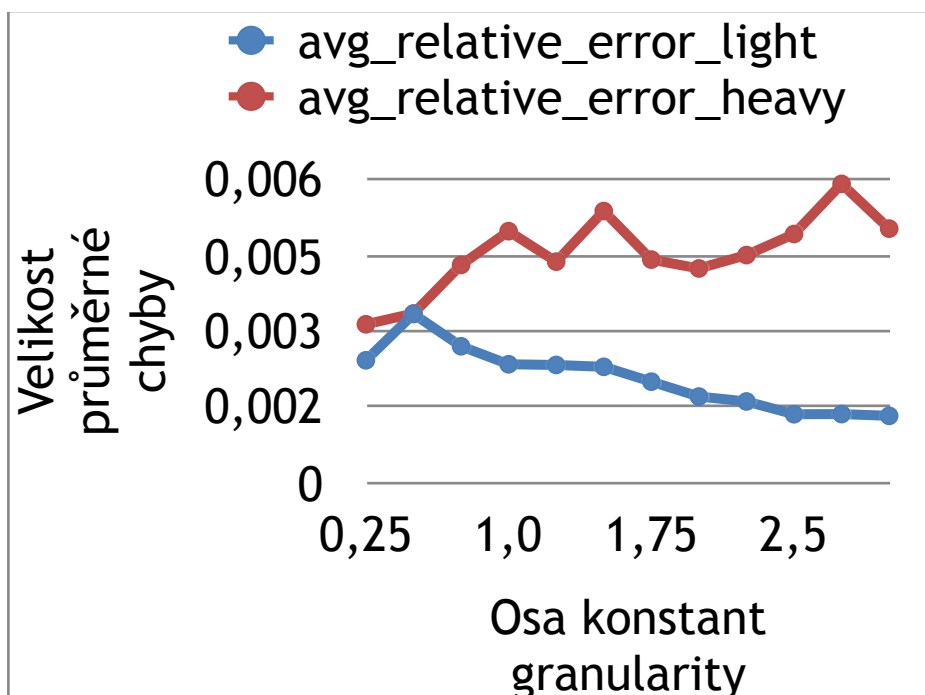
| constant | max_relative_error | avg_relative_error_heavy | |
|----------|--------------------|--------------------------|--|
| 0,25 | 0,033186 | 0,003137 | |
| 0,5 | 0,04875 | 0,003352 | |
| 0,75 | 0,072787 | 0,004318 | |
| 1,0 | 0,069635 | 0,00499 | |
| 1,25 | 0,052876 | 0,004383 | |
| 1,5 | 0,081199 | 0,00539 | |
| 1,75 | 0,052732 | 0,004424 | |
| 2,0 | 0,065878 | 0,004248 | |
| 2,25 | 0,057808 | 0,004514 | |
| 2,5 | 0,093557 | 0,004933 | |
| 2,75 | 0,067905 | 0,00593 | |
| 3,0 | 0,063797 | 0,00504 | |

Průměr počtu konfigurací na granularitě - lehké

| constant | BB | Brute | DP_light | DPWeight_Greedy | SBB | |
|----------|--------|----------|----------|-----------------|-------|--------|
| 0,25 | 395,17 | 32672,28 | 28194,78 | 25251,48 | 12,35 | 116 |
| 0,5 | 397,24 | 32678,36 | 28014,54 | 27171 | 12,22 | 107,28 |
| 0,75 | 348,9 | 32690,76 | 27949,74 | 29019,96 | 12,08 | 83,9 |
| 1,0 | 387,09 | 32694,71 | 28106,22 | 30310,02 | 12,02 | 106,23 |
| 1,25 | 414,91 | 32698,85 | 28216,44 | 31448,88 | 11,99 | 86,03 |
| 1,5 | 391,82 | 32698,8 | 28572,24 | 32301,42 | 11,97 | 85,18 |
| 1,75 | 381,97 | 32702,72 | 28593,72 | 33171 | 11,94 | 94,11 |
| 2,0 | 406,96 | 32702,65 | 28414,8 | 34016,16 | 11,94 | 91,35 |
| 2,25 | 364,4 | 32703,07 | 28311,72 | 34737,54 | 11,92 | 82,46 |
| 2,5 | 406,8 | 32705,48 | 28246,56 | 35266,92 | 11,92 | 82,46 |
| 2,75 | 381,08 | 32705,64 | 28080,78 | 35922,66 | 11,93 | 72,72 |
| 3,0 | 349,62 | 32705,34 | 28045,08 | 36317,58 | 11,92 | 76,31 |

Průměrná a max. chyba na granularitě - lehké

| constant | max_relative_error | avg_relative_error_light |
|----------|--------------------|--------------------------|
| 0,25 | 0,032362 | 0,002421 |
| 0,5 | 0,041877 | 0,003341 |
| 0,75 | 0,038365 | 0,0027 |
| 1,0 | 0,054489 | 0,002342 |
| 1,25 | 0,037779 | 0,002328 |
| 1,5 | 0,043879 | 0,002291 |
| 1,75 | 0,046794 | 0,001996 |
| 2,0 | 0,024663 | 0,0017 |
| 2,25 | 0,023502 | 0,001602 |
| 2,5 | 0,027108 | 0,001348 |
| 2,75 | 0,019515 | 0,001351 |
| 3,0 | 0,024499 | 0,001316 |



