Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

“НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО”

Факультет ПИиКТ

ITMO UNIVERSITY

ОТЧЁТ

По лабораторной работе № 5

По предмету: Вычислительная математика

Вариант: Метод Милна

Студент:

Андрейченко Леонид Вадимович

Группа P3230

Преподаватель:

Перл Ольга Вячеславовна

Санкт – Петербург

2022

Описание метода

Метод Милна – многошаговый метод численного решения дифференциальных уравнений. Для получения формул Милна обычно используется первая интерполяционная формула Ньютона для производной y' в точке с разностями до третьего порядка:

$$u'(x) = u'_k + q\Delta u'_k + \frac{1}{2}(q^2 - q)\Delta^2 u'_k + \frac{1}{6}(q^3 - 3q^2 + 2q)\Delta^3 u'_k, \text{где } q = \frac{x - x_k}{h}$$

Полагая k=(n-4) в данной формуле и интегрируя её почленно по x в пределах от xn-4 до xn , получим:

$$\int_{x_{n-4}}^{x_n} u'(x)dx = \int_{x_{n-4}}^{x_n} [u'_{n-4} + q\Delta u'_{n-4} + \frac{1}{2}(q^2 - q)\Delta^2 u'_{n-4} + \frac{1}{6}(q^3 - 3q^2 + 2q)\Delta^3 u'_{n-4}]dx$$

Подставляя выражения конечных разностей:

$$\Delta u'_{n-4} = u'_{n-3} - u'_{n-4}$$

$$\Delta^2 u'_{n-4} = u'_{n-2} - 2u'_{n-3} + u'_{n-4}$$

$$\Delta^3 u'_{n-4} = u'_{n-1} - 3u'_{n-2} + 3u'_{n-3} - u'_{n-4}$$

Получим формулу предиктора:

$$y_n = y_{n-4} + \frac{4h}{3}(2f_{n-3} - f_{n-2} + 2f_{n-1})$$

И корректора:

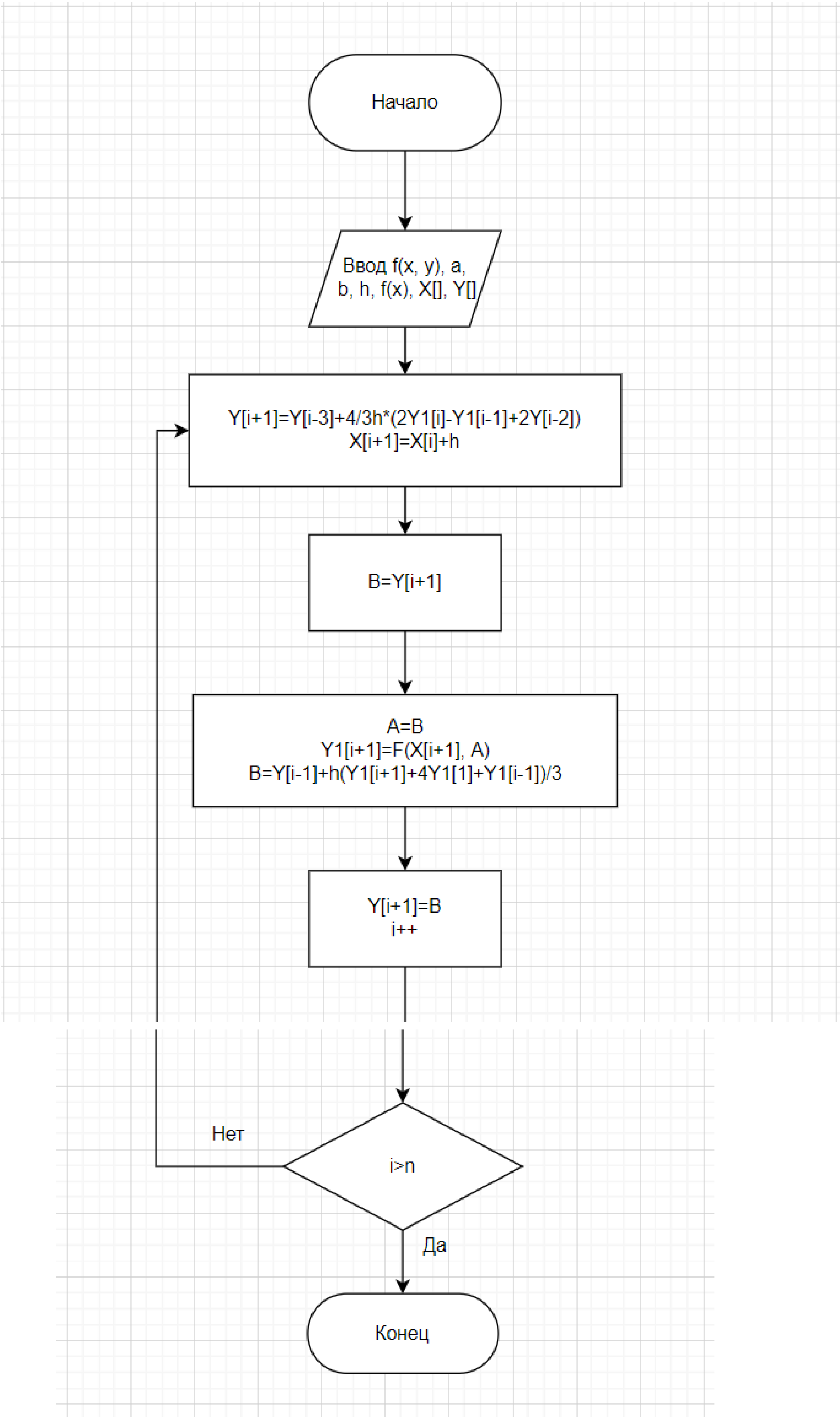
$$y_n = y_{n-2} + \frac{h}{3}(f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n)$$

Тем самым мы получили алгоритм: имея 4 ранее полученные точки мы начинаем поочередно подставлять ответы в уравнения решая их друг за другом, тем самым находя точки нашей функции.

