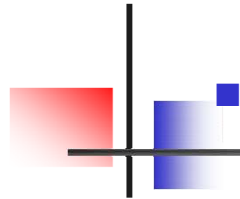


- Otomatik Kontrol Sistemleri- Benjamin C. Kuo
- Otomatik Kontrol- İbrahim Yüksel
- Çözümlü Kontrol Problemleri –İbrahim Yüksel
- Moderne Regelungstechnik- Richard C. Dorf- Robert H.Bishop
- Otomatik Kontrol -Prof. Dr. İbrahim Deniz Akçalı
- Theorie der Regelungstechnik- Hugo Gassman



## KONTROLÖRLER

Oransal Kontrolör (P)

İntegral Kontrolör (I)

Türev Kontrolör (D)

## ■ KONTROLÖRLERİN TASARIMI

## ■ KARARLILIK

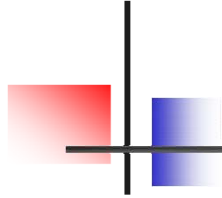
Kök – Yer Eğrileri Yöntemi

Routh – Hurwitz Kararlılık Ölçütü

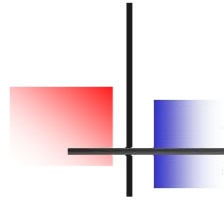
Nyquist Yöntemi

Bode Yöntemi

## 22. KONTROLÖR NEDİR ?



- Bir kapalı döngü kontrol sistemi içinde **kontrol organının görevi** ölçme elemanı üzerinden geri beslenen çıkış büyüklüğünü referans giriş büyüklüğü ile karşılaştırmaktır.
- Karşılaştırmadan ortaya çıkabilecek hata değerinin yapısına ve kendi denetim etkisine bağlı olarak uygun bir kumanda denetim sinyali üretmektir.

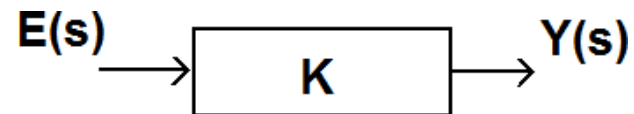


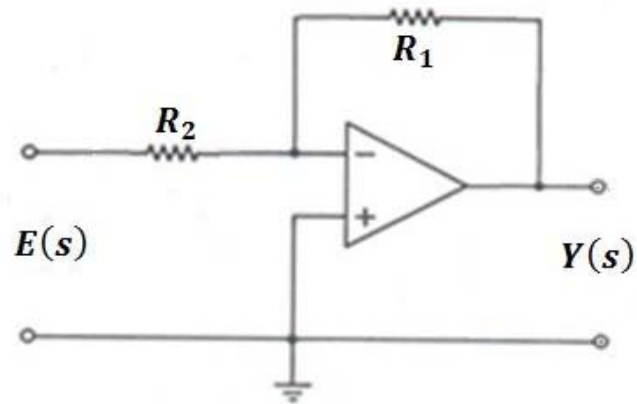
- Kontrol organlarında kullanılan belli başlı dört temel kontrol etkisi vardır. Bunlar:
  - İkili veya aç kapa kontrol etkisi
    - Oransal kontrol etkisi (P etki)
    - İntegral kontrol etkisi (I etki)
    - Türev kontrol etkisi (D etki)
- Bu temel kontrol etkilerinin bir veya birkaçının bir arada uygun şekilde kullanılmasıyla değişik kontrol etkilerinde çalışan kontrol organları oluşturulur. Bunlar:
  - Orantı + integral tipi kontrol organı ( PI tipi)
  - Orantı + türev tipi kontrol organı ( PD tipi)
  - Orantı + integral artı türev tipi kontrol organı ( PID tipi)



## *P : Oransal Kontrolör Etkisi*

- Normal olarak kararlı bir çalışma oluşturur.
- Hata daima mevcuttur. (kalıcı-durum hatası)
- K ile bu hata düşürülebilir.
- K çok büyürse, sistem kararsız olur.





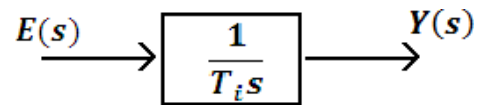
$$\frac{Y(s)}{E(s)} = -\frac{R_1}{R_2}$$

Oransal kontrolörün yükselteç devresi.