MaxCost

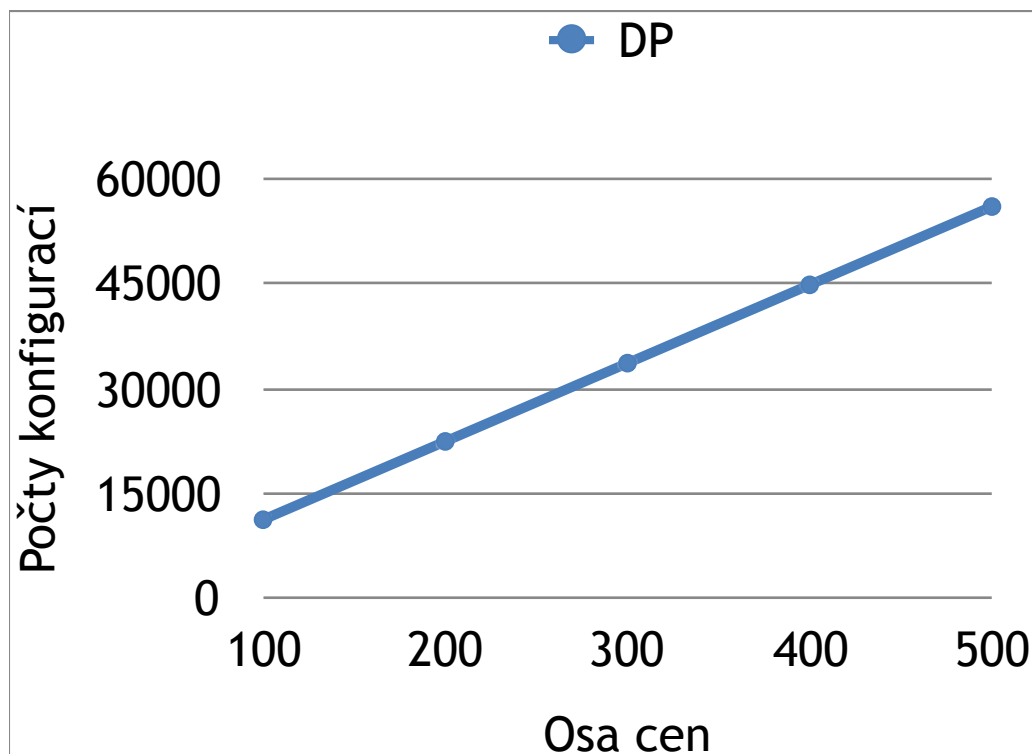
Změna velikosti maximální ceny nejcennější věci v instancích.

Průměr počtu konfigurací na ceně nejdražší věci

| maxcost | BB | Brute | DP | DPWeight | Greedy | SBB |
|---------|--------|----------|----------|----------|--------|--------|
| 100 | 388,94 | 32650,99 | 11300,1 | 22912,5 | 12,56 | 154,43 |
| 200 | 391,9 | 32650,54 | 22488,45 | 22912,5 | 12,56 | 151,79 |
| 300 | 389,63 | 32650,08 | 33675,45 | 22912,5 | 12,56 | 152,22 |
| 400 | 388,92 | 32651,2 | 44864,1 | 22912,5 | 12,56 | 151,7 |
| 500 | 389,35 | 32650,08 | 56053,2 | 22912,5 | 12,56 | 152,07 |

Průměrná a max. chyba na ceně nejdražší věci věci

| maxcost | max_relative_error | avg_relative_error |
|---------|--------------------|--------------------|
| 100 | 0,052326 | 0,002438 |
| 200 | 0,053246 | 0,0025 |
| 300 | 0,05358 | 0,002513 |
| 400 | 0,053708 | 0,002533 |
| 500 | 0,053248 | 0,002512 |



MaxWeight

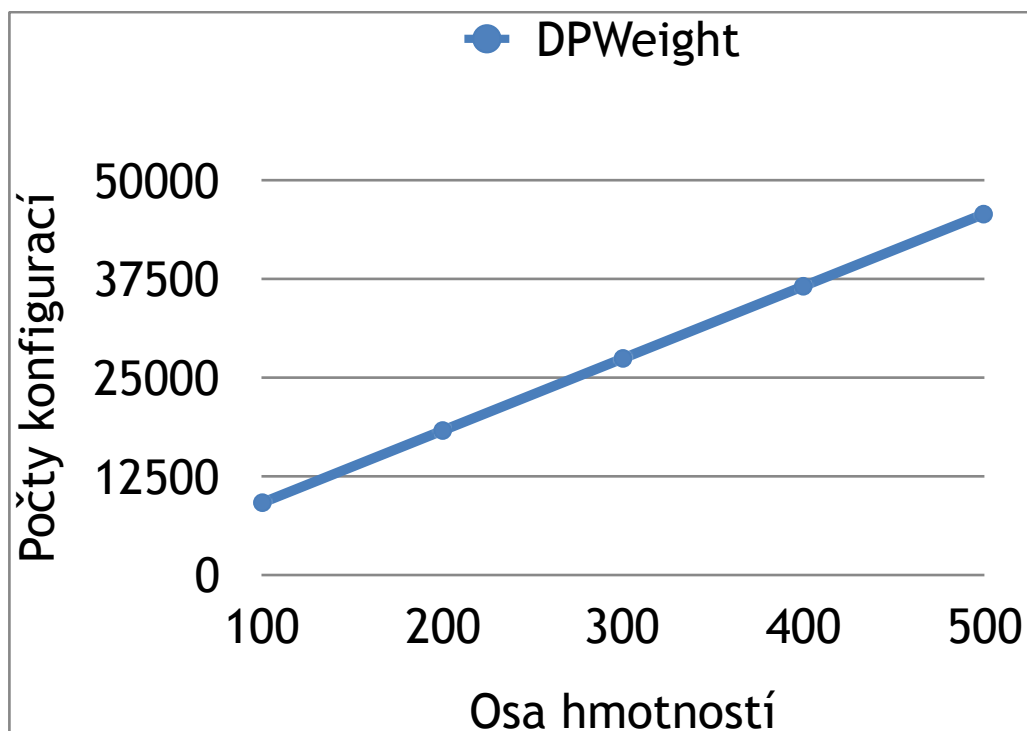
Změna velikosti maximální hmotnosti nejtěžších věcí v instancích.

