



Lezione Esperimenti Bell-v3

Type

Lesson

Polarizzatori

Un polarizzatore è un dispositivo che assorbe un fotone la cui polarizzazione sia perpendicolare a una direzione specifica, l'asse del polarizzatore, e trasmette un fotone con polarizzazione parallela.

Il polarizzatore realizza un proiettore nello spazio di Hilbert. Se la polarizzazione non è perpendicolare né parallela all'asse del polarizzatore, che supponiamo orientato con un angolo α rispetto all'asse x , la probabilità di trasmissione è data dalla regola di Born:

$$P_T = \langle \epsilon | \Pi_\alpha | \epsilon \rangle = |\langle \alpha | \epsilon \rangle|^2$$
$$|\alpha\rangle \equiv \cos(\alpha/2)|0\rangle + \sin(\alpha/2)|1\rangle$$

I polarizzatori reali non sono ideali: la prob. di trasmissione della polarizzazione ortogonale(parallela) all'asse è maggiore di 0 (minore di 1).

Polarizzatori e disuguaglianze

Classicamente, dato un insieme di molti elementi e tre proprietà binarie, A, B, C, vale la disuguaglianza

$$p(A \cap \neg B) \leq p(\neg B \cap C) + p(A \cap \neg C)$$

Supponiamo che $p(A), p(B), p(C)$ siano le probabilità di trasmissione da tre identici polarizzatori orientati ad angoli diversi. Vediamo come i fotoni violino la disuguaglianza.

Dato un generico fotone $|\vec{\epsilon}\rangle$ identificato dagli angoli (θ, ϕ) sulla sfera di Bloch:

$$|\vec{\epsilon}\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + e^{i\phi}\sin(\theta/2)|1\rangle$$

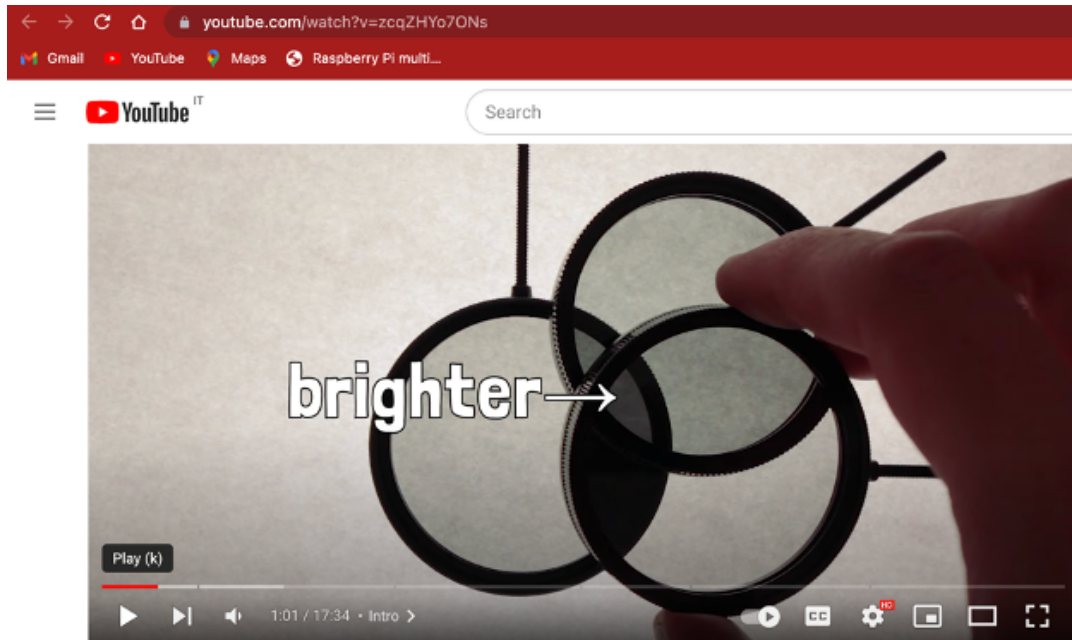
$$\begin{aligned} p[A(\alpha)] &= |\langle \alpha | \vec{\epsilon} \rangle|^2 = |\cos(\alpha/2)\cos(\theta/2) + \sin(\alpha/2)e^{i\phi}\sin(\theta/2)|^2 \\ &= \cos^2(\alpha/2)\cos^2(\theta/2) + \sin^2(\alpha/2)\sin^2(\theta/2) \\ &\quad + 2\cos(\alpha/2)\cos(\theta/2)\sin(\alpha/2)\sin(\theta/2)\cos\phi \\ &= \cos^2(\alpha/2 - \theta/2) + 2\cos(\alpha/2)\cos(\theta/2)\sin(\alpha/2)\sin(\theta/2)(\cos\phi - 1) \\ &= \cos^2(\alpha/2 - \theta/2) - \sin\alpha\sin\theta\sin^2(\phi/2) \end{aligned}$$

$$p[\neg A(\alpha)] = 1 - p[A(\alpha)] = \sin^2(\alpha/2 - \theta/2) + \sin\alpha\sin\theta\sin^2(\phi/2)$$

La disuguaglianza sopra riportata è violata usando luce con polarizzazione lineare $\phi = 0$ e tre polarizzatori; ad esempio, per gli angoli $\alpha/2 = 0$, $\beta/2 = \pi/4$, $\gamma/2 = \pi/8$:

come si vede bene nel video qui sotto (anche nei riferimenti).

$$p(A \cap \neg B) = \sin^2(\alpha/2 - \beta/2) = 0.5,$$
$$p(\neg B \cap C) = p(A \cap \neg C) = \sin^2(\pi/8) \simeq 0.15$$



Esperimento di Freedman and Clauser (1972)

Physical Review Letters 28, 938 (1972)

Nell'esperimento le disuguaglianze di Bell vengono testate usando coppie di fotoni di lunghezza d'onda diversa, in stati entangled in polarizzazione. All'epoca la tecnologia della parametric down-conversion in cristalli non era ancora disponibile, fu utilizzata l'emissione spontanea di due fotoni in un decadimento atomico di atomi di Ca.

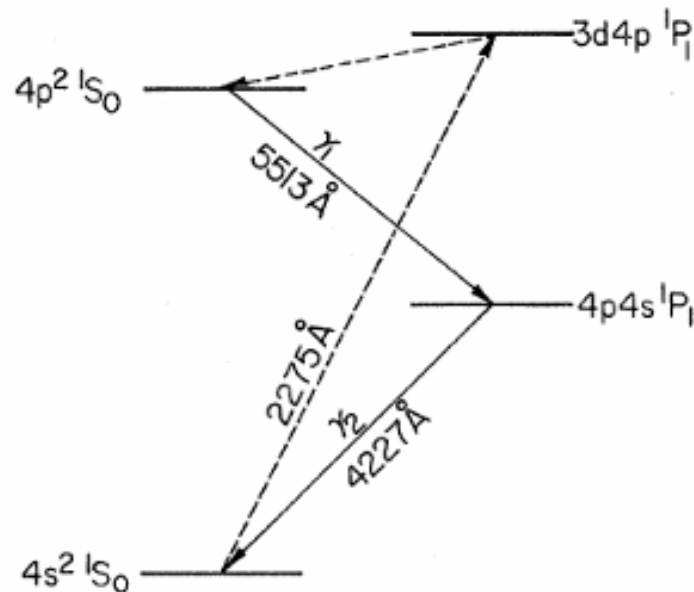


FIG. 2. Level scheme of calcium. Dashed lines show the route for excitation to the initial state $4p^2 \ ^1S_0$.

