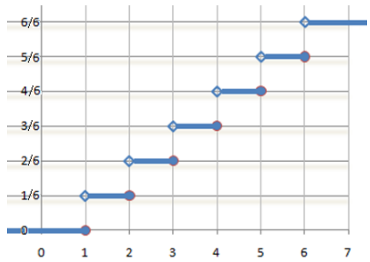
122. Zmienna losowa – definicja, rodzaje, charakterystyka rozkładu zmiennej: dystrybuanta, funkcja prawdopodobieństwa, gęstość, przykładowe rozkłady

Zmienna losowa

Funkcja przypisująca zdarzeniom elementarnym liczby.

e (zd. el)	wypadło 1 oczko	wypadły 2 oczka	wypadły 3 oczka	wypadły 4 oczka	wypadły 5 oczka	wypadły 6 oczka
x = X(e)	1	2	3	4	5	6

Zapis formalny:$X: \in \Omega \rightarrow R$ (taka funkcja duże X którą elementom ze zbioru Ω (zdarzeń losowych) przypisuje elementy ze zbioru R (liczb rzeczywistych). **Może być typu** dyskretnego (jak powyższy przykład) lub ciągłego. Stosuje się ją, ponieważ łatwiej badać zdarzenia losowe, gdy przeniesiemy je z przestrzeni probabilistycznej do przestrzenie euklidesowskiej.

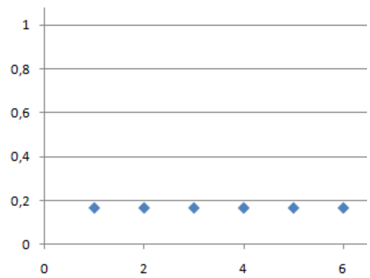


Dystrybuanta

Funkcja odwzorowująca zbiór liczb rzeczywistych w zbiór <0;1> taka, że $F_X(x) = P(X < x)$ (dystrybuanta duże F zmiennej losowej duże X, argumentu małe x jest równa prawdopodobieństwu że wartość zmiennej losowej duże X jest mniejsza niż małe x)

Własności:

- dla $x \rightarrow \infty$ $F_X(x) = 1$ (bo suma prawdopodobieństw wszystkich możliwości to jeden)
- dla $x \rightarrow -\infty$ $F_X(x) = 0$ (bo suma prawdopodobieństw żadnej z możliwości to zero)
- niemalejąca
- przynajmniej lewo ciągła
- przyjmuje wartości <0;1>



Rozkład zmiennej losowej

Opis wartości przyjmowanych przez zmienną losową przy pomocy prawdopodobieństwa (lub ich gęstości) z jakimi one występują.

$P_X(A) = P(\{e \in \Omega: X(e) \in A\})$

Funkcja prawdopodobieństwa
(dla zmiennej losowej dyskretnej)

Funkcja przyporządkowująca realizacją zmiennej losowej duże X odpowiadające im prawdopodobieństwa

$P(X = x_i) = p_i$ $\quad p_i \geq 0$ $\quad \sum_i p_i = 1$

Funkcja gęstości prawdopodobieństwa
(dla zmiennej losowej ciągłej)

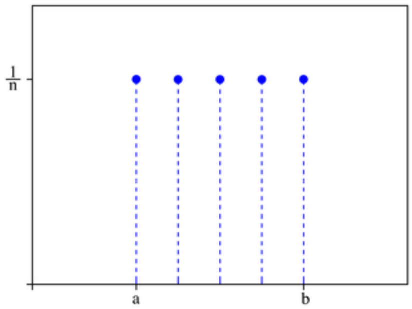
Funkcja, której całka oznaczona przyjmuje wartość prawdopodobieństwa wystąpienia zdarzenie z przedziału całkowania

$P(a \leq X < b) = \int_a^b f(x)dx$ $\quad \int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt = 1$

