

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы

Измерить характеристики затухающих колебаний: период T , круговую частоту ω , коэффициент затухания β .

Перечень используемого оборудования и средств измерений

Работа выполняется на универсальном стенде (рис. 1).

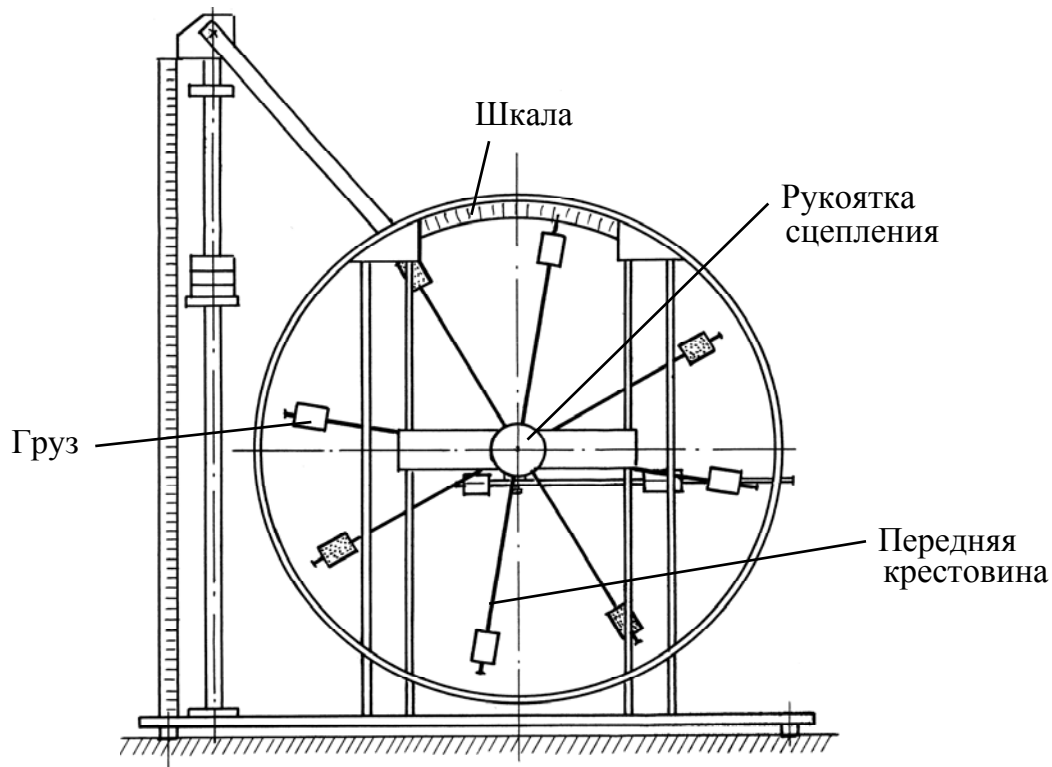


Рис. 1. Универсальный стенд

В работе используется передняя крестовина.

Угол отклонения маятника отсчитывается по шкале в угловых градусах. Время измеряется механическим секундомером. Характеристики средств измерений приведены в табл. 1.

Таблица 1

Наименование средства измерения	Предел измерений	Цена деления	Класс точности	Погрешность, $\Delta_{\text{и}}$
Шкала	60°	1°/дел.	—	1°
Секундомер	30 мин	0,2 с/дел.	—	0,2 с

Порядок выполнения работы

Подготовка стэнда к работе

1. Вращая рукоятку сцепления против часовой стрелки, расцепить переднюю и заднюю крестовины.
2. Отсоединить нить от ступицы.
3. Установить груз на спице со стрелкой вплотную к ступице.
4. На остальных спицах установить грузы на расстоянии третьей риски (риски должна находиться у поверхности груза, расположенной ближе к оси вращения крестовины).
5. Совместить стрелку спицы с центральной отметкой шкалы ($\varphi_0 = 30^\circ$), перемещая один из грузов на боковых спицах.

Выполнение измерений

1. Измерить период затухающих колебаний. Для этого начальное положение стрелки маятника совместить с началом шкалы ($\varphi = 0$) и три раза измерить время двадцати ($N = 20$) колебаний маятника. Записать результаты измерений

$$t_1 = \dots \text{с}; \quad t_2 = \dots \text{с}; \quad t_3 = \dots \text{с}.$$

Рассчитать среднее время

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i = \frac{1}{3} (t_1 + t_2 + t_3) \quad (1)$$

и период колебаний

$$T = \frac{\bar{t}}{N}. \quad (2)$$

2. Построить зависимость амплитуды затухающих колебаний физического маятника.