Gli atomi di Ca, che hanno due elettroni esterni, emessi da un forno sotto forma di in un "fascio atomico", venivano eccitati nel livello $|3d4p \ ^1P_1\rangle$ mediante radiazione a 227nm, emessa da una lampada UV.

Un atomo eccitato nel livello $|3d4p \ ^1P_1\rangle$ decade con probabilità $p = 0.07$ nel livello $|4p^2 \ ^1S_0\rangle$, invece che direttamente verso il fondamentale $|4s^2 \ ^1S_0\rangle$. Da quel livello, decade infine nel fondamentale attraverso una "cascata radiativa", ovvero mediante emissione di 2 fotoni, dato che le regole di selezione vietano il decadimento diretto ad un fotone con l'hamiltoniana di dipolo elettrico. Nella cascata radiativa la conservazione del momento angolare impone dei vincoli sulla polarizzazione dei due fotoni. Vediamo quali sono questi vincoli e come danno luogo alla coppia entangled.

Regole di selezione nelle transizioni radiative

Le cariche elettriche nell'atomo di Ca interagiscono con il campo elettromagnetico (em), l'hamiltoniana di interazione atomo-campo em, per un sistema neutro, è dominata dal termine di dipolo elettrico:

$$\hat{H}_I \simeq -\hat{\vec{D}} \cdot \vec{E}_0(t)$$

dove $\hat{\vec{D}}$ è il momento di dipolo elettrico dell'atomo, \vec{E}_0 il campo elettrico, che possiamo considerare uniforme sull'estensione dell'atomo. Ignoriamo per un momento il primo decadimento e supponiamo che all'istante iniziale gli atomi siano nello stato atomico $|i\rangle = |4p^2, \ ^1S_0\rangle$. Anche nel vuoto c'è un campo em: il campo em del vuoto è analogo al livello fondamentale di un oscillatore armonico, in cui $\langle x \rangle = 0$ ma $\langle x^2 \rangle \neq 0$. Ogni modo del campo em, identificato da frequenza, vettore d'onda e polarizzazione, costituisce un oscillatore

armonico, di cui possiamo definire operatori di creazione e distruzione e il campo elettrico è data da una combinazione lineare di questi operatori:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = i \sum_{\mu=(\mathbf{k}, \text{pol.})} \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}} [\mathbf{e}_\mu a_\mu(t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} - \mathbf{e}_\mu^* a_\mu^\dagger(t) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}]$$

L'ampiezza di transizione del decadimento verso uno stato di energia inferiore, mediante la creazione di un fotone in un modo del campo em, vale:

$$A_{fi} = -\langle f; 1_\mu | \vec{D} \cdot \vec{E} | i \rangle = i \mathbf{e}_\mu^* \cdot \langle f | \vec{D} | i \rangle \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}}$$

Le "regole di selezione" ci dicono quando l'elemento di matrice è nullo. Tra queste, quella che riguarda il momento angolare, prescrive che:

- $\Delta J = \Delta L = \pm 1$
- $\Delta J_z = \Delta L_z = -1, 0, 1$; inoltre si ha che, fissato ΔJ_z , l'ampiezza di transizione è proporzionale alla proiezione del vettore di polarizzazione $\mathbf{e}_\mu^* \mathbf{u}$ con $\mathbf{u} \in \{-(\mathbf{x} - i\mathbf{y})/\sqrt{2}, \mathbf{z}, (\mathbf{x} + i\mathbf{y})/\sqrt{2}\}$, rispettivamente.

Riguardo al primo decadimento della cascata, $|4p^2, ^1S_0\rangle \rightarrow |^1P_1, m_J\rangle$, abbiamo tre possibilità:

- transizione $\Delta J_z = -1$ + emissione di fotone con polarizzazione $(\mathbf{x} + i\mathbf{y})/\sqrt{2} \equiv \sigma_+$
- transizione $\Delta J_z = +1$ + emissione di fotone con polarizzazione $-(\mathbf{x} - i\mathbf{y})/\sqrt{2} \equiv \sigma_-$
- transizione $\Delta J_z = 0$ + emissione di fotoni con polarizzazione $\mathbf{z} \equiv \pi$

Siccome il vettore di polarizzazione è perpendicolare al vettore d'onda, selezionando i fotoni con vettore d'onda in direzione z , la polarizzazione π non si osserva.

Nell'esperimento di Freedman and Clauser vengono selezionati fotoni emessi lungo una direzione, identificata con z , con un angolo di accettazione che idealmente dovrebbe essere infinitesimo, ma in realtà era $\sim 30^\circ$, di cui occorre tenere conto nella successiva analisi.

Consideriamo ora il secondo decadimento della cascata, $|^1P_1, m_J\rangle \rightarrow |4s^2, ^1S_0\rangle$, le regole di selezione determinano la polarizzazione del secondo fotone per entrambe le possibilità rimaste:

- seconda transizione $\Delta J_z = +1$ + emissione di fotone con polarizzazione σ_-
- seconda transizione $\Delta J_z = -1$ + emissione di fotone con polarizzazione σ_+

Quindi nella cascata $|4p^2, ^1S_0\rangle \rightarrow |^1P_1, m_J\rangle \rightarrow |4s^2, ^1S_0\rangle$ vengono emessi due fotoni:

- $|\gamma_1, \gamma_2\rangle = |\sigma_+, \sigma_- \rangle$ quando lo stato intermedio ha $J_z = -1$
- $|\gamma_1, \gamma_2\rangle = |\sigma_-, \sigma_+ \rangle$ quando lo stato intermedio ha $J_z = +1$

Si ha quindi una coppia di fotoni entangled:

$$|\psi(\gamma_1\gamma_2)\rangle = [|\sigma_+, \sigma_-\rangle + |\sigma_-, \sigma_+\rangle] / \sqrt{2}$$

in uno stato di Bell. Con un cambiamento di base, ovvero usando la base delle polarizzazioni lineari $\{\hat{x}, \hat{y}\}$ perpendicolari alla direzione di propagazione, asse z, al posto della base delle polarizzazioni circolari, lo stato di Bell diventa:

$$\begin{aligned} |\psi(\gamma_1\gamma_2)\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}}(|\hat{x}\rangle + i|\hat{y}\rangle) \otimes (-|\hat{x}\rangle + i|\hat{y}\rangle) + \frac{1}{2\sqrt{2}}(-|\hat{x}\rangle + i|\hat{y}\rangle) \otimes (|\hat{x}\rangle + i|\hat{y}\rangle) \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(|\hat{x}\rangle \otimes |\hat{x}\rangle + |\hat{y}\rangle \otimes |\hat{y}\rangle) \end{aligned}$$