Průměr počtu konfigurací na hmotnosti nejtěžší věci

| maxweight | BB | Brute | DP | DPWeight | Greedy | SBB | |
|-----------|--------|----------|----------|----------|--------|--------|--|
| 100 | 367,64 | 32660,66 | 27680,34 | 9201,3 | 12,57 | 110,69 | |
| 200 | 368,76 | 32660,24 | 27680,34 | 18320,1 | 12,57 | 111,8 | |
| 300 | 368,42 | 32660,29 | 27680,34 | 27436,38 | 12,57 | 112,24 | |
| 400 | 368,64 | 32660,13 | 27680,34 | 36553,86 | 12,58 | 113,37 | |
| 500 | 368,69 | 32659,98 | 27680,34 | 45670,74 | 12,58 | 113,49 | |

Průměrná a max. chyba na hmotnosti nejtěžší věci

| maxweight | max_relative_error | avg_relative_error | |
|-----------|--------------------|--------------------|--|
| 100 | 0,053123 | 0,002334 | |
| 200 | 0,053123 | 0,002102 | |
| 300 | 0,053123 | 0,002166 | |
| 400 | 0,053123 | 0,002095 | |
| 500 | 0,053123 | 0,002166 | |



Things

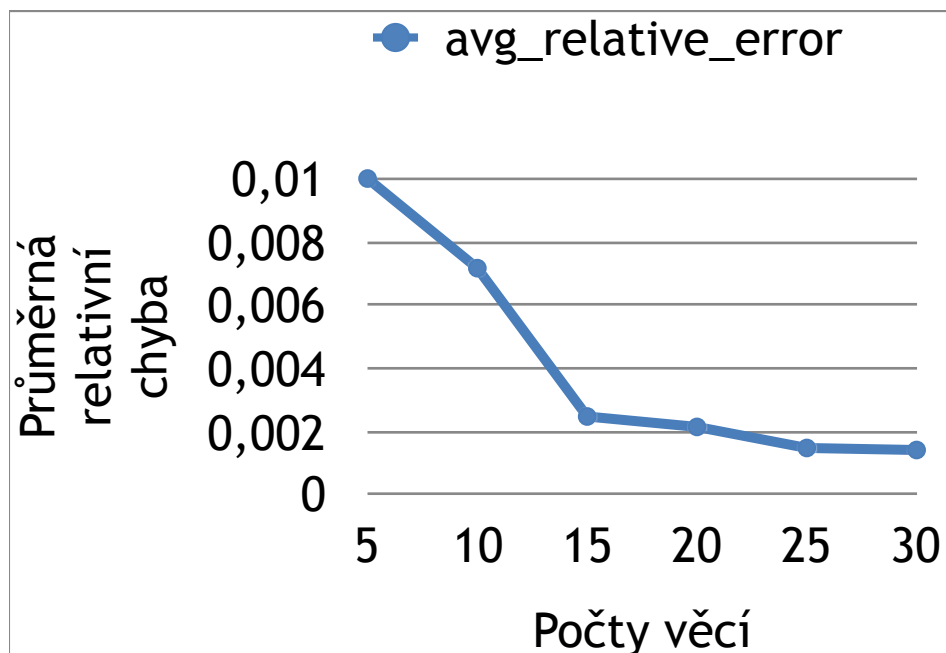
Změna počtu věcí v instancích.