Для этого отвести стрелку маятника влево до совмещения с нулем шкалы, затем отпустить ее и одновременно включить секундомер. Маятник будет совершать свободные затухающие колебания. Не останавливая секундомер, измерить время, когда угол отклонения маятника будет равен 5° , 10° , 15° , 20° , 25° . Результаты измерений занести в табл. 2. Измерения удобно проводить вдвоем: один следит за изменением угла отклонения φ , а второй – за текущим временем по секундомеру. Опыт повторить три раза. Результаты измерений записать в табл. 2.

Таблица 2

Угол отклонения по шкале φ	0°	5°	10°	15°	20°	25°
$t_1, \text{с}$	0					
$t_2, \text{с}$	0					
$t_3, \text{с}$	0					
$\bar{t}, \text{с}$	0					
A, \dots°						

Внимание! Результаты измерений нужно подписать у преподавателя, ведущего занятие в лаборатории.

Теория опыта

Модель физического маятника показана на рис. 2.

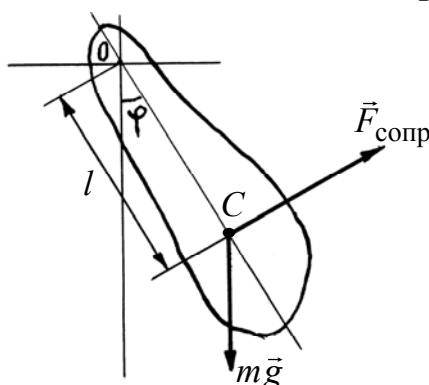


Рис. 2. Физический маятник

Движение физического маятника подчиняется основному уравнению динамики вращательного движения

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M}_{\text{тяж}} + \vec{M}_{\text{сопр}}, \quad (3)$$

где I – момент инерции тела относительно оси качания; $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение; $\vec{M}_{\text{тяж}}$ – момент силы тяжести; $\vec{M}_{\text{сопр}}$ – момент силы сопротивления.

Угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}. \quad (4)$$

Сила сопротивления

$$F_{\text{сопр}} = -r\upsilon, \quad (5)$$

где r – коэффициент сопротивления среды.

Момент силы сопротивления

$$M_{\text{сопр}} = F_{\text{сопр}} l, \quad (6)$$

где l – расстояние между осью качания O и центром масс маятника C .

Подстановка выражения (5) в формулу (6) позволяет получить

$$M_{\text{сопр}} = -r\upsilon l = -r \frac{ds}{dt} l = -r \frac{d(l\varphi)}{dt} l = -rl^2 \frac{d\varphi}{dt}.$$

Момент силы тяжести

$$M_{\text{тяж}} = -mgl \sin\varphi.$$

Для малых углов отклонения ($\varphi \leq 15^\circ$) с погрешностью менее 1 % $\sin\varphi \approx \varphi$, где φ – в радианах, поэтому

$$M_{\text{тяж}} = -mgl\varphi. \quad (8)$$

Подставляя формулы (4), (7), (8) в уравнение динамики (3), получаем уравнение свободных затухающих колебаний маятника

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl\varphi - rl^2 \frac{d\varphi}{dt}. \quad (9)$$

Введем обозначения

$$\omega_0^2 = \frac{mgl}{I}, \quad \beta = \frac{rl^2}{2I},$$

где ω_0 – циклическая частота собственных колебаний маятника; β – коэффициент затухания.

С учетом введенных обозначений уравнение (9) можно привести к виду

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\beta \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2\varphi = 0. \quad (10)$$

Решение уравнения (10) при $\beta < \omega_0$ имеет вид

$$\varphi = A_0 e^{-\beta t} (\cos \omega t + \alpha_0), \quad (11)$$

где A_0 – амплитуда в начальный момент времени; ω – циклическая частота затухающих колебаний; α_0 – начальная фаза.

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \quad (12)$$

где ν – частота; T – период.

Циклическая частота затухающих колебаний связана с циклической частотой собственных колебаний соотношением

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (13)$$

Соответственно циклическая частота собственных колебаний

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \beta^2}, \quad (14)$$

а период собственных колебаний

$$T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}}. \quad (15)$$

Логарифмический декремент колебаний связан с коэффициентом затухания и периодом затухающих колебаний

$$\Lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T. \quad (16)$$

Как видно из уравнения (11), амплитуда при затухающих колебаниях уменьшается по экспоненциальному закону

$$A = A_0 e^{-\beta t} = A_0 e^{-\frac{\Lambda}{T} t}. \quad (17)$$

Если известна кривая изменения амплитуды колебаний, то коэффициент затухания вычисляется по формуле

$$\beta = \frac{\ln A' - \ln A''}{t'' - t'}, \quad (18)$$

где t' и t'' – два последующих произвольных момента времени; A' и A'' – соответствующие им значения амплитуд колебаний.