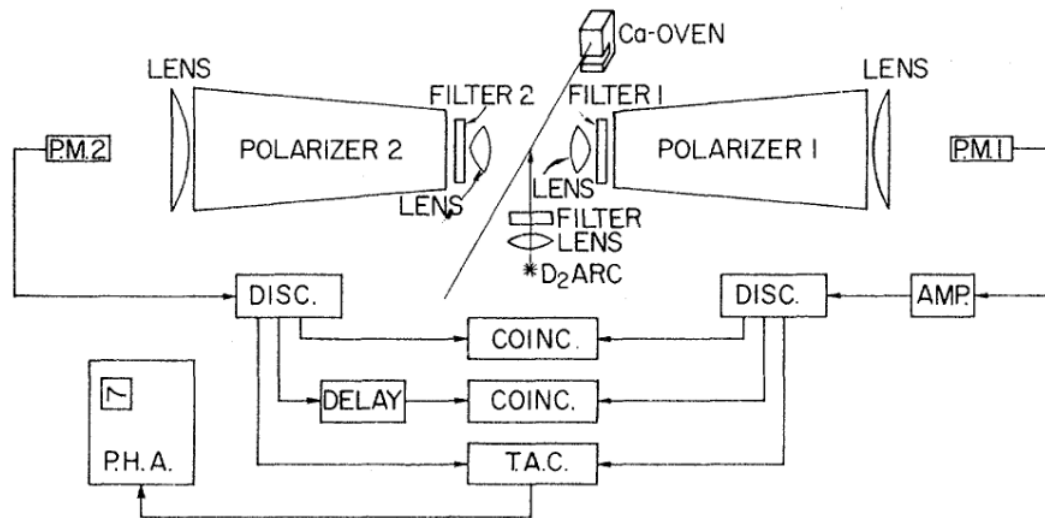


FIG. 1. Schematic diagram of apparatus and associated electronics. Scalers (not shown) monitored the outputs of the discriminators and coincidence circuits during each 100-sec count period. The contents of the scalars and the experimental configuration were recorded on paper tape and analyzed on an IBM 1620-II computer.

- Nell'esperimento di Freedman and Clauser, filtri colorati selezionano fotoni "gialli" a destra e fotoni "blu" a sinistra.
- I polarizzatori avevano efficienze di trasmissione massima pari a 0.97/0.96 (giallo/blu) e minima 0.038/0.037.
- L'efficienza di rivelazione senza polarizzatori è approx $1.5e-3$ per entrambi i colori, per effetto dell'angolo solido di rivelazione, trasmissione dei filtri, perdite di altri elementi ed

efficienze quantiche dei foto-moltiplicatori (0.13 giallo, 0.28 blu)

- I conteggi di buio sono dell'ordine di 100 c/s, le coincidenze vengono definite quando due fotoni arrivano allo stesso istante entro una finestra di 8 ns, tenuto conto che le transizioni hanno vite medie di 5 e 10 ns: il segnale è dato dalla sottrazione del segnale di coincidenza con lo stesso segnale in cui viene introdotto un ritardo di 50ns.
- Vengono rivelati solo i fotoni trasmessi: quindi le misure con i polarizzatori vengono alternate con misure senza polarizzatori, ad intervalli di 100s.
- I rate di coincidenze senza polarizzatori sono molto bassi, approx 0.1 cx/s. Il segnale viene acquisito integrando per 200h, ovvero accumulando approx 7e4 cx.

Disuguaglianza testata:

$$\Delta(\varphi) \equiv \frac{3R(\varphi)}{R_0} - \frac{R(3\varphi)}{R_0} - \frac{R_1 + R_2}{R_0}$$

- $R(\varphi)$ rate di coincidenze con angolo φ tra i polarizzatori;
- $R_{1,2}$ rate di coincidenze con solo polarizzatore 1, con solo polarizzatore 2
- R_0 rate di coincidenze senza polarizzatori

La disuguaglianza

$$-1 \leq \Delta(\varphi) \leq 0$$

vale per ogni angolo; quindi presi due angoli,

$$\begin{aligned} -1 &\leq \Delta(\varphi_1) - \Delta(\varphi_2) \leq 1 \\ |\Delta(\varphi_1) - \Delta(\varphi_2)| &\leq 1 \Rightarrow |\Delta(\varphi_1) - \Delta(\varphi_2)| - 1 \leq 0 \end{aligned}$$

Secondo la MQ, per polarizzatori ideali, la probabilità di una coincidenza è data

$$\begin{aligned} P(\alpha, \beta) &= ||\Pi_\alpha \Pi_\beta |\psi\rangle||^2 = \frac{1}{2} (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)^2 \\ &= \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta)^2 = \frac{1}{4} [1 + \cos(2\alpha - 2\beta)] \end{aligned}$$

quindi

$$\frac{R(\varphi)}{R_0} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cos(2\varphi)$$

tenendo conto delle imperfezioni dei polarizzatori e dell'angolo finito di raccolta, entrambi i termini sono moltiplicati per un fattore minore di 1. Conviene scegliere $\varphi_1 = \pi/8$, $\varphi_2 = 3\pi/8$, dato che $\Delta(\varphi = \pi/8) > 1$ e $\Delta(\varphi = 3\pi/8) < 0$ e combinare le due, sottraendole in modo da eliminare R_1 e R_2 :

$$|\Delta(\varphi_1) - \Delta(\varphi_2)| = |4R(\pi/8)/R_0 - 4R(3\pi/8)/R_0|$$

$$\delta \equiv |R(\pi/8)/R_0 - R(3\pi/8)/R_0| - \frac{1}{4} \leq 0$$

Risultato

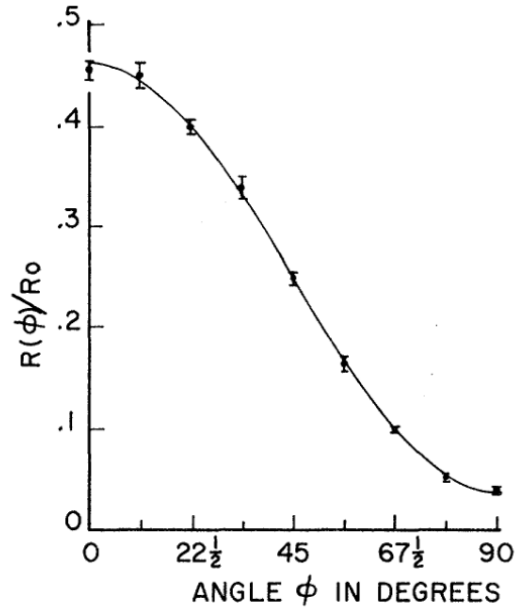


FIG. 3. Coincidence rate with angle φ between the polarizers, divided by the rate with both polarizers removed, plotted versus the angle φ . The solid line is the prediction by quantum mechanics, calculated using the measured efficiencies of the polarizers and solid angles of the experiment.

Dal grafico si vede che la predizione della MQ per $R(\varphi)$ è in buon accordo con i dati sperimentali e che $\delta = (0.050 \pm 0.008)$ è positivo, di oltre 6 std.

Clauser è tornato su questo esperimento negli anni successivi, soprattutto a causa di un esperimento simile, con atomi di Hg, condotto nello stesso periodo ad Harvard, che aveva raggiunto conclusioni opposte. Gli autori dell'esperimento di Harvard non hanno mai pubblicato i risultati, ma una bozza del loro lavoro circolava.

