

Adunarea a două numere în baza p

Se dau două numere întregi A și B reprezentate în baza p .

$A = (a_m a_{m-1} \dots a_1 a_0)_{(p)}$, având $m+1$ cifre și

$B = (b_n b_{n-1} \dots b_1 b_0)_{(p)}$, având $n+1$ cifre.

Să se calculeze: $A + B = C = (c_k c_{k-1} \dots c_1 c_0)_{(p)}$, având $k+1$ cifre.

Adunarea celor două numere se realizează începând cu cifra unităților (cu indicele 0), de la dreapta spre stânga, procesul fiind repetitiv cu un număr de $\max(m, n) + 1$ iterații.

La fiecare iterație se adună cifrele (după ce s-au convertit în zecimal) de pe poziții omoloage din A și B și cifra de transport (0 sau 1) de la iterația precedentă.

Suma rezultată furnizează 2 cifre:

- cifra de transport utilizată în iterația următoare este câtul împărțirii sumei la p ;
- cifra corespunzătoare pozițional din numărul C este restul împărțirii sumei la p ;

!!! Toate operațiile se efectuează în zecimal.

Dacă se consideră o cifră de transport inițial $t_0 = 0$ și se completează la stânga numărul A cu $\max(m, n) - m$ cifre de 0 (ne semnificative) sau numărul B cu $\max(m, n) - n$ cifre de 0 (ne semnificative), se poate uniformiza procesul folosindu-se următoarele formule matematice:

$$c'_i = (a'_i + b'_i + t_i) - \left\lfloor \frac{a'_i + b'_i + t_i}{p} \right\rfloor * p, i = 0, 1, \dots, \max(m, n)$$

$$t_{i+1} = \left\lfloor \frac{a'_i + b'_i + t_i}{p} \right\rfloor, i = 1, \dots, \max(m, n)$$

- unde: $a'_i = (a_i)_{(p)}$, $b'_i = (b_i)_{(p)}$ (s-au convertit în zecimal cifrele din cele două numere)

- calculele din formulele precedente se efectuează în baza 10

c'_i = restul împărțirii sumei $a'_i + b'_i + t_i$ la baza p

$(c_i)_{(p)} = c'_i$ (se convertește c'_i într-o cifră a bazei p)

t_{i+1} = câtul împărțirii sumei $a'_i + b'_i + t_i$ la baza p

Dacă $t_{\max(m, n) + 1} = 0$ atunci $k = \max(m, n)$,

altfel $k = \max(m, n) + 1$ și $c_k = t_k$ (este 1, ultima cifra de transport)

Exemplul 1: $43012_{(5)} + 3243_{(5)} = ?_{(5)}$

$ \begin{array}{r} 110110 \\ 43012_{(5)} + \\ 03243_{(5)} \\ \hline 101312_{(5)} \end{array} $	$m=4, n=3$ $i=0: t_0 = 0$ $2_{(5)} + 3_{(5)} + 0_{(5)} = 2 + 3 + 0 = 5$ $t_1 = \lfloor 5/5 \rfloor = 1, c'_0 = 5 - 1*5 = 0$ $c_0 = 0_{(5)}$ $i=1: t_1 = 1$ $1_{(5)} + 4_{(5)} + 1_{(5)} = 1 + 4 + 1 = 6$ $t_2 = \lfloor 6/5 \rfloor = 1, c'_1 = 6 - 1*5 = 1$	$i=2: t_2 = 1$ $0_{(5)} + 2_{(5)} + 1_{(5)} = 0 + 2 + 1 = 3$ $t_3 = \lfloor 3/5 \rfloor = 0, c'_2 = 3 - 0*5 = 3$ $c_2 = 3_{(5)}$ $i=3: t_3 = 0$ $3_{(5)} + 3_{(5)} + 0_{(5)} = 3 + 3 + 0 = 6$ $t_4 = \lfloor 6/5 \rfloor = 1, c'_3 = 6 - 1*5 = 1$
--------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

$$\begin{aligned}
c_1 &= 1_{(5)} & c_3 &= 1_{(5)} \\
i=4 : \quad t_4 &= 1 \\
4_{(5)} + 0_{(5)} + 1_{(5)} &= 4 + 0 + 1 = 5 \\
t_5 &= \lfloor 5/5 \rfloor = 1, \quad c'_4 = 5 - 1 \cdot 5 = 0 \\
c_4 &= 0_{(5)} \\
k &= 5, \quad c_5 = t_5 = 1_{(5)} \\
43012_{(5)} + 3243_{(5)} &= 101312_{(5)}
\end{aligned}$$

