§2.

Пусть Рис. 1 представляет положение Солнца S, Земли T и Луны L, и пусть центр Θ есть центр тяжести Земли и Луны. Делаем следующие обозначения:

Таблица 1

Масса Солнца	S
Масса Земли	T
Масса Луны	L

Расстояние:

$$S\Theta = \phi; ST = \phi_1; SL = \phi_2; TL = r$$

тогда будет:

$$\begin{aligned} T\Phi = r_1 = \frac{L}{T+L} \cdot r \\ L\Phi = r_2 = \frac{T}{T+L} \cdot r \end{aligned} \tag{1}$$

Составим теперь выражения ускорений, которые эти тела сообщают друг другу.

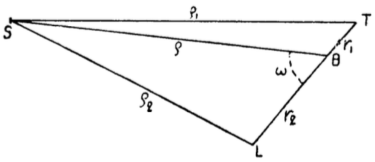


Рис. 1

Солнце S сообщает ускорение:

Земле: $f \cdot \frac{S}{\rho_1^2}$ по направлению TS
Луне: $f \cdot \frac{S}{\rho_2^2}$ по направлению LS

вследствие чего тока Θ имеет ускорения:

$\frac{T}{T+L} \cdot f \cdot \frac{S}{\rho_1^2}$
по направлению, параллельному TS
$\frac{L}{T+L} \cdot f \cdot \frac{S}{\rho_2^2}$
по направлению, параллельному LS

Ускорения Солнца, происходящие от притяжения Земли и Луны, соответственно, суть:

$$f \cdot \frac{T}{\rho_1^2} \text{ по направлению } ST$$
$$f \cdot \frac{L}{\rho_2^2} \text{ по направлению } SL$$

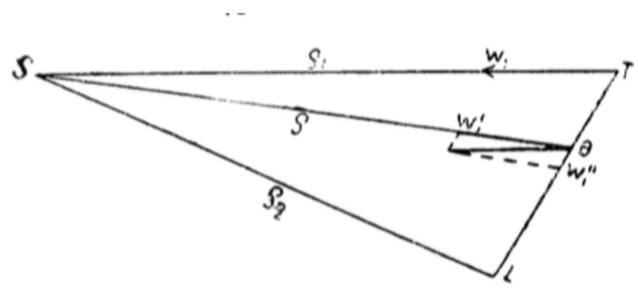
поэтому ускорения точки Θ относительно точки S будут:

$$w_1 = f \cdot \frac{(S+T+L)}{T+L} \cdot \frac{T}{\rho_1^2} \text{ по направлению параллельно } TS$$
$$w_2 = f \cdot \frac{(S+T+L)}{T+L} \cdot \frac{L}{\rho_2^2} \text{ по направлению параллельно } TL$$

Разлагая эти ускорения, соответственно, по направлениям ΘS и ΘL, получим, как легко видеть из подобия показанных на рис. 2 и рис. 3 треугольников:

$$w_1' = w_1 \cdot \frac{\rho}{\rho_1}$$
$$w_1'' = w_1 \cdot \frac{r_1}{\rho_1}$$
$$w_2' = w_2 \cdot \frac{\rho}{\rho_2}$$
$$w_1'' = w_1 \cdot \frac{r_2}{\rho_2}$$

Рис. 2



получим для ускорения точки Θ слагающие:

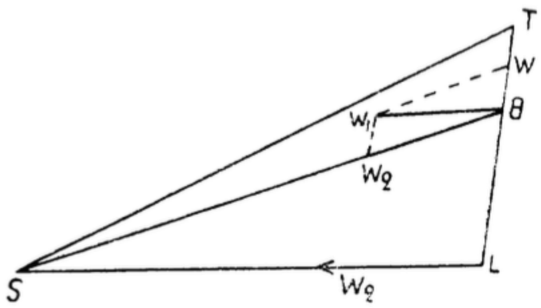
$$W_1 = w_1' + w_2' = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \left[T \cdot \frac{\rho}{\rho_1^3} + L \cdot \frac{\rho}{\rho_2^3}\right] \text{ по } \Theta S$$
$$W_2 = w_1'' - w_2'' = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \left[T \cdot \frac{r_1}{\rho_1^3} - L \cdot \frac{r_2}{\rho_2^3}\right] \text{ по } \Theta L$$

