Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

“НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО”

Факультет ПИиКТ

ITMO UNIVERSITY

ОТЧЁТ

По лабораторной работе № 3

По предмету: Вычислительная математика

Вариант: Метод Симпсона

Студент:

Андрейченко Леонид Вадимович

Группа P3230

Преподаватель:

Перл Ольга Вячеславовна

Санкт – Петербург

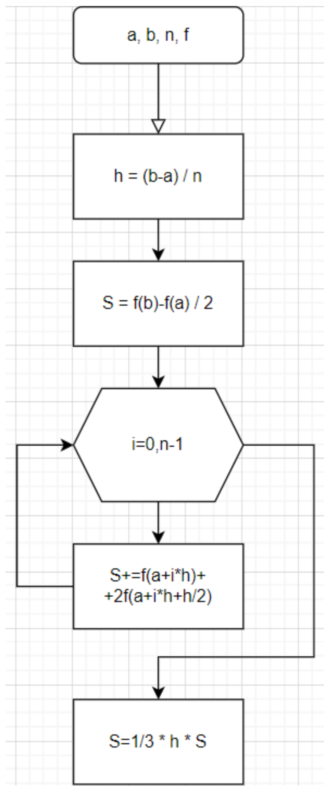
2022

Описание метода

Метод Симпсона (парабол) – метод численного интегрирования, позволяющий получить значение определенного интеграла с требуемой степенью точности. Данный метод аппроксимирует заданную функцию через множество парабол. Пусть заданная функция f(x) непрерывна на интервале [a; b]. Разобьем отрезок [a; b] на n элементарных отрезков $[x_{2i-2}; x_{2i}], i = 1, 2, ..,$n длины $2h = \frac{b-a}{n}$ точками $a = x_0 < x_2 < x_4 < \cdots < x_{2n-2} < x_{2n} = b$. Пусть точки $x_{2i-1}, i = 1, 2, \ldots, n$ являются серединами отрезков точки $[x_{2i-2}; x_{2i}], i = 1, 2, \ldots, n$ соответственно. В этом случае все "узлы" определяются из равенства $x_i = a + ih$. Тогда на каждом таком интервале подынтегральная функция приближается квадратичной параболой , $y = ax^2 + bx + c$ проходящей через три точки на данном интервале. Это делается для того, чтобы в качестве приближенного значения определенного интеграла взять наш, который мы можем вычислить по формуле Ньютона-Лейбница.

Общая формула метода: $\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left(f(a) + 4f\left(\frac{b-a}{2}\right) + f(b)\right)$

Блок-схема метода



Листинг программы

```
def simpson(funk, a, b, n, d_funk):
    integral = 0
    h = (b - a) / n

    try:
        integral += funk(a)
    except ZeroDivisionError:
        print_gap(a)
    try:
        integral += funk(b)
    except ZeroDivisionError:
        print_gap(b)

    for i in range(1, n):
        k = 2 + 2 * (i % 2)
        try:
            integral += k * funk(a + i * h)
        except ZeroDivisionError:
            print_gap(a + i * h)
    integral *= h / 3

    if get_r(a, b, n, d_funk) >= abs(integral):
        raise IOError("Был найден разрыв второго рода, не удалось подсчитать 
интеграл!")
    else:
        return integral
```

Пример работы

```
Здавствуйте, выберите уравнение для вычисления интеграла:
(1): sin(x)
(2): x^3
(3): sin(x) / x
(4): 1 / x
(5): Пользовательский ввод
>> 1
Введите левую границу:
>> 1
Введите правую границу:
>> 2
Введите количество интервалов:
>> 1000
Подсчитанный интеграл от функции на интервале от 1.0 до 2.0 равен: 0.9564491424152879
```

```
Здавствуйте, выберите уравнение для вычисления интеграла:
(1): sin(x)
(2): x^3
(3): sin(x) / x
(4): 1 / x
(5): Пользовательский ввод
>> 3
Введите левую границу:
>> -2
Введите правую границу:
>> 2
Введите количество интервалов:
>> 1000
Был найден разрыв функции в точке: 0.0
Выполнется расчёт левой части интеграла от разрыва и правой в отдельности
Подсчитанный интеграл от функции на интервале от -2.0 до 2.0 равен: 3.2081592869393996
```

```
Здавствуйте, выберите уравнение для вычисления интеграла:
(1): sin(x)
(2): x^3
(3): sin(x) / x
(4): 1 / x
(5): Пользовательский ввод
>> 4
Введите левую границу:
>> -1
Введите правую границу:
>> 1
Введите количество интервалов:
>> 1000
Был найден разрыв функции в точке: 0.0
Выполнется расчёт левой части интеграла от разрыва и правой в отдельности
Разрыв второго рода, не удалось вычислить интеграл
```

Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы я познакомился с тем, каким образом можно считать значения интеграла от функции с помощью метода Симпсона. Также разобрался формулами Ньютона-Котеса (метод Симпсона есть частный случай при n=3 метод трапеций при n = 2). Если на промежутке [a, b] попадалась точка устранимого разрыва, выполнял расчёт левой части интеграла от разрыва и правой в отдельности. Также в конце подсчета интеграла, я высчитывал значение абсолютной погрешности для данной функции, и проверял имеет ли она да данном промежутке разрыв второго рода. Для метода Симпсона со сравнении с методом трапеций и методом прямоугольников она имеет меньший порядок, поскольку при нахождении площади некоторого сектора ширины h функция, ограничивающая сверху данную область, имеет вид параболы, в то время как для других представленных методом она имеет форму прямой линии, соответственно, точность измерений будет больше. Так если выписать их

- Формулы средних прямоугольников: $|R| \leq max_{a,b}|f''(x)|\frac{(b-a)^3}{24n^2}$
- Формулы трапеций прямоугольников: $|R| \leq max_{a,b}|f''(x)|\frac{(b-a)^3}{12n^2}$
- Формулы Симпсона прямоугольников: $|R| \leq max_{a,b}|f''''(x)|\frac{(b-a)^5}{180n^4}$

Также не стоит забывать, что при больших n начинает доминировать вычислительная погрешность, накапливающаяся в результате многочисленных в результате многочисленных арифметических действий. Это может отдалить приближенное значение от точного.