Exemplul 2: $A5F_{(16)} + 96BD_{(16)} = ?_{(16)}$

$$\begin{array}{rcl}
\begin{array}{r}
01110 \\
0A5F_{(16)} + \\
96BD_{(16)} \\
\hline
A11C_{(16)}
\end{array} & \begin{array}{l}
m=3, n=2 \\
i=0 : \quad t_0 = 0 \\
F_{(16)} + D_{(16)} + 0_{(16)} = 15 + 13 + 0 = 28 \\
t_1 = \lfloor 28/16 \rfloor = 1, \quad c'_0 = 28 - 1 \cdot 16 = 12 \\
c_0 = C_{(16)} \\
i=1 : \quad t_1 = 1 \\
5_{(16)} + B_{(16)} + 1_{(16)} = 5 + 11 + 1 = 17 \\
t_2 = \lfloor 17/16 \rfloor = 1, \quad c'_1 = 17 - 16 \cdot 1 = 1 \\
c_1 = 1_{(16)} \\
k = 3, \quad t_4 = 0 \\
A5F_{(16)} + 96BD_{(16)} = A11C_{(16)}
\end{array} & \begin{array}{l}
i=2 : \quad t_2 = 1 \\
A_{(16)} + 6_{(16)} + 1_{(16)} = 10 + 6 + 1 = 17 \\
t_3 = \lfloor 17/16 \rfloor = 1, \quad c'_2 = 17 - 16 \cdot 1 = 1 \\
c_2 = 1_{(16)} \\
i=3 : \quad t_3 = 0 \\
0_{(16)} + 9_{(16)} + 1_{(16)} = 0 + 9 + 1 = 10 \\
t_4 = \lfloor 10/16 \rfloor = 0, \quad c'_3 = 10 - 0 \cdot 16 = 10 \\
c_3 = A_{(16)}
\end{array}
\end{array}$$

Exemplul 3: $1110101101_{(2)} + 110110011_{(2)} = ?_{(2)}$

$$\begin{array}{r}
1110111110 \\
1110101101_{(2)} + \\
0110110011_{(2)} \\
\hline
10101100000_{(2)}
\end{array}$$

Scăderea a două numere în baza p

Se dau două numere întregi A și B scrise în baza p , $A \geq B$.

$A = (a_m a_{m-1} \dots a_1 a_0)_{(p)}$, având $m+1$ cifre și

$B = (b_n b_{n-1} \dots b_1 b_0)_{(p)}$, având $n+1$ cifre, $m \geq n$.

Să se calculeze: $A - B = C = (c_k c_{k-1} \dots c_1 c_0)_{(p)}$, având $k+1$ cifre.

Scăderea celor două numere se realizează începând cu cifra unităților (indicele 0), de la dreapta spre stânga. Dacă este cazul se va completa spre stânga cu $m-n$ zerouri numărul B .

Se va scădea așadar b_0 din a_0 . Dacă $a_0 < b_0$, se va împrumuta o unitate din cifra de rang superior din A , ceea ce înseamnă (datorită scrierii poziționale a numerelor) că se va împrumuta cu valoarea p a bazei, efectuându-se operația $a_0 + p - b_0$. Se obține astfel cifra c_0 .

Împrumutul poate fi considerat a fi o cifră de transport care poate lua valoarea 0 respectiv -1 în cazul unui împrumut.

Pentru următoarele diferențe, se vor aduna transportul la cifra din A înainte de a încerca scăderea cifrei omoloage din B . Scăderea se va efectua în mod analog. Se repetă acest proces până la epuizarea cifrelor lui A . Rezultatul va avea maxim $m+1$ cifre.