Esperimento di Wu and Shakhnov (1950)

Physical Review 77, 136 (1950)

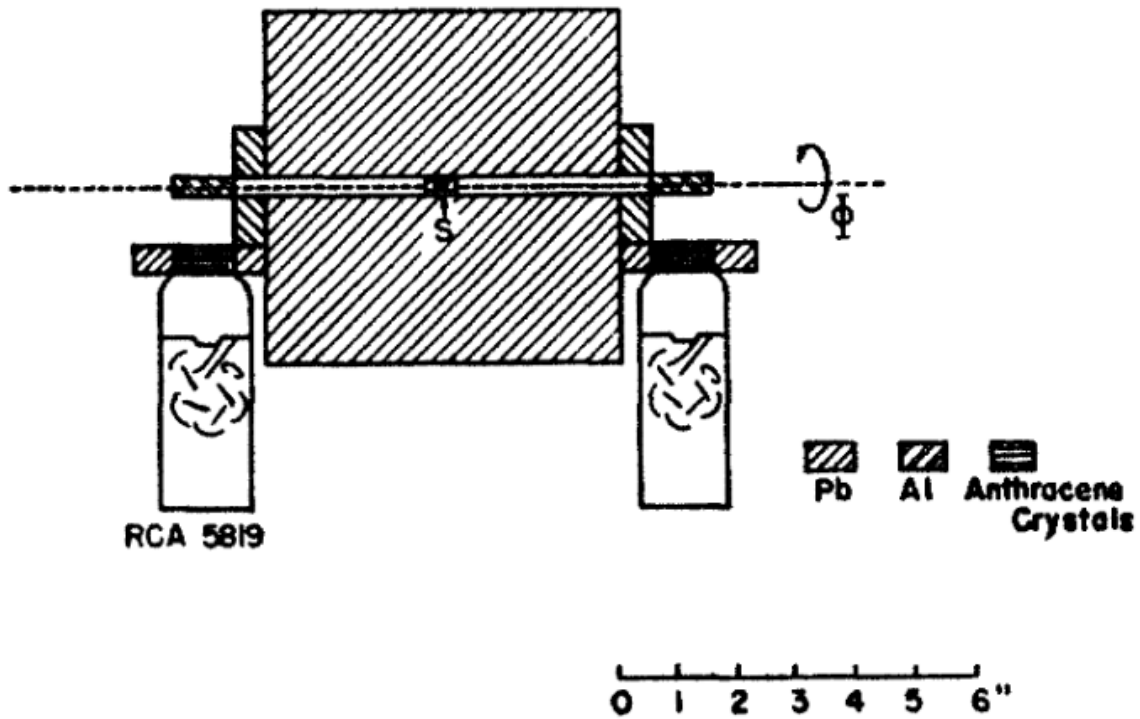


FIG. 1. Schematic diagram of experiment.

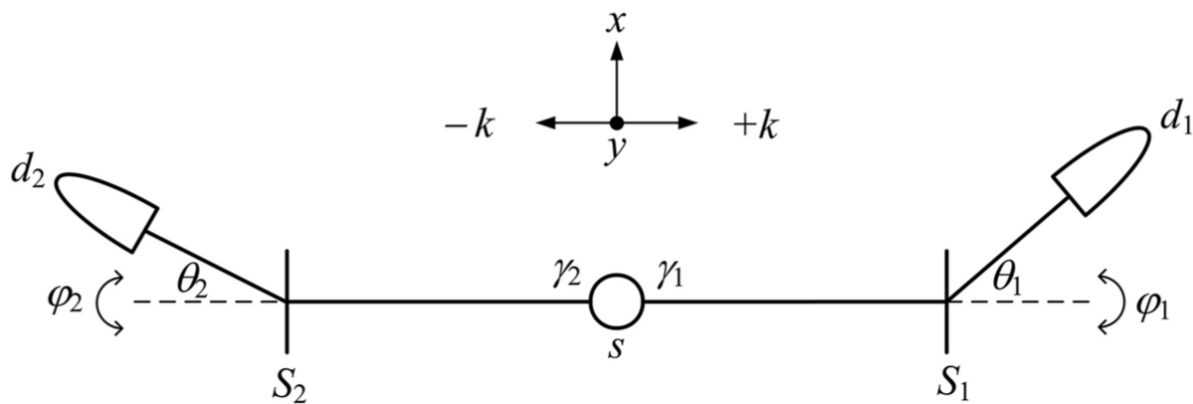
Coppia di fotoni γ emessi dall'annichilazione e^+ / e^- , ciascuno ha circa l'energia pari alla massa di elettrone e positrone, 511 keV.

Sorgente di positroni sono atomi di Cu^{64} , isotopo radioattivo con vita media di 13 h circa. Cu^{64} è attivato mediante bombardamento di nuclei di deuterio. Cu è contenuto in una capsula di alluminio, blocchi di Pb definiscono un canale di uscita dei raggi gamma, con una dispersione angolare di 3° .

I raggi gamma sono diffusi per effetto Compton su cunei di Al, la probabilità di rivelare i due fotoni in coincidenza sui rivelatori posti ad angoli (θ_1, ϕ_1) e (θ_2, ϕ_2) :

$$P(\theta_1, \phi_1, \theta_2, \phi_2) \propto \frac{1}{(2 - \cos \theta_1)^2 (2 - \cos \theta_2)^2} \times \left\{ \frac{[(1 - \cos \theta_1)^3 + 2][(1 - \cos \theta_2)^3 + 2]}{(2 - \cos \theta_1)(2 - \cos \theta_2)} - \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \cos(2\phi_1 - 2\phi_2) \right\}$$

dove gli angoli (θ_1, θ_2) e (ϕ_1, ϕ_2) sono angoli di zenith e di azimuth rispetto alla direzione di propagazione.



Nell'esperimento di Wu e Shakhnov i rivelatori sono posti ad angoli $\theta_1 = \theta_2 \simeq \pi/2$

$$P(\pi/2, \phi_1, \pi/2, \phi_1 + \delta\phi) \propto \frac{9}{4} - \cos(2\delta\phi)$$

La differenza $\delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ viene posta pari a $[0, \pi/2, \pi, 3\pi/2]$ per cui

$$P_{\parallel} = P(\delta\phi = 0) \propto \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$P_{\perp} = P(\delta\phi = \pi/2) \propto \frac{9}{4} + 1 = \frac{13}{4}$$

La probabilità $P(\theta_1, \phi_1, \theta_2, \phi_2)$ è calcolata assumendo che lo stato dei fotoni sia uno stato di Bell

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|x_1, y_2\rangle - |y_1, x_2\rangle)$$

per cui quest'esperimento, a posteriori, può essere considerato come una prova a supporto dell'esistenza dell'entanglement, *ante litteram*, dato che i risultati sono stati pubblicati 14 anni prima delle disuguaglianze di Bell.

Esperimento di Aspect, I (1981)

Ripetuto esperimento di Freedman and Clauser con coppie di fotoni emessi per cascata radiativa da atomi di ^{40}Ca .