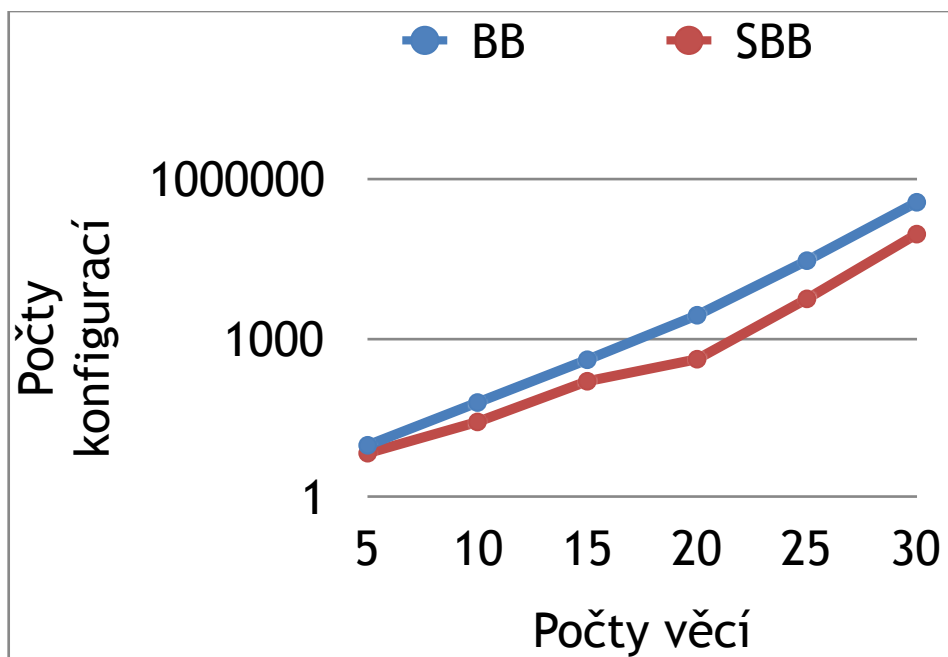
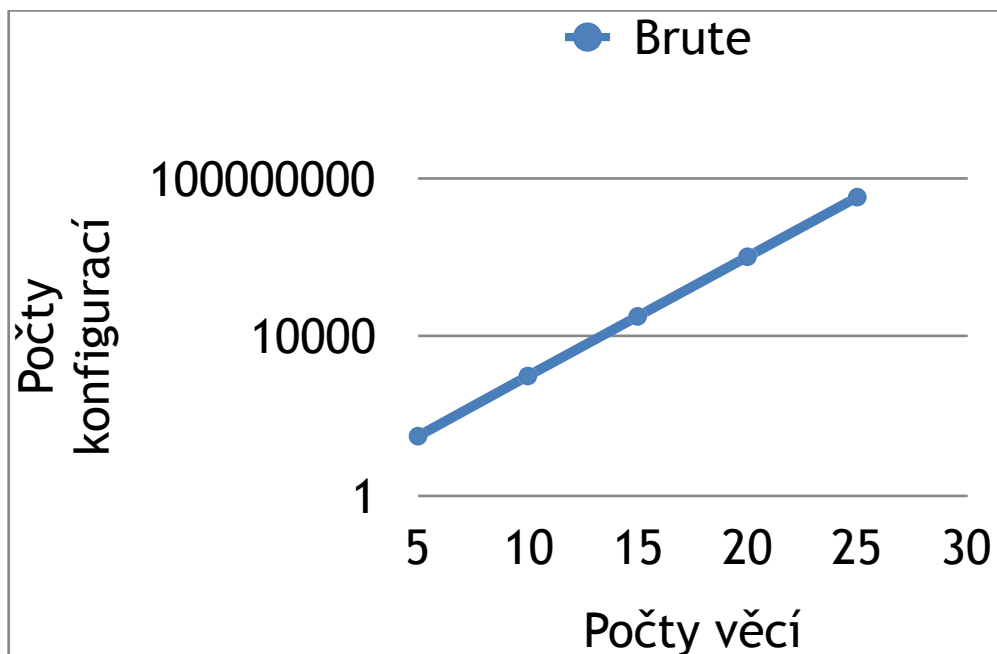
Průměr počtu konfigurací na počet věcí

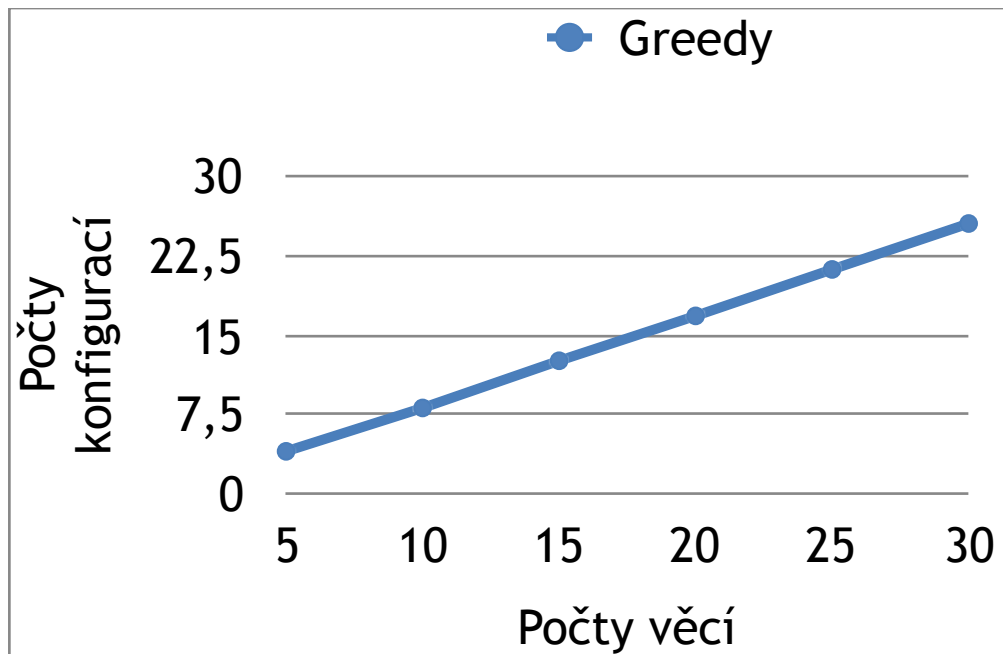
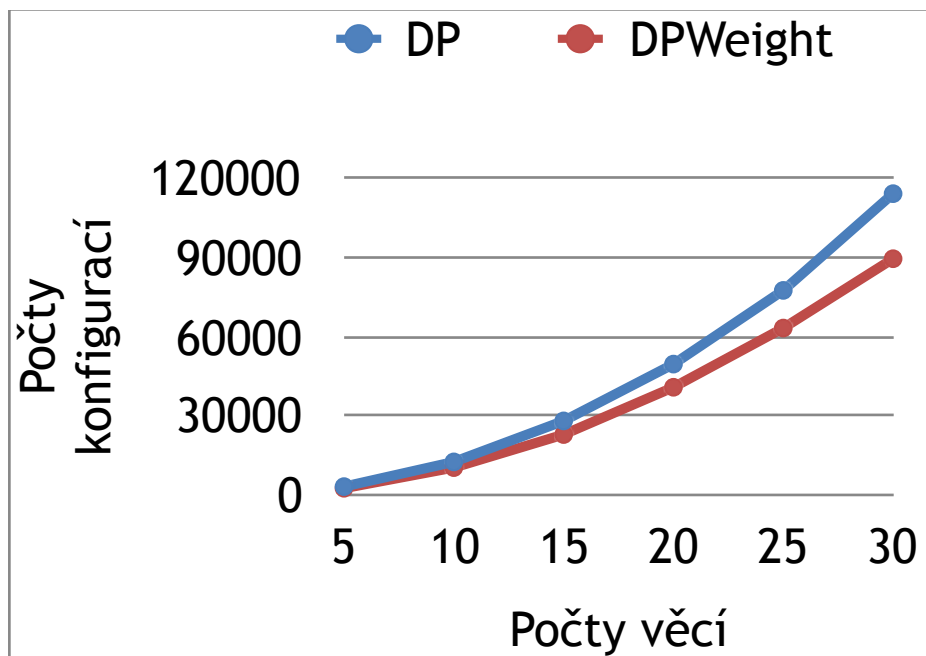
| item_count | BB | Brute | DP | DPWeight | Greedy | SBB |
|------------|-----------|-------------|----------|----------|--------|----------|
| 5 | 9,37 | 30,74 | 3183,8 | 2563,35 | 3,98 | 6,64 |
| 10 | 60,51 | 1016,28 | 12547,6 | 10382,1 | 8,09 | 25,97 |
| 15 | 391,11 | 32648,02 | 28080,6 | 22912,5 | 12,56 | 153,05 |
| 20 | 2724,37 | 1046948,22 | 49603,2 | 40826 | 16,81 | 400,47 |
| 25 | 29475,44 | 33531731,33 | 77524,5 | 63255,25 | 21,21 | 5568,65 |
| 30 | 376196,75 | | 114177,9 | 89528,1 | 25,56 | 93736,49 |