Dacă se consideră o cifră de transport inițial $t_0 = 0$ și se completează numărul B cu $m-n$ cifre de 0, se poate uniformiza procesul folosindu-se următoarea formulă matematică:

$$c'_i = \begin{cases} a'_i + t_i - b'_i & , \text{dacă } a'_i + t_i \geq b'_i, \text{ iar } t_{i+1} = 0 \\ a'_i + t_i + p - b'_i & , \text{dacă } a'_i + t_i < b'_i, \text{ iar } t_{i+1} = -1 \end{cases}, i = \overline{0, m}$$

Există posibilitatea ca cele mai semnificative cifre ale lui C să fie egale cu 0. Astfel, numărul real de cifre k trebuie actualizat astfel încât $c_k \neq 0$ și $\forall l > k, l \leq m, c_l = 0$, respectiv 0 dacă toate cifrele lui C sunt 0.

- unde: $a'_i = (a_i)_{(p)}, b'_i = (b_i)_{(p)}$ (s-au convertit în zecimal cifrele din cele două numere)

- calculele din formulele precedente se efectuează în baza 10

$(c_i)_{(p)} = c'_i$ (se convertește c'_i într-o cifră a bazei p)

Exemplul 1: $A11C_{(16)} - A5F_{(16)} = ?_{(16)}$

$\begin{array}{r} -1 -1 -1 0 \\ A11C_{(16)} - \\ 0A5F_{(16)} \\ \hline 96BD_{(16)} \end{array}$	$m=3, n=2, t_0 = 0$ $i=0 :$ $C_{(16)} + 0_{(16)} < F_{(16)} \Rightarrow$ împrumut o unitate de la cifra de ordin imediat superior care devine $10_{(16)}$ la nivelul poziției curente și $t_1 = -1$ $C_{(16)} + 0_{(16)} + 10_{(16)} - F_{(16)} = (\text{conversie în zecimal}) = 12 + 16 - 15 = 13 = c'_0$ $c_0 = D_{(16)}$ $i=1 :$ $t_1 = -1$ $1_{(16)} + (-1)_{(16)} < 5_{(16)} \Rightarrow$ împrumut de la cifra de ordin imediat superior $\Rightarrow t_2 = -1$ $1_{(16)} + (-1)_{(16)} + 10_{(16)} - 5_{(16)} = 1 - 1 + 16 - 5 = 11 = c'_1$ $c_1 = B_{(16)}$ $i=2 :$ $t_2 = -1$ $1_{(16)} + (-1)_{(16)} < A_{(16)} \Rightarrow$ împrumut de la cifra de ordin imediat superior $\Rightarrow t_3 = -1$ $1_{(16)} + (-1)_{(16)} + 10_{(16)} - A_{(16)} = 1 - 1 + 16 - 10 = 6 = c'_2$ $c_2 = 6_{(16)}$ $i=3 :$ $t_3 = -1$ $A_{(16)} + (-1)_{(16)} > 0_{(16)}$ $A_{(16)} + (-1)_{(16)} - 0_{(16)} = 10 - 1 - 0 = 9 = c'_3$ $c_3 = 9_{(16)}$
-------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Exemplul 2: $20053_{(6)} - 4444_{(6)} = ?_{(6)}$

$\begin{array}{r} -1 -1 0 -1 0 \\ 20053_{(6)} - \\ 04444_{(6)} \\ \hline 11205_{(6)} \end{array}$	$m=4, n=3, t_0 = 0$ $i=0 :$ $3_{(6)} + 0_{(6)} < 4_{(6)} \Rightarrow$ împrumut o unitate de la cifra de ordin imediat superior care devine $10_{(6)}$ la nivelul poziției curente și $t_1 = -1$ $3_{(6)} + 0_{(6)} + 10_{(6)} - 4_{(6)} = (\text{conversie în zecimal}) = 3 + 6 - 4 = 5 = c'_0$ $c_0 = 5_{(6)}$
---------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

$$i=1 : t_1 = -1$$

$$5_{(6)} + (-1)_{(6)} \geq 4_{(6)} \Rightarrow t_2 = 0$$

$$5_{(6)} + (-1)_{(6)} - 4_{(6)} = 5 - 1 - 4 = 0 = c'_1$$

$$c_1 = 0_{(6)}$$

$$i=2 : t_2 = 0$$

$$0_{(6)} + 0_{(6)} < 4_{(6)} \Rightarrow \text{împrumut de la cifra de ordin imediat superior} \Rightarrow t_3 = -1$$