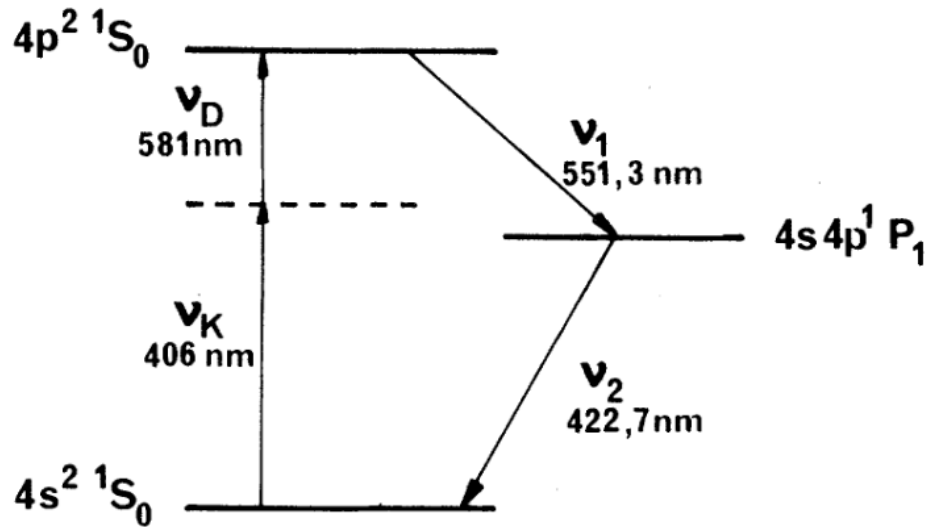


FIG. 1. Relevant levels of calcium. The atoms, selectively pumped to the upper level by the nonlinear absorption of ν_K and ν_D , emits the photons ν_1 and ν_2 correlated in polarization.

Principale miglioramento: eccitazione del livello di partenza $|4p^2 \ ^1S_0\rangle$ mediante transizione a due fotoni con laser a 406nm e 581nm, 40mW per ciascun fascio laser. Eccitazione richiede stabilizzazione della frequenza somma entro 50 MHz, ovvero una stabilità relativa dell'ordine di $4e-8$.

Grazie ai laser il rate di coppie emesse è $4e7$ coppie/s e conteggi dell'ordine di $40e3$ e $120e3$, approssimativamente 3 ordini di grandezza in più rispetto all'esperimento di Freedman and Clauser.

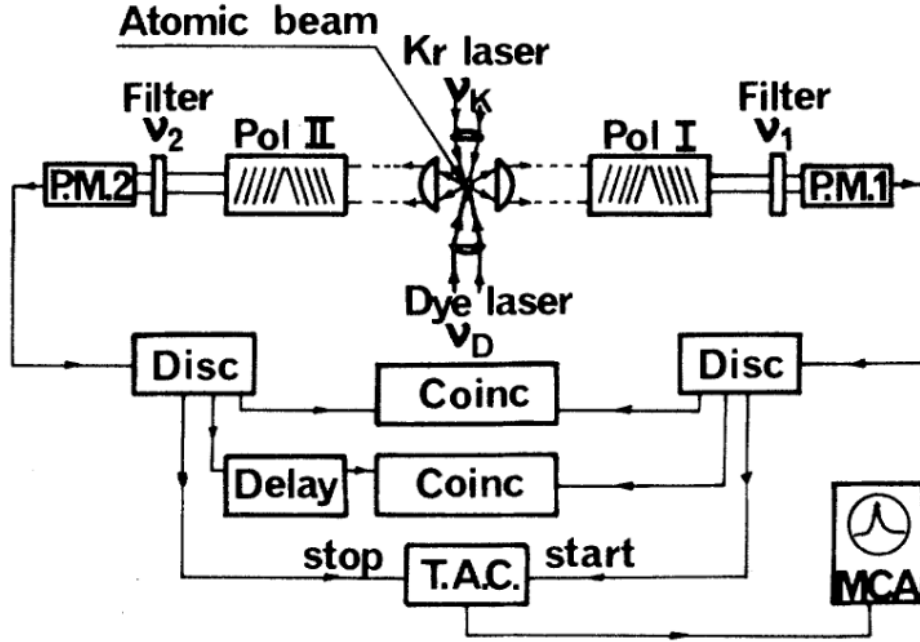


FIG. 2. Schematic diagram of apparatus and electronics. The laser beams are focused onto the atomic beam perpendicular to the figure. Feedback loops from the fluorescence signal control the krypton laser power and the dye-laser wavelength. The output of discriminators feed counters (not shown) and coincidence circuits. The multichannel analyzer (MCA) displays the time-delay spectrum.

- Selezione temporale: finestra di 19 ns. Coincidenze accidentali monitorate da un secondo canale, con finestra spostata su ritardo di 100ns. Rate di coincidenze "vere" = "misurate" - "accidentali", approx 240-90=150 al secondo.
- I polarizzatori avevano trasmissione massima e minima $(\epsilon_M, \epsilon_m) = (0.97, 0.03)$ simili.
- Misurati rate di coincidenze per diversi angoli di orientazione dei polarizzatori $R(\vec{a}, \vec{b})$; il rate di coincidenze con solo un polarizzatore $R_1(\vec{a}), R_2(\vec{b})$; il rate di coincidenza senza polarizzatori R_0
- Tenendo conto delle imperfezioni dei polarizzatori e dell'angolo finito di raccolta θ

$$R(\vec{a}, \vec{b})/R_0 = \frac{1}{4}(\epsilon_M + \epsilon_m)_1(\epsilon_M + \epsilon_m)_2 + \frac{1}{4}(\epsilon_M - \epsilon_m)_1(\epsilon_M - \epsilon_m)_2 F(\theta) \cos 2\varphi$$

dove si assume invarianza per rotazioni, ovvero che $R(\vec{a}, \vec{b})$ dipende solo dall'angolo relativo tra \vec{a} e \vec{b} , ovvero φ . Idealmente $\epsilon_M = 1, \epsilon_m = 0, F(\theta) = 1$ e l'ampiezza dell'oscillazione è 1/4, nell'esperimento l'ampiezza è $1/4 * 0.94^2 * 0.98$.

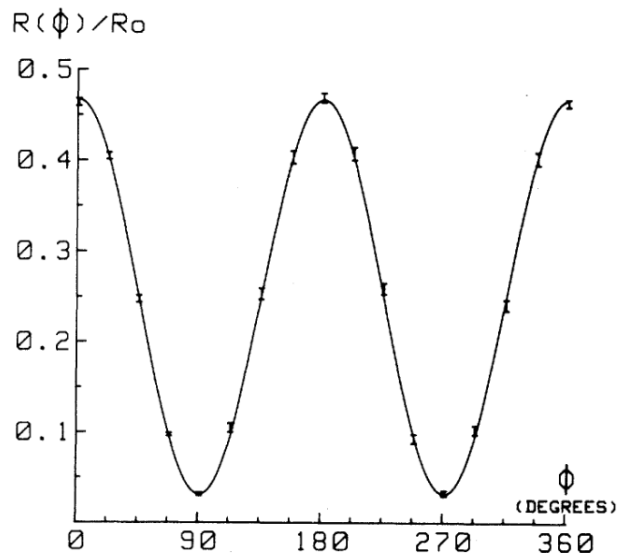


FIG. 4. Normalized coincidence rate as a function of the relative polarizer orientation. Indicated errors are ± 1 standard deviation. The solid curve is not a fit to the data but the prediction of quantum mechanics.

Risultati

Come in Freedman and Clauser viene messa alla prova la disuguaglianza

$$-1 \leq S = \left[R(\vec{a}, \vec{b}) - R(\vec{a}, \vec{b}') + R(\vec{a}', \vec{b}) + R(\vec{a}', \vec{b}') - R_1(\vec{a}') - R_2(\vec{b}) \right] / R_0 \leq 0$$

Qui la quantità S è quella che in Freedman e Clauser era Δ .