Průměrná a max. chyba na počet věcí

| item_count | max_relative_error | avg_relative_error |
|------------|--------------------|--------------------|
| 5 | 0,197938 | 0,009992 |
| 10 | 0,058071 | 0,007162 |
| 15 | 0,053123 | 0,002479 |
| 20 | 0,029691 | 0,00215 |
| 25 | 0,013593 | 0,001485 |
| 30 | 0,01412 | 0,001421 |







WeightCapRatio

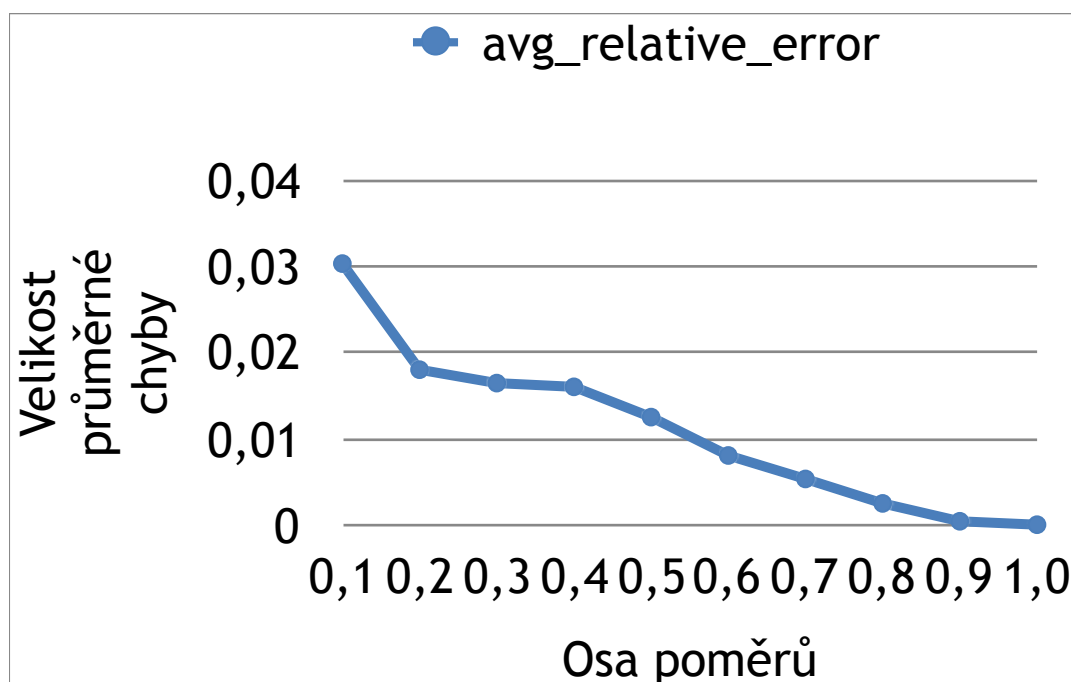
Změna velikosti poměru mezi velikostí kapacity batohu a maximální hmotností.