Листинг программы

```
def method_milna(funk, x, y, h, b):
    new_y = []
    new_x = []
    for j in y:
        new_y.append(j)
    for i in range(round((b-x[0])/h)+1):
        new_x.append(x[0]+h*i)
    for i in range(round((b-x[len(x)-1])/h)):
        # Предсказание
        predict_y = y[0] + 4 * h / 3 * (
                2 * funk(x[1], y[1]) - funk(x[2], y[2]) + 2 * funk(
            x[3], y[3]))
        # Коррекция
        cur_y = y[2] + h / 3 * (
                funk(x[2], y[2]) + 4 * funk(x[3], y[3]) + funk(x[len(x)-1],
predict_y))
        x.pop(0)
        x.append(x[len(x)-1]+h)
        y.pop(0)
        y.append(cur_y)
        new_y.append(cur_y)
    return new_x, new_y
```

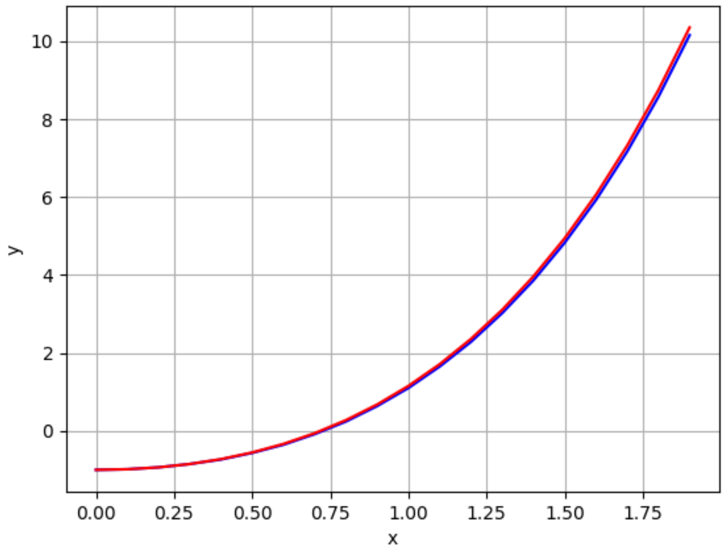
Блок схема метода



Пример работы

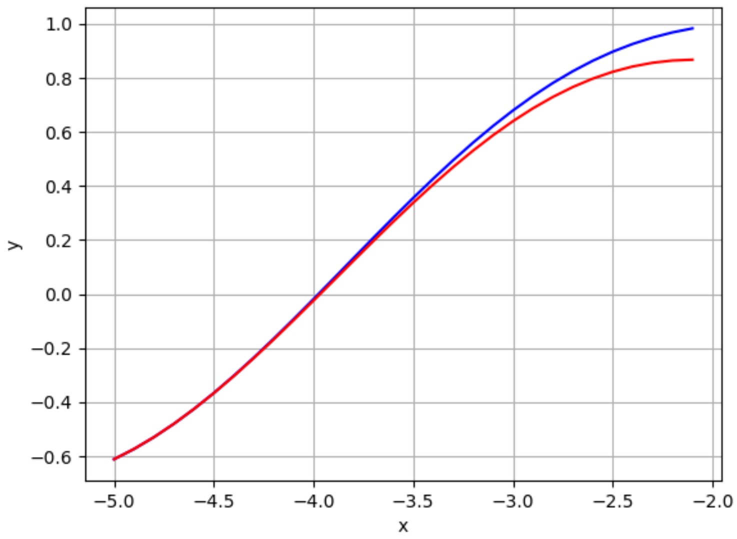
```
Здравствуйте, пожалуйсла выберите функцию:
(1) y' = x + y, y(0) = 1
(2) y' = x * y / x + x^3 + x, y(1) = 3
(3) y' = x * 3 + y + 1, y(0) = 1
(4) y' = x * 3 + y + 1, y(0) = -1
(5) y' = y + sin(x), y(0) = 0
(6) y' = y + sin(x), y(0) = 1

>> 3
Дифференцирование функции от  0  до:
>> 2
```




```
Здравствуйте, пожалуйсла выберите функцию:
(1) y' = x + y, y(0) = 1
(2) y' = x * y / x + x^3 + x, y(1) = 3
(3) y' = x * 3 + y + 1, y(0) = 1
(4) y' = x * 3 + y + 1, y(0) = -1
(5) y' = y + sin(x), y(0) = 0
(6) y' = y + sin(x), y(0) = 1

>> 6
Дифференцирование функции от  -5  до:
>> -2
```



Вывод

В отличии от одношаговых методов многошаговые методы используют значения не только основываясь на одном предыдущем значении, так, метод Адамаса и Милна использует 4 предыдущие точки. Метод Адамаса использует под капотом полином Лагранжа, а метод Милна - полином Ньютона. То есть, по сути, эти методы об одном и том же, но используют разные формулы под интегралом. Недостаток многошаговых методов: тяжело менять шаг в процессе выполнения программы, при смене шага и при старте требует использования одношаговых методов. Одного их преимущества над одношаговыми: проще вычислять погрешность, а также порядок погрешности не уменьшается при увеличении количества точек.