$$0_{(6)} + 0_{(6)} + 10_{(6)} - 4_{(6)} = 6 - 4 = 2 = c'_2$$

$$c_2 = 2_{(6)}$$

$$i=3 : t_3 = -1$$

$$0_{(6)} + (-1)_{(6)} < 4_{(6)} \Rightarrow \text{împrumut de la cifra de ordin imediat superior} \Rightarrow t_4 = -1$$

$$0_{(6)} + (-1)_{(6)} + 10_{(6)} - 4_{(6)} = -1 + 6 - 4 = 1 = c'_3$$

$$c_3 = 1_{(6)}$$

$$i=4 : t_4 = -1$$

$$2_{(6)} + (-1)_{(6)} > 0_{(6)}$$

$$2_{(6)} + (-1)_{(6)} - 0_{(6)} = 2 - 1 = 1 = c'_4$$

$$c_4 = 1_{(6)}$$

Exemplul 3: $110001011000_{(2)} - 1110110011_{(2)} = ?_{(2)}$

$$0 - 1 - 1 - 1 - 0 - 1 - 0 - 0 - 1 - 1 - 1 - 0$$

$$110001011000_{(2)} -$$

$$001110110011_{(2)}$$

$$100010100101_{(2)}$$

Înmulțirea unui număr cu o cifră în baza p

Se dau un număr întreg A și o cifră b scrise în baza p :

$$A = (a_m a_{m-1} \dots a_1 a_0)_{(p)}, \text{ având } m+1 \text{ cifre și } b_{(p)}.$$

Să se calculeze: $A * b = C = (c_k c_{k-1} \dots c_1 c_0)_{(p)}$, având $k+1$ cifre.

Înmulțirea se realizează începând cu cifra unităților (cu indicele 0), de la dreapta spre stânga, procesul fiind repetitiv cu un număr de $m+1$ iterații.

La fiecare iterație se înmulțește cifra curentă din A cu b , după ce s-au convertit în zecimal și se adună cifra de transport de la iterația precedentă. Valoarea calculată furnizează 2 cifre:

- cifra de transport utilizată în iterația următoare este câtul împărțirii valorii calculate la p ;
- cifra corespunzătoare pozițional din numărul C este restul împărțirii valorii calculate la p ;

!!! Toate operațiile se efectuează în zecimal.

Dacă se consideră o cifră de transport inițial $t_0 = 0$ se poate uniformiza procesul folosindu-se următoarele formule matematice:

$$k = m$$

$$c'_i = (a'_i * b' + t_i) - \left\lfloor \frac{a'_i * b' + t_i}{p} \right\rfloor * p, i = \overline{0, k}$$

$$t_{i+1} = \left\lfloor \frac{a'_i * b' + t_i}{p} \right\rfloor, i = \overline{0, k}$$

Dacă $t_{m+1} \neq 0$ atunci $k = m + 1$.

- unde: $a'_i = (a_i)_{(p)}, b'_i = (b_i)_{(p)}$ (s-au convertit în zecimal cifrele din A și cifra b)

- calculele din formulele precedente se efectuează în baza 10

- t_{i+1} = câtul împărțirii $a'_i * b' + t_i$ la baza p , $t_i, i = \overline{0, m}$ sunt valori zecimale

- c'_i = restul împărțirii $a'_i * b' + t_i$ la baza p

$(c_i)_{(p)} = c'_i$ (se convertește c'_i într-o cifră a bazei p)