Обработка результатов измерений

1. Рассчитать среднее время двадцати колебаний и период колебаний по формулам (1) и (2).

2. По данным табл. 2 рассчитать средние времена \bar{t} для заданных углов отклонения маятника φ и амплитуду колебаний по формуле

$$A = \varphi_0 - \varphi, \quad \varphi_0 = 30^\circ.$$

3. Полученные результаты занести в соответствующие строки табл. 2.

4. Построить график $A = f(t)$, примерный вид которого показан на рис. 3.

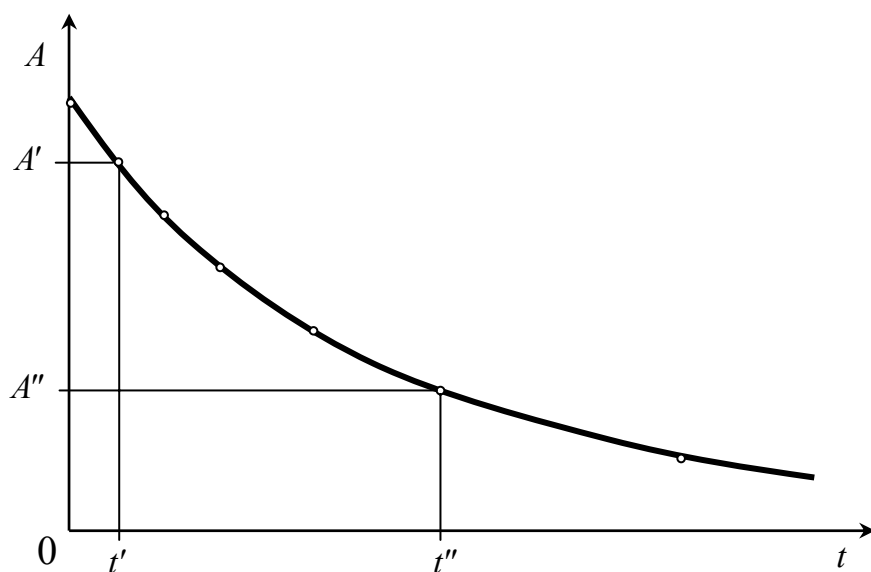


Рис. 3. Зависимость амплитуды колебаний от времени

5. По графику $A = f(t)$ для амплитуд $A' = 25^\circ$ и $A'' = 10^\circ$, по формуле (18) рассчитать коэффициент затухания β .

6. Зная период T , рассчитать циклическую частоту ω затухающих колебаний по формуле (12).

7. По формулам (14) и (15) рассчитать циклическую частоту ω_0 и период T_0 собственных колебаний.

8. Зная период затухающих колебаний T и коэффициент затухания β , рассчитать логарифмический декремент колебаний Λ по формуле (16).

Результаты работы

1. Заполненные таблицы 1, 2.
2. График функции $A = f(t)$ на миллиметровой бумаге с построением точек A' и A'' .
3. Расчеты характеристик колебательного процесса по формулам (1, 2, 12–16, 18).

Контрольные вопросы

1. Классификация колебательных процессов и основные характеристики колебаний.
Литература: [1, п. 6.1]; [2, § 140].
2. Собственные гармонические колебания.
Литература: [1, п. 6.3]; [2, § 141].
3. Гармонический осциллятор и его механическая энергия.
Литература: [1, п. 6.3]; [2, § 141].
4. Математический маятник. Период колебаний (вывод).
Литература: [1, п. 6.4]; [2, § 142].
5. Физический маятник. Период колебаний (вывод).
Литература: [1, п. 6.4]; [2, § 142].

6. Затухающие колебания.

Литература: [1, п. 6.6]; [2, § 146].

7. Вынужденные колебания.

Литература: [1, п. 6.7]; [2, § 147].

8. Резонанс.

Литература: [1, п. 6.7]; [2, § 147].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Платунов Е.С.** Физика. Т. 1. Классическая механика: Учеб. пособие. 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2005. – 259 с.

2. **Трофимова Т.И.** Курс физики: Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 2002. – 542 с.

3. **Курепин В.В., Баранов И.В.** Обработка экспериментальных данных: Метод. указания к лабораторным работам для студ. всех спец./ Под ред. В.А. Самолетова. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2003. – 57 с.