Scegliendo gli angoli in questo modo (a)

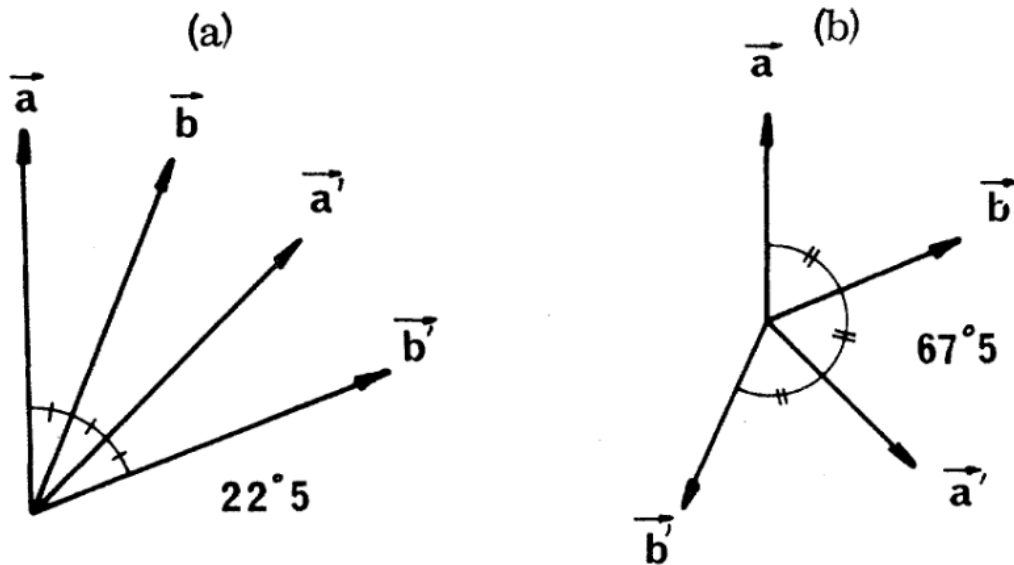


FIG. 3. Orientations leading to the maximum violations of generalized Bell inequalities.

viene misurata

$$S_{exp} = (0.126 \pm 0.014)$$

violando $S \leq 0$ di 9σ .

In alternativa, il parametro di Freedman e Clauser

$$\delta = |R(\pi/8) - R(3\pi/8)|/R_0 - \frac{1}{4} \leq 0$$

viene misurato

$$\delta_{exp} = (5.7 \pm 0.43) \cdot 10^{-2}$$

in accordo con Freedman e Clauser e violando la dis. di 13σ .

Esperimento di Aspect, II (1981)

Nuovo esperimento. La differenza sostanziale rispetto al precedente si vede nella rivelazione: i polarizzatori qui hanno due porte di uscita. Fotoni con polarizzazione parallela (alla pagina) sono trasmessi, con polarizzazione perpendicolare sono riflessi. Entrambe le porte sono seguite da un rivelatore.

In questo modo è possibile misurare non solo le coincidenze di fotoni TT, ma anche TR, RT, RR. Negli esperimenti precedenti i fotoni non-T erano assorbiti e non rivelati.

In questo esperimento è stato quindi possibile misurare le correlazioni

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{R_{TT}(a, b) + R_{RR}(a, b) - R_{RT}(a, b) - R_{TR}(a, b)}{R_{TT}(a, b) + R_{RR}(a, b) + R_{RT}(a, b) + R_{TR}(a, b)}$$

dove

- $R_{TT}(a, b)$ è il rate di coincidenze tra il fotomoltiplicatore in trasmissione al polarizzatore 1 orientato con angolo a e il fotomoltiplicatore in trasmissione al polarizzatore 2 orientato con angolo b ;
- $R_{RT}(a, b)$ è il rate di coincidenze tra il fotomoltiplicatore in riflessione al polarizzatore 1 orientato con angolo a e il fotomoltiplicatore in trasmissione al polarizzatore 2 orientato con angolo b ;
- etc.

Dalle correlazioni $E(a, b)$ è possibile mettere alla prova la dis. di Bell:

$$-2 \leq S \leq 2$$

$$S \equiv E(\vec{a}, \vec{b}) - E(\vec{a}, \vec{b}') + E(\vec{a}', \vec{b}) + E(\vec{a}', \vec{b}')$$

Ripetuto esperimento di Freedman and Clauser con coppie di fotoni emessi per cascata radiativa da atomi di ^{40}Ca .

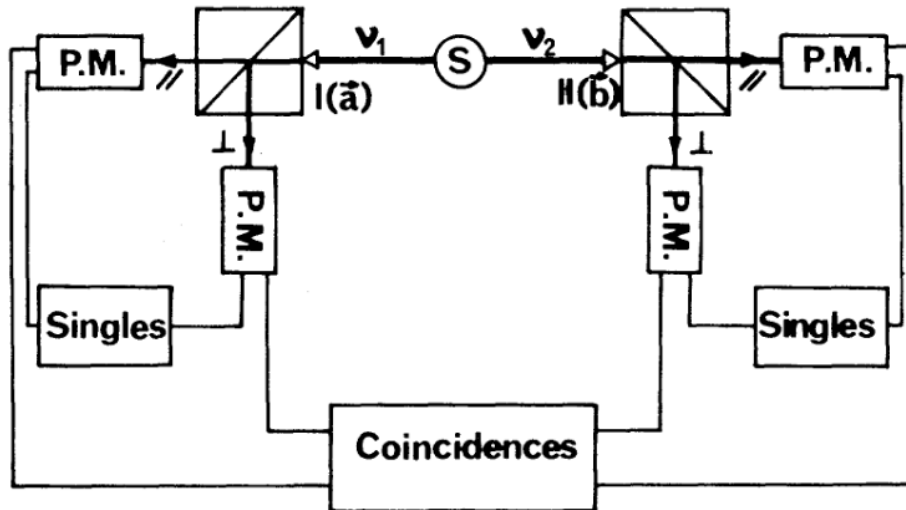


FIG. 2. Experimental setup. Two polarimeters I and II, in orientations \vec{a} and \vec{b} , perform true dichotomic measurements of linear polarization on photons ν_1 and ν_2 . Each polarimeter is rotatable around the axis of the incident beam. The counting electronics monitors the singles and the coincidences.

- Miglioramento nella generazione di coppie di fotoni $5e7$ /s
- Efficienze dei polarizzatori simili
- Risultato:

$$S_{exp} = (2.697 \pm 0.015)$$

Violazione della disuguaglianza $(S_{exp} - 2) = 46\sigma$.

Predizione della MQ con la scelta degli angoli di cui sopra $S=2.70$, vicino al valore massimo ideale $2\sqrt{2} \simeq 2.82$.

Esperimento di Aspect, III (1982)

Nuovo esperimento.

"However, all these experiments have been performed with static setups, in which polarizers are held fixed for the whole duration of a run. Then, one might question Bell's locality assumption, that states that the results of the measurement by polarizer II does not depend on the orientation a of polarizer I (and vice versa), nor does the way in which pairs are emitted depend on a or b . Although highly reasonable, such a locality condition is not prescribed by any fundamental physical law.

As pointed out by Bell, it is possible, in such experiments, to reconcile supplementary-parameter theories and the experimentally verified predictions of quantum mechanics: The settings of the instruments are made sufficiently in advance to allow them to reach some mutual rapport by exchange of signals with velocity less than or equal to that of light. If such interactions existed, Bell's locality condition would no longer hold for static experiments, nor would Bell's inequalities.