Numărul rezultat C va avea $k = m + 1$ cifre sau $k = m$ dacă $t_{m+1} = 0$,

Exemplul 1: $2031_{(4)} * 3_{(4)} = ?_{(4)}$

1 0 2 0 0

$m=3$

2031₍₄₎ *
3₍₄₎

$i=0: t_0 = 0$

$$1_{(4)} * 3_{(4)} + 0_{(4)} = 1 * 3 + 0 = 3$$

$$t_1 = [3/4] = 0, c'_0 = 3 - 0 * 4 = 3$$

12213₍₄₎

$$c_0 = 3_{(4)}$$

$i=1: t_1 = 0$

$$3_{(4)} * 3_{(4)} + 0_{(4)} = 3 * 3 + 0 = 9$$

$$t_2 = [9/4] = 2, c'_1 = 9 - 2 * 4 = 1$$

$$c_1 = 1_{(4)}$$

$$k = 4, t_4 = 1, c_4 = 1$$

$$2031_{(4)} * 3_{(4)} = 12213_{(4)}$$

$i=2: t_2 = 2$

$$0_{(4)} * 3_{(4)} + 2_{(4)} = 0 * 3 + 2 = 2$$

$$t_3 = [2/4] = 0, c'_2 = 2 - 0 * 4 = 2$$

$$c_2 = 2_{(4)}$$

$i=3: t_3 = 0$

$$2_{(4)} * 3_{(4)} + 0_{(4)} = 2 * 3 + 0 = 6$$

$$t_4 = [6/4] = 1, c'_3 = 6 - 1 * 4 = 2$$

$$c_3 = 2_{(4)}$$

Exemplul 2: $2B5F_{(16)} * A_{(16)} = ?_{(16)}$

1 7 3 9 0

$m=3$

2B5F₍₁₆₎ *
A₍₁₆₎

$i=0: t_0 = 0$

$$F_{(16)} * A_{(16)} + 0_{(16)} = 15 * 10 + 0 = 150$$

$$t_1 = [150/16] = 9, c'_0 = 150 - 9 * 16 = 6$$

1B1B6₍₁₆₎

$$c_0 = 6_{(16)}$$

$i=1: t_1 = 9$

$$5_{(16)} * A_{(16)} + 9_{(16)} = 5 * 10 + 9 = 59$$

$$t_2 = [59/16] = 3, c'_1 = 59 - 3 * 16 = 11$$

$$c_1 = B_{(16)}$$

$$k = 4, t_4 = 1$$

$$2B5F_{(16)} * A_{(16)} = 1B1B6_{(16)}$$

$i=2: t_2 = 3$

$$B_{(16)} * A_{(16)} + 3_{(16)} = 11 * 10 + 3 = 113$$

$$t_3 = [113/16] = 7, c'_2 = 113 - 7 * 16 = 1$$

$$c_2 = 1_{(16)}$$

$i=3: t_3 = 7$

$$2_{(16)} * A_{(16)} + 7_{(16)} = 2 * 10 + 7 = 27$$

$$t_4 = [27/16] = 1, c'_3 = 27 - 1 * 16 = 11$$

$$c_3 = B_{(16)}$$

Împărțirea unui număr la o cifră în baza p

Se dau un număr întreg A și o cifră b scrise în baza p :

$$A = (a_m a_{m-1} \dots a_1 a_0)_{(p)}, \text{ având } m+1 \text{ cifre și } b_{(p)}.$$

Să se calculeze: $C = \text{câtul împărțirii lui } A \text{ la } b, C = (c_k c_{k-1} \dots c_1 c_0)_{(p)}, \text{ având } k+1 \text{ cifre și restul } r_{(p)}, 0 \leq r < b$

Împărțirea se realizează începând cu cifra cea mai semnificativă (cu indicele m), de la stânga spre dreapta, procesul fiind repetitiv cu un număr de $m+1$ iterații.

La fiecare iterație se calculează o valoare obținută ca sumă a cifrei curente din A cu produsul dintre cifra de transport de la iterația precedentă și baza p , după ce s-au convertit în zecimal. Valoarea calculată furnizează 2 cifre:

- cifra de transport utilizată în iterația următoare este restul împărțirii valorii calculate la p ;
- cifra corespunzătoare pozițional din C este câtul împărțirii valorii calculate la b ;

!!! Toate operațiile se efectuează în zecimal.

Câtul C va avea $m+1$ cifre și se va elimina eventuala cifră 0 de pe poziția cea mai semnificativă.

Cifra de transport corespunzătoare ultimei iterații va reprezenta restul r .

Dacă se consideră o cifră de transport inițial $t_m = 0$, se poate uniformiza procesul folosindu-se următoarele formule matematice:

$$c'_i = \left\lfloor \frac{t_i * p + a'_i}{b'} \right\rfloor, i = \overline{m, 0}$$

$$t_{i-1} = (t_i * p + a'_i) - \left\lfloor \frac{t_i * p + a'_i}{b'} \right\rfloor * b', i = \overline{m, 0}$$

- unde: $a'_i = (a_i)_{(p)}, b' = (b)_{(p)}$ (s-au convertit în zecimal cifrele din A și cifra b)