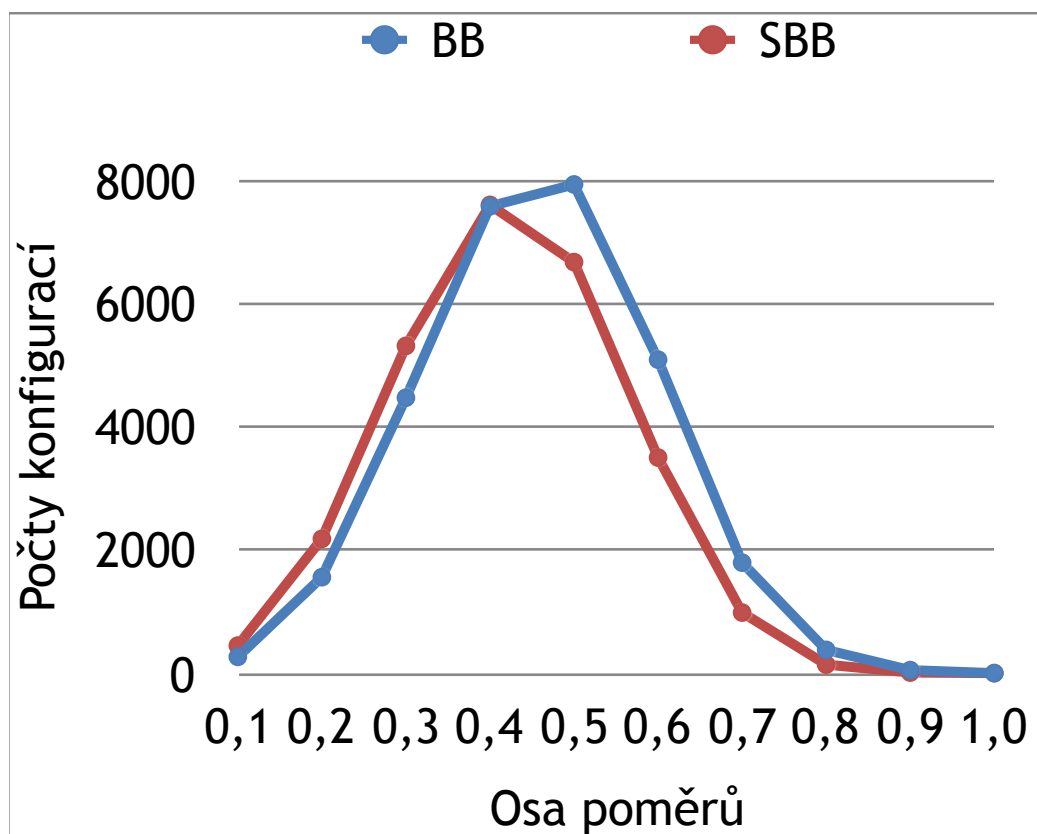
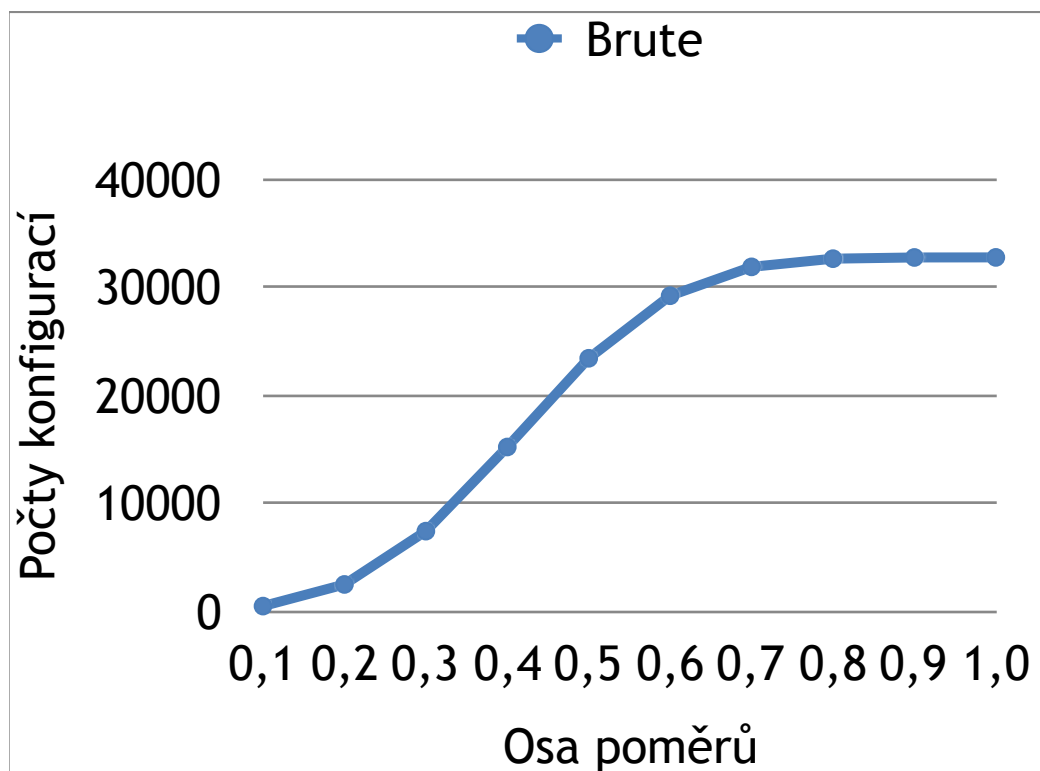
Průměr počtu konfigurací na poměru kapacity batohu k hmotnosti

