四 川 师 范 大 学

2012 年攻读硕士学位研究生

入 学 考 试 试 题

专业代码：077503　　专业名称：计算机应用技术

考试科目代码：601　　考试科目名称：高等数学

（本试卷共 四 大题 20 小题，满分 150 分）

说明：（1）试题和答卷分离，所有答题内容须写在答题纸上，**写在试题或草稿纸上的内容无效**；

（2）答题时，可不抄题，但须写明所答试题序号；

（3）答题时，严禁使用红色笔或铅笔答题。

一、填空题（每小题 4 分，满分 20 分）

1、设函数

$$f(x)=\begin{cases} x^2\sin\dfrac{1}{x}+a & , \quad x<0 \\ e^x+2 & , \quad x\ge 0 \end{cases}$$

在点 $x=0$ 处连续，则 $a=$______.

2、设函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处可导，且 $f(0)=0$，$f'(0)=-1$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=$______.

3、设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，$a\le x\le b$，则 $\int_a^b F(x)f(x)dx=$______.

4、设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $2\sin(x+2y-3z)=x+2y-3z$ 确定，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}=$______.

5、改变积分次序 $\int_1^e dx\int_0^{\ln x} f(x,y)dy=$______.

二、单项选择题（每小题 4 分，满分 20 分）

6、若 $\lim\limits_{x\to\infty} x^k \arctan\dfrac{2}{x^2}=2$，则 $k=$（　　）.

（A）2　　（B）0　　（C）$\dfrac{1}{2}$　　（D）1

7、若曲线 $y=x^2+ax+b$ 和 $2y=xy^3-1$ 在点 $(1,-1)$ 处相切，其中 a,b 为常数，则（　　）.

（A）$a=0,b=-2$　　（B）$a=1,b=-3$　　（C）$a=-3,b=1$　　（D）$a=-1,b=-1$

8、设 L 是圆区域 D：$x^2+y^2\le -2x$ 的正向边界，则 $\oint_L (x^3-y)dx+(x-y^3)dy=$（　　）.

（A）-2π　　（B）0　　（C）2π　　（D）4π

9、如果级数$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ $(u_n \neq 0)$收敛，则下列级数中收敛的是（　　　）.

（A）$\sum_{n=1}^{\infty}(u_n + 0.001)$　（B）$\sum_{n=1}^{\infty}(u_n + 1000)$　（C）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100}{u_n}$　（D）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{u_n}{2}$

10、设$y = e^{2x}$是微分方程$y'' + py' + 6y = 0$的一个特解，则此方程的通解是（　　　）.

（A）$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$　（B）$y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$

（C）$y = (C_1 + C_2 x)e^{2x}$　（D）$y = e^{2x}(C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x)$

三、解答题（本题共9个小题，满分100分）

11、（本题满分10分）

试问a为何值时，函数$f(x) = a\sin x + \frac{1}{3}\sin 3x$在$x = \frac{\pi}{3}$处取得极值？是极小值还是极大值？并求此极值.

12、（本题满分10分）

求不定积分$\int \frac{\ln^2 x}{x^2}dx$.

13、（本题满分10分）

设$f(0) = 0$，$f(2) = 3$，$f'(2) = 5$，求$\int_0^1 x f''(2x)dx$.

14、（本题满分10分）

计算二重积分$\iint_D \frac{x^2}{y^2}d\sigma$，其中区域$D$由直线$x = 2, y = x$及曲线$xy = 1$所围成.

15、（本题满分12分）

设函数$f(x)$有连续的一阶导数，且$f(0) = 0$，$f'(0) \neq 0$，求：

$$\lim_{x \to 0} \frac{\int_0^{x^2} f(t)dt}{x^2 \int_0^x f(t)dt}.$$

16、（本题满分12分）

设$z = f(xy, x^2 - y^2)$，其中f具有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

17、（本题满分12分）

设$f(u)$连续、可导，且$f(0) = 0$，求

$$\lim_{t \to 0^+} \frac{1}{t^3} \iint_D f(\sqrt{x^2 + y^2})dxdy.$$

其中D：$x^2 + y^2 \leq t^2$.

18、（本题满分 12 分）

已知 $f_n(x)$ 满足：$f_n'(x)=f_n(x)+x^{n-1}e^x$ （n 为正整数），且 $f_n(1)=\dfrac{e}{n}$，求函数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}f_n(x)$ 的和函数.

19、（本题满分 12 分）

已知抛物线 $y=px^2+qx$ （其中 $p<0,q>0$）在第一象限内与直线 $x+y=5$ 相切，且此抛物线与 x 轴围成的平面图形的面积为 S.

（1）问 p、q 为何值时，S 达最大？

（2）求此最大值.

四、证明题（本题共 1 个小题，满分 10 分）

20、（本题满分 10 分）

设函数 $f(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上有二阶导数，且 $f(1)=f(2)=0$，又 $F(x)=(x-1)^2f(x)$.

证明：在区间 $(1,2)$ 内至少存在一点 ξ，使 $F''(\xi)=0$.