- calculele din formulele precedente se efectuează în baza 10

- t_{i-1} = restul împărțirii $t_i * p + a'_i$ la b' ; $t_i, i = \overline{m, -1}$ sunt valori zecimale

- c_i = câtul împărțirii $t_i * p + a'_i$ la b'

$(c_i)_{(p)} = c'_i$ (se convertește c'_i într-o cifră a bazei p)

- restul final: $r_{(p)} = t_{-1}$

Exemplul 1:

$$\begin{array}{r} \textcolor{blue}{0} \textcolor{blue}{A} \textcolor{blue}{5} \textcolor{blue}{B}_{(16)} \mid \textcolor{red}{8}_{(16)} \\ \hline \textcolor{blue}{2} \textcolor{blue}{5} \\ \hline \textcolor{blue}{5} \textcolor{blue}{B} \\ \hline \textcolor{blue}{3} - \text{restul: } r \end{array}$$

$$\begin{aligned} m=2, 8_{(16)} &= 8 \\ i=2, t_2 &= 0, & 0 * 16 + A_{(16)} &= 0 + 10 = 10 \\ c'_2 &= \lfloor 10/8 \rfloor = 1, & c_2 &= 1_{(16)}, & t_1 &= 10 - 8 * 1 = 2, \\ i=1, t_1 &= 2, & 2 * 16 + 5_{(16)} &= 2 * 16 + 5 = 37 \\ c'_1 &= \lfloor 37/8 \rfloor = 4, & c_1 &= 4_{(16)}, & t_0 &= 37 - 8 * 4 = 5 \\ i=0, t_0 &= 5, & 5 * 16 + B_{(16)} &= 5 * 16 + 11 = 91 \\ c'_0 &= \lfloor 91/8 \rfloor = 11, & c_0 &= B_{(16)}, & t_{-1} &= 91 - 8 * 11 = 3 \\ t_{-1} &= 3 = 3_{(16)} = r \end{aligned}$$

Exemplul 2:

$$\begin{array}{r}
 02043_{(8)} \mid 5_{(8)} \\
 \hline
 25 \\
 \hline
 14 \\
 \hline
 23 \\
 \hline
 4_{(8)} - \text{restul: } r
 \end{array}$$

$$m=3, 5_{(8)}=5$$

$$i=3, t_3=0,$$

$$c'_3 = [2/5]=0,$$

$$i=2, t_2=2,$$

$$c'_2 = [16/5]=3,$$

$$i=1, t_1=1,$$

$$c'_1 = [12/5]=2,$$

$$i=0, t_0=2,$$

$$c'_0 = [19/5]=3,$$

$$t_{-1} = 4 = 4_{(8)} = r$$

$$0 \cdot 8 + 2_{(8)} = 0 + 2 = 2$$

$$c_3 = 0_{(8)}, t_2 = 2 - 5 \cdot 0 = 2,$$

$$2 \cdot 8 + 0_{(8)} = 2 \cdot 8 + 0 = 16$$

$$c_2 = 3_{(8)}, t_1 = 16 - 5 \cdot 3 = 1$$

$$1 \cdot 8 + 4_{(8)} = 1 \cdot 8 + 4 = 12$$

$$c_1 = 2_{(8)}, t_0 = 12 - 5 \cdot 2 = 2$$

$$2 \cdot 8 + 3_{(8)} = 2 \cdot 8 + 3 = 19$$

$$c_0 = 3_{(8)}, t_{-1} = 19 - 5 \cdot 3 = 4$$

Construcția și utilizarea tabelor de adunare și înmulțire

Așa cum s-a învățat în clasele mici pe de rost adunarea cifrelor zecimale și tabla înmulțirii, în orice bază se poate construi o tablă pentru adunare și înmulțire, table ce pot fi folosite și pentru scăderi și împărțiri. Aceste table se vor construi relativ ușor, tabla adunării stând la baza construcției tablei înmulțirii.

Construcția tablei adunării

Pentru a construi tabla adunării într-o bază p , se vor scrie în capetele liniilor respectiv coloanelor cifrele din baza p , adică cifrele $0, 1, \dots, p-1$. Prima linie și prima coloană reprezintă copierea capetelor de linii respectiv coloane. Tabelul va fi umplut cu numerele consecutive din respectiva bază, după cum se poate observa pe exemplul general de mai jos. Totodată, se poate observa repetiția numerelor pe diagonala principală a tablei și pe linii paralele cu acesta.