Bell thus insisted upon the importance of experiments of the type proposed by Bohm and Aharonov, ' in which the settings are changed during the flight of the particles.'

L'orientazione dei polarizzatori deve essere variata dopo l'emissione dei fotoni e in modo che la scelta sul polarizzatore A non possa influire sulla misura effettuata in B.

Idealmente occorre allontanare gli apparati di misura A e B a grande distanza L , questo è lo scopo del terzo esperimento di Aspect.

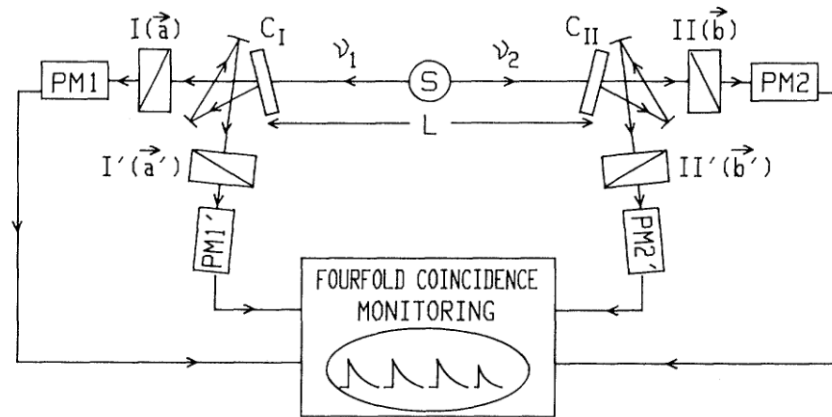


FIG. 2. Timing experiment with optical switches. Each switching device (C_I, C_{II}) is followed by two polarizers in two different orientations. Each combination is equivalent to a polarizer switched fast between two orientations.

- Per ciascuno dei due apparati A e B, ci sono due direzioni dei polarizzatori a, a' e b, b' che vengono scelte per massimizzare la disuguaglianza: $(a, b) = (b, a') = (a', b') = \pi/8$ e $(a, b') = 3\pi/8$.
- Ad ogni lato, l'orientazione è variata approssimativamente ogni 10 ns, mediante un modulatore acusto-ottico ad acqua. Nel modulatore, viene creata un'onda acustica stazionaria grazie a due trasduttori piezo-elettrici, che cambiano la loro lunghezza quando viene applicato un campo elettrico, pilotati a 25 MHz (periodo = 40ns). L'onda acustica genera una modulazione di densità e quindi di indice di rifrazione, questa modulazione, massima ogni mezzo periodo, genera la diffrazione della luce, deflettendola ad un angolo $2\theta_B = 10$ mrad. Regolando la potenza inviata ai piezoelettrici e quindi l'ampiezza dell'onda acustica, si ottiene deflessione totale.

Quando, ogni mezzo periodo, l'ampiezza dell'onda acustica è nulla, la luce viene totalmente trasmessa.

Ogni 20ns la luce viene commutata tra il polarizzatore A(a) e il polarizzatore A(a'), analogamente tra B(b) e B(b').

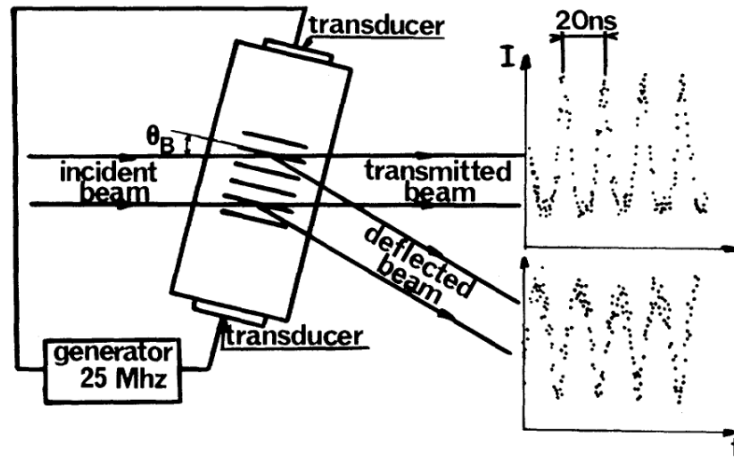


FIG. 3. Optical switch. The incident light is switched at a frequency around 50 MHz by diffraction at the Bragg angle on an ultrasonic standing wave. The intensities of the transmitted and deflected beams as a function of time have been measured with the actual source. The fraction of light directed towards other diffraction orders is negligible.

- Vengono misurate le coincidenze in continuazione e poi, selezionando con finestre di larghezza temporale pari a 18ns centrate intorno agli istanti di deflessione e trasmissione, si misurano i rates $R(a,b)$, $R(a',b)$, ... e si costruisce l'osservabile

$$S = \frac{R(a,b)}{R(\infty,\infty)} - \frac{R(a,b')}{R(\infty,\infty')} + \frac{R(a',b)}{R(\infty',\infty)} + \frac{R(a',b')}{R(\infty',\infty')} - \frac{R(a',\infty)}{R(\infty',\infty)} - \frac{R(\infty,b)}{R(\infty,\infty)}$$

dove $R(a',\infty)$, $R(\infty,b)$ sono i rate con un solo polarizzatore; $R(\infty,\infty)$, $R(\infty',\infty)$, ... sono i rate di coincidenze senza polarizzatori.

- Rates di coincidenze molto inferiori all'esperimento precedente, ~ 1 Hz senza polarizzatori, per via della ridotto angolo solido di raccolta, necessario ai modulatori acusto-ottici.
- Idealmente la scelta del polarizzatore dovrebbe essere casuale, nella pratica le configurazioni (a,b) , (a',b) , si ripetono periodicamente, o meglio, in maniera quasi periodica, dato che i due modulatori hanno frequenze leggermente diverse.
- La distanza tra i due apparati è $L=12$ m, ogni comunicazione tra i due apparati impiega un intervallo di tempo $L/c = 40$ ns, maggiore del tempo di commutazione e anche della separazione temporale con cui vengono emessi i due fotoni (approx 10 ns).
- Risultato:

$$S_{exp} = (0.101 \pm 0.02)$$

viola la disuguaglianza $-1 \leq S \leq 0$ di 5σ .

Scappatoie (loopholes)

Si possono immaginare diverse scappatoie grazie alle quali gli esperimenti violano le dis. di Bell in teorie a variabili nascoste:

1. gli apparati A e B sono troppo vicini, così che la prima misura del primo fotone influenza la misura del secondo (locality or causality loophole). Questo è confutato dall'esperimento di Aspect.
2. Non tutti i fotoni sono entangled, per via della bassa efficienza bassa di rivelazione non tutti i fotoni vengono rivelati ed in particolare, per qualche ragione, vengono rivelati i fotoni entangled (fair sampling, detection loophole).
3. La scelta delle orientazioni dei polarizzatori non è davvero random (freedom of choice loophole, libero arbitrio). In un esperimento recente, 100k persone sono state coinvolte per generare una scelta casuale.

Progressivamente tutti i loopholes sono stati risolti e possiamo concludere che le disuguaglianze di Bell sono violate oltre ogni ragionevole dubbio.