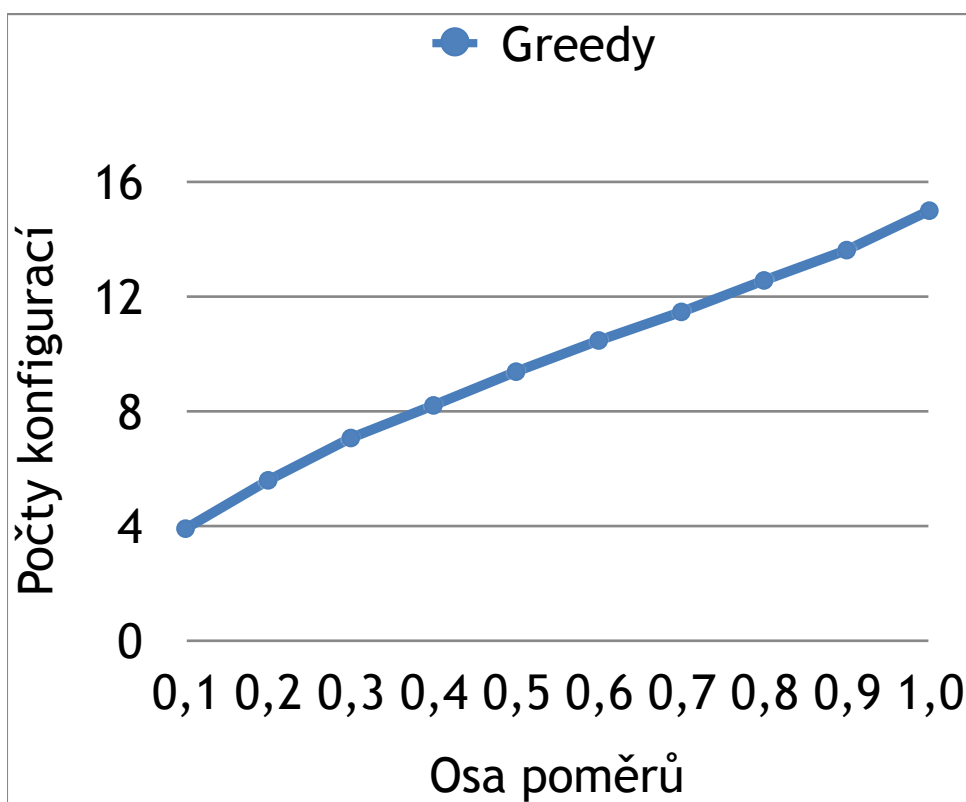
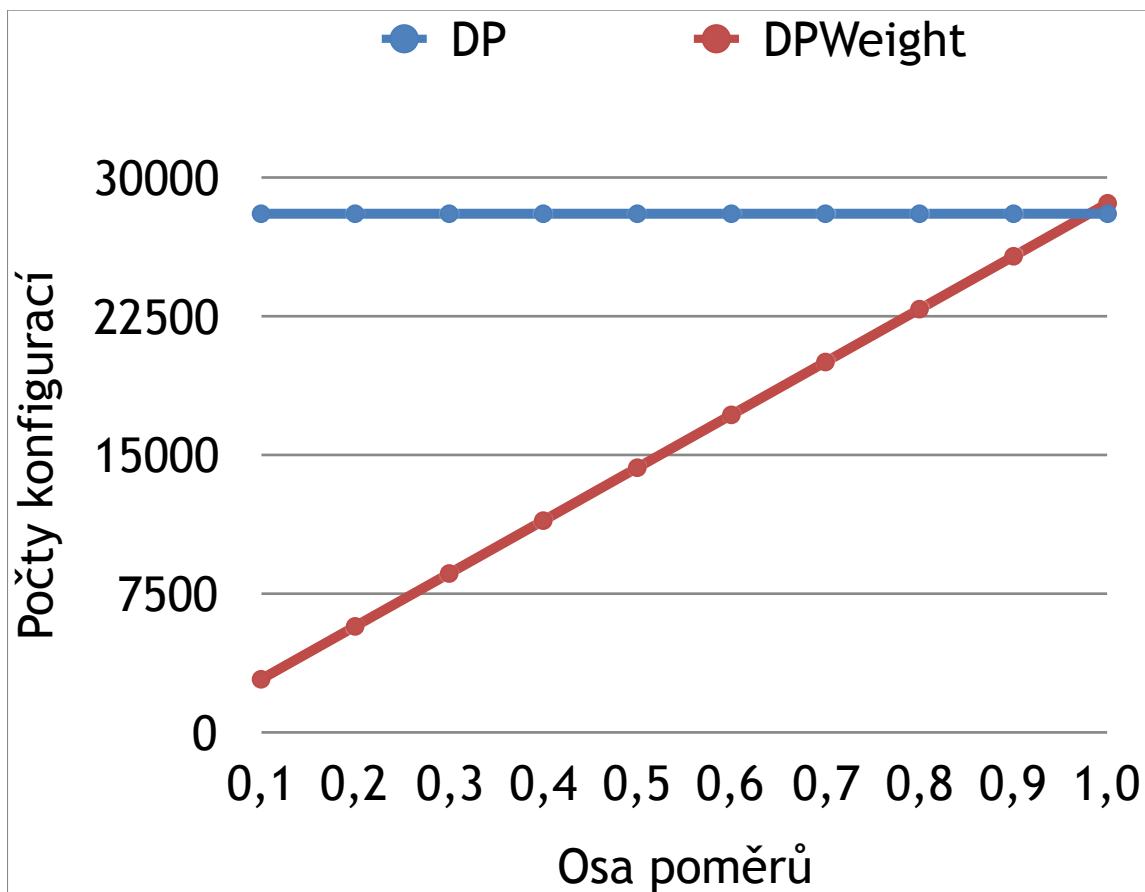
| ratio | BB | Brute | DP | DPWeight | Greedy | SBB | |
|-------|--------|---------|---------|----------|--------|--------|--|
| 0,1 | 278,51 | 468,57 | 28080,6 | 2857,2 | 3,88 | 460,8 | |
| 0,2 | 1569,1 | 2474,15 | 28080,6 | 5723,1 | 5,57 | 2190,8 | |
| 0,3 | 4475,6 | 7411,17 | 28080,6 | 8587,8 | 7,05 | 5315,5 | |
| 0,4 | 7576,9 | 15204,9 | 28080,6 | 11452,8 | 8,19 | 7599,0 | |
| 0,5 | 7929,9 | 23422,0 | 28080,6 | 14320,2 | 9,37 | 6672,3 | |
| 0,6 | 5092,5 | 29216,4 | 28080,6 | 17182,8 | 10,46 | 3506,3 | |
| 0,7 | 1804,3 | 31889,3 | 28080,6 | 20046,3 | 11,46 | 995,72 | |
| 0,8 | 391,11 | 32648,0 | 28080,6 | 22912,5 | 12,56 | 153,05 | |
| 0,9 | 63,78 | 32760,9 | 28080,6 | 25776,9 | 13,62 | 24,33 | |
| 1,0 | 15 | 32767 | 28080,6 | 28647,6 | 15 | 15 | |