+	0	1	2	...	$\overline{p-2}$	$\overline{p-1}$
0	0	1	2	...	$\overline{p-2}$	$\overline{p-1}$
1	1	2	3	...	$\overline{p-1}$	10
2	2	3	4	...	10	11
...
$\overline{p-2}$	$\overline{p-2}$	$\overline{p-1}$	10	...	$\overline{1p-4}$	$\overline{1p-3}$
$\overline{p-1}$	$\overline{p-1}$	10	11	...	$\overline{1p-3}$	$\overline{1p-2}$

Unde s-a notat prin $\overline{1p-2}$ numărul din baza p format din două cifre: 1 și respectiv $p-2$.

Construcția tablei înmulțirii

Pentru a construi tabla înmulțirii într-o bază p , se vor scrie în capetele liniilor respectiv coloanelor cifrele din baza p , adică cifrele $0, 1, \dots, p-1$. Prima linie și prima coloană se completează cu 0, a doua linie respectiv coloană reprezintă copierea capetelor de linii respectiv coloane. Tabelul va fi umplut pe linii sau pe coloane adunându-se numărului anterior cifra din capul de tabel. Pentru acest lucru se va folosi tabla adunării. Totodată, se poate observa simetria tablei față de diagonala principală.

+	0	1	2	...	$\overline{p-2}$	$\overline{p-1}$
0	0	0	0	...	0	0
1	0	1	2	...	$\overline{p-2}$	$\overline{p-1}$
2	0	2	4	...	$1\overline{p-4}$	$1\overline{p-2}$
...
$\overline{p-2}$	0	$\overline{p-2}$	$1\overline{p-4}$...	$\overline{p-44}$	$\overline{p-32}$
$\overline{p-1}$	0	$\overline{p-1}$	$1\overline{p-2}$...	$\overline{p-32}$	$\overline{p-21}$

Unde s-a notat prin $\overline{1p-2}$ numărul din baza p format din două cifre: 1 și respectiv $p-2$. Dacă baza p este relativ mică, anumite cifre și numere lipsesc. Dar se păstrează aceeași metodă de construcție.

Adunarea utilizând tabla adunării

Se realizează la fel ca și în baza 10, doar că se va folosi tot timpul tabla pentru a afla suma a două cifre. Practic, se va identifica linia uneia dintre cifre respectiv coloana celei de a doua, iar la intersecția lor se află rezultatul adunării.

Scăderea utilizând tabla adunării

Se realizează la fel ca și în baza 10, doar că se va folosi tot timpul tabla pentru a afla diferența dintre un număr și o cifră. Practic, se va identifica linia cifrei care se scade și poziția numărului (descăzutului) în linia respectivă. Capul de coloană a descăzutului va reprezenta rezultatul scăderii (diferența).

Înmulțirea utilizând tabla înmulțirii

Se realizează la fel ca și în baza 10, doar că se va folosi tot timpul tabla pentru a afla produsul a două cifre. Practic, se va identifica linia uneia dintre cifre respectiv coloana celei de a doua, iar la intersecția lor se află rezultatul înmulțirii.

Împărțirea utilizând tabla înmulțirii

Se realizează la fel ca și în baza 10, doar că se va folosi tot timpul tabla pentru a afla câtul și restul împărțirii unui număr la o cifră. Practic, se va identifica linia cifrei cu care se împarte și poziția celui mai mare multiplu al cifrei mai mic decât numărul (deîmpărțitul) în linia respectivă. Capul de coloană a multiplului va reprezenta câtul, iar restul se va obține scăzând din deîmpărțit multiplul identificat.

Tabla adunării

baza 2

$+_{(2)}$	0	1
0	0	1
1	1	10

Tabla adunării în baza 3

$+_{(3)}$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	10
2	2	10	11

Tabla înmulțirii în baza 3

$*_{(3)}$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	11

Tabla adunării în baza 5:

$+_{(5)}$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

Tabla înmulțirii în baza 5

$*_{(5)}$	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	11	13
3	0	3	11	14	22
4	0	4	13	22	31

Tabla adunării în baza 8:

$+_{(8)}$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Tabla înmulțirii în baza 8

$*_{(8)}$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61