Esperimento di Wu and Shaknov (1950)

Physical Review 77, 136 (1950)

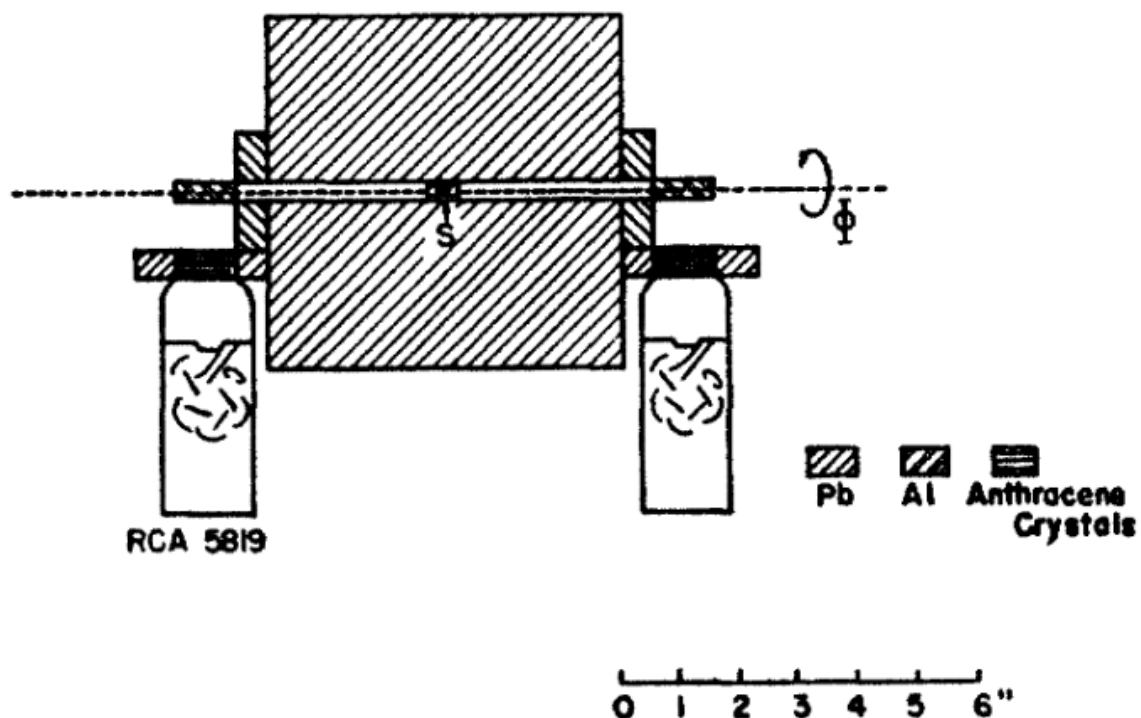


FIG. 1. Schematic diagram of experiment.

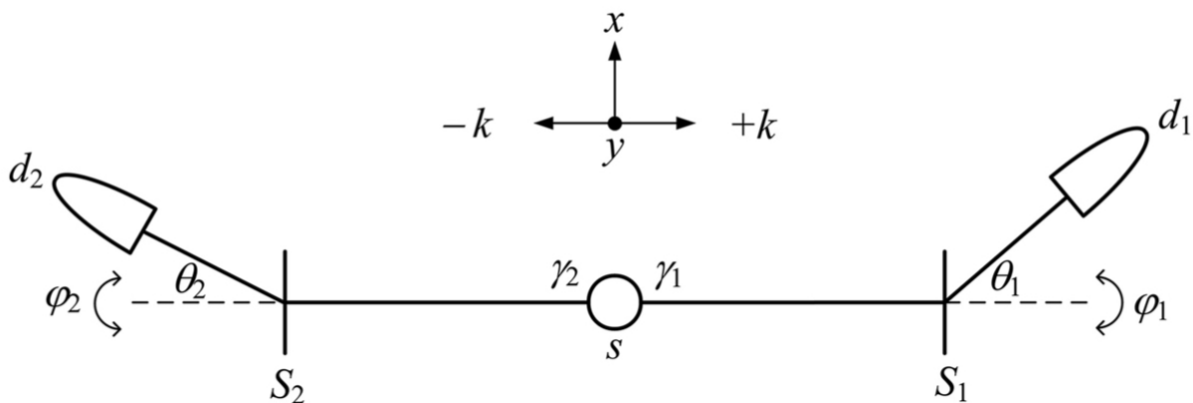
Coppia di fotoni γ emessi dall'annichilazione e^+ / e^- , ciascuno ha circa l'energia pari alla massa di elettrone e positrone, 511 keV.

Sorgente di positroni sono atomi di Cu^{64} , isotopo radioattivo con vita media di 13 h circa. Cu^{64} è attivato mediante bombardamento di nuclei di deuterio. Cu è contenuto in una capsula di alluminio, blocchi di Pb definiscono un canale di uscita dei raggi gamma, con una dispersione angolare di 3° .

I raggi gamma sono diffusi per effetto Compton su cunei di Al, la probabilità di rivelare i due fotoni in coincidenza sui rivelatori posti ad angoli (θ_1, ϕ_1) e (θ_2, ϕ_2) :

$$P(\theta_1, \phi_1, \theta_2, \phi_2) \propto \frac{1}{(2 - \cos \theta_1)^2 (2 - \cos \theta_2)^2} \times \left\{ \frac{[(1 - \cos \theta_1)^3 + 2][(1 - \cos \theta_2)^3 + 2]}{(2 - \cos \theta_1)(2 - \cos \theta_2)} - \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \cos(2\phi_1 - 2\phi_2) \right\}$$

dove gli angoli (θ_1, θ_2) e (ϕ_1, ϕ_2) sono angoli di zenith e di azimuth rispetto alla direzione di propagazione.



Nell'esperimento di Wu e Shakhnov i rivelatori sono posti ad angoli $\theta_1 = \theta_2 \simeq \pi/2$

$$P(\pi/2, \phi_1, \pi/2, \phi_1 + \delta\phi) \propto \frac{9}{4} - \cos(2\delta\phi_1)$$

La differenza $\delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ viene posta pari a $[0, \pi/2, \pi, 3\pi/2]$ per cui

$$P_{\parallel} = P(\delta\phi = 0) \propto \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

$$P_{\perp} = P(\delta\phi = \pi/2) \propto \frac{9}{4} + 1 = \frac{13}{4}$$

La probabilità $P(\theta_1, \phi_1, \theta_2, \phi_2)$ è calcolata assumendo che lo stato dei fotoni sia uno stato di Bell

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|x_1, y_2\rangle - |y_1, x_2\rangle)$$

per cui quest'esperimento, a posteriori, può essere considerato come una prova a supporto dell'esistenza dell'entanglement, *ante litteram*, dato che i risultati sono stati pubblicati 14 anni prima delle disuguaglianze di Bell.

Riferimenti

S. J. Freedman and J. F. Clauser, "*Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories*", Phys. Rev. Lett. 28, 14 (1972)

C. S. Wu and I. Shaknov, *The Angular Correlation of Scattered Annihilation Radiation*, Phys. Rev. 77, 136 (1950)

A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, "*Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem*", Phys. Rev. Lett. 47, 7 (1981)

A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, "*Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell's Inequalities*", Phys. Rev. Lett. 49, 2 (1982)

A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger, "*Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers*", Phys. Rev. Lett. 49, 25 (1982)

Video su polarizzatori: <https://www.youtube.com/watch?v=zcqZHYo7ONs&t=775s>