Rozkład jednostajny

$E(x) = \frac{1}{n} \qquad D^2(x) = \frac{1}{n}$

n - ilość



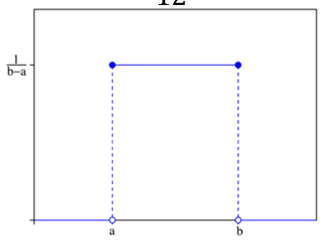
przykład: pojedynczy rzut kostką

Rozkład jednostajny

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & dla\ a \le x \le \mathrm{b} \\ 0\ dla\ x \in (-\infty, a) \cup (b, \infty) \end{cases}$$

$$E(X) = \frac{a+b}{2}$$

$$D^2(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$



przykład: czas oczekiwanie na metro jeżdżące w regularnych odstępach czasowych

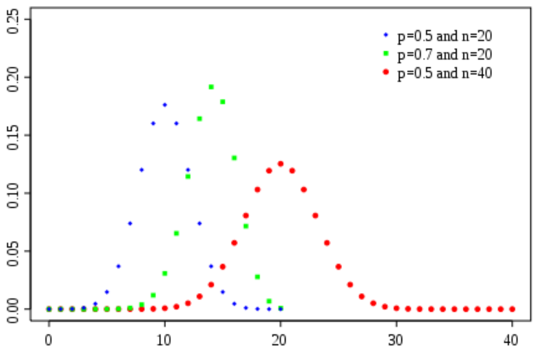
Rozkład Bernouliego (dwumianowy)

$$P(X_n = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

E(x)=np $\qquad$ D^2(x)=npq $\qquad$ q=p-1

p – prawdopodobieństwo pojedynczego sukcesu

n – ilość prób

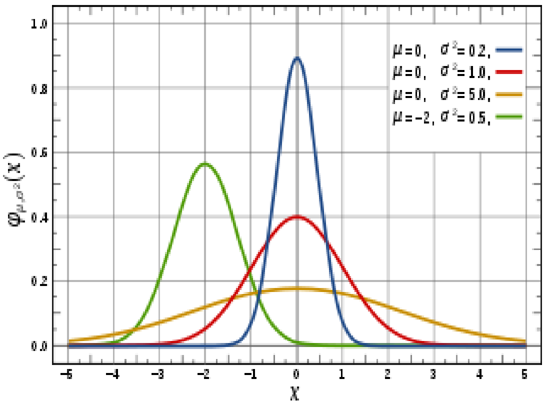


przykład: suma oczek w kilku rzutach kostką

Rozkład normalny

$$f(x) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\delta^2}}$$

$E(x) = m \qquad D^2(x) = \delta^2$

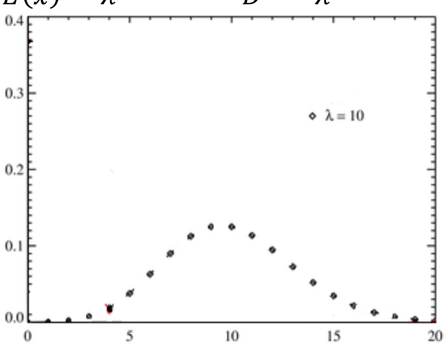


przykład: ludzki wzrost

Rozkład Poissona

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$E(x) = \lambda \qquad D^2 = \lambda$

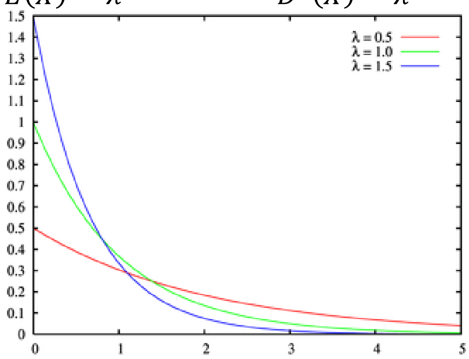


przykład: ilość wadliwych samochodów w fabryce

Rozkład wykładniczy

$$f(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

$E(X) = \lambda \qquad D^2(X) = \lambda^2$



przykład: spóźnienie autobusu