Заменив r_1 и r_2 из выражения (1), имеем:

$$W_1 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot \rho \cdot \left[\frac{T}{\rho_1^3} + \frac{L}{\rho_2^3}\right] \text{ по направлению } \Theta S$$
$$W_2 = f \cdot \frac{S+T+L}{T+L} \cdot T \cdot L \cdot r \cdot \left[\frac{1}{\rho_1^3} - \frac{1}{\rho_2^3}\right] \text{ по направлению } \Theta L$$

Но

Рис. 3



$$\rho_1^2 = \rho^2 + 2\rho \cdot \tfrac{L}{T+L} \cdot r\cos\omega + \left(\tfrac{L}{T+L} \cdot r\right)^2$$
$$\rho_2^2 = \rho^2 - 2\rho \cdot \tfrac{T}{T+L} \cdot r\cos\omega + \left(\tfrac{T}{T+L} \cdot r\right)^2$$

следовательно

$$\tfrac{1}{\rho_1^3} = \tfrac{1}{\rho^3}\left[1 + 3\tfrac{L}{T+L}\cos\omega + \left(\tfrac{L}{T+L} \cdot r\right)^2\left(-\tfrac{3}{2} + \tfrac{15}{2}\cos\omega^2\right) + \ldots\right]$$
$$\tfrac{1}{\rho_2^3} = \tfrac{1}{\rho^3}\left[1 + 3\tfrac{T}{T+L}\cos\omega + \left(\tfrac{L}{T+L} \cdot r\right)^2\left(-\tfrac{3}{2} + \tfrac{15}{2}\cos\omega^2\right) + \ldots\right]$$

Подставляя эти выражения, имеем:

$$W_1 = f \cdot \tfrac{S+T+L}{\rho^2} \cdot \left[1 + \tfrac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \tfrac{r^2}{\rho^2}\left(-\tfrac{3}{2} + \tfrac{15}{2}\cos\omega^2\right) + \ldots\right]$$
$$W_2 = f \cdot \tfrac{S+T+L}{\rho^2} \cdot \left[-3 \cdot \tfrac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \tfrac{r^2}{\rho^2}\cos\omega + \ldots\right]$$

Но отношения

$$\tfrac{L}{T+L} \approx \tfrac{1}{80};\ \tfrac{r}{\rho} \approx \tfrac{1}{400};\ \left(\tfrac{r}{\rho}\right)^2 = \tfrac{1}{160000}$$

поэтому будет

$$\tfrac{T \cdot L}{(T+L)^2} \cdot \tfrac{r^2}{\rho^2} \approx \tfrac{1}{12800000}$$

и члены, содержащие этот множитель, могут быть отброшены, так что будет:

$$W_1 = f \cdot \tfrac{S+T+L}{\rho^2} \text{ по направлению } \Theta S$$
$$W_2 = 0 \text{ по направлению } \Theta L$$

Отсюда следует, что точка Θ движется вокруг Солнца по эллептической орбите по законам Кеплера.

Рассмотрим теперь ускорение Луны по отнощению к Земле, для чего к ускорениям, сообщаемым Луне Солнцем и Землею, надо присовокупить ускорение, равное и противоположное ускорению Земли, происходящему от действия Солнца и Луны. Поступив подобно предыдущему, получим:

$$f \cdot \frac{T+L}{r^2} + f \cdot S \left[\frac{r_2}{\rho_2^3} + \frac{r_1}{\rho_1^3}\right] \text{ по направлению } L\Theta$$
$$f \cdot S \cdot \rho \left[\frac{1}{\rho_2^3} - \frac{1}{\rho_1^3}\right] \text{ параллельно } \Theta S$$

положим:

$$T + L = \mu;\ S = M$$

Список иллюстраций

Список таблиц