Průměrná a max. chyba na poměru kapacity batohu k hmotnosti

| ratio | max_relative_error | avg_relative_error | |
|-------|--------------------|--------------------|--|
| 0,1 | 0,235931 | 0,030398 | |
| 0,2 | 0,109572 | 0,018047 | |
| 0,3 | 0,115385 | 0,016484 | |
| 0,4 | 0,091994 | 0,016049 | |
| 0,5 | 0,080266 | 0,012525 | |
| 0,6 | 0,075496 | 0,008059 | |
| 0,7 | 0,051835 | 0,005326 | |
| 0,8 | 0,053123 | 0,002479 | |
| 0,9 | 0,016807 | 0,000398 | |
| 1,0 | 0 | 0 | |







Robust

Jednotlivé algoritmy byli experimentálně vyzkoušeny permutacích jedné instance pro počet věcí $n = 10$ (1024 permutací) a $n = 15$ (32768 permutací). Jediný algoritmus BB není robustní.

Tato tabulka byla vytvořena odstraněním duplikovaných hodnot sloupce time[#configs].

| strategy | item_count | maximum_sum | time[#configs] |
|----------|------------|-------------|----------------|
| Brute | 10 | 262 | 1022 |
| Brute | 20 | 511 | 1048149 |
| DP | 10 | 262 | 2820 |
| DP | 20 | 511 | 11000 |
| DPWeight | 10 | 262 | 840 |
| DPWeight | 20 | 511 | 4100 |
| SBB | 10 | 262 | 26 |
| SBB | 20 | 511 | 1159 |

Závěr

Balance

| Algoritmus | Poznámky |
|------------|--|
| BruteForce | Výpočetní složitost s hmotnostní preferencí velmi slabě koreluje. |
| BB | Výpočetní složitost s hmotnostní preferencí slabě koreluje. |
| SBB | Výpočetní složitost s hmotnostní preferencí koreluje. |
| DP | Výpočetní složitost s hmotnostní preferencí slabě koreluje. |
| DPWeight | Výpočetní složitost s hmotnostní preferencí koreluje. |
| Greedy | Velikost relativní chyby s hmotnostní preferencí koreluje. Výpočetní složitost s hmotnostní preferencí koreluje. |

Correlation

Výpočetní složitost v závislosti na síle korelace ceny s hmotností je u všech algoritmů mnohem vyšší u silné korelace.

Velikost relativní chyby v závislosti na síle korelace ceny s hmotností je u Greedy algoritmu vyšší.

Granularity

| Algoritmus | Poznámky |
|------------|--|
| BruteForce | Výpočetní složitost s exponentem granularity velmi slabě koreluje. |
| BB a SBB | Výpočetní složitost s exponentem granularity slabě koreluje. |
| DP | Výpočetní složitost s exponentem granularity koreluje úplně stejně pro hmotnostní preferenci lehkých i těžkých věcí. Má tendenci v pravidelných intervalech růst a klesat. |
| DPWeight | Výpočetní složitost s konstantou granularity a preferencí lehkých věcí roste. Výpočetní složitost s konstantou granularity a preferencí těžkých věcí klesá. |
| Greedy | Velikost relativní chyby s konstantou granularity a preferencí lehkých věcí klesá. Velikost relativní chyby s konstantou granularity a preferencí těžkých věcí spíše roste. Výpočetní složitost s konstantou granularity velmi slabě koreluje. |

MaxCost

| Algoritmus | Poznámky |
|------------|--|
| DP | Výpočetní složitost s maximální cenou roste lineárně. |
| Ostatní | Velikost relativní chyby a výpočetní složitost s počtem věcí nekoreluje. |

MaxWeight

| Algoritmus | Poznámky |
|------------|--|
| DPWeight | Výpočetní složitost s maximální hmotností roste lineárně. |
| Ostatní | Velikost relativní chyby a výpočetní složitost s počtem věcí nekoreluje. |

Things

| Algoritmus | Poznámky |
|---------------|---|
| BruteForce | Výpočetní složitost s počtem věcí roste exponenciálně. |
| BB a SBB | Výpočetní složitost s počtem věcí roste exponenciálně, ale pomaleji než u algoritmu BruteForce. |
| DP a DPWeight | Výpočetní složitost s počtem věcí roste. |
| Greedy | Velikost relativní chyby klesá s počtem věcí. Výpočetní složitost s počtem věcí roste lineárně. |

WeightCapRatio

| Algoritmus | Poznámky |
|------------|---|
| BruteForce | Výpočetní složitost s velikostí poměru roste. |
| BB a SBB | Graf výpočetní složitosti s velikostí poměru připomíná graf kvadratické funkce s vrcholem v hodnotě 0.5. |
| DPWeight | Výpočetní složitost s velikostí poměru lineárně roste. |
| DP | Výpočetní složitost s velikostí poměru nekoreluje. |
| Greedy | Velikost relativní chyby klesá s velikostí poměru. Výpočetní složitost s velikostí poměru roste lineárně. |

Robust

Bylo experimentálně dokázáno, že pouze algoritmus BB není robustní.

Přiložené soubory

| Název | Popis |
|-------------------------|---|
| analysis | Složka s analýzou algoritmů. Obsahuje jupyter notebooky a výstupní hodnoty instancí, které byli algoritmy zpracovány. |
| data | Sady instancí řešeného <i>problému</i> . |
| algorithm_tester | Python modul testeru algoritmů. |
| tests | Unit testy programu. |
| analysis.ipynb | Jupyter notebook použitý pro zpracování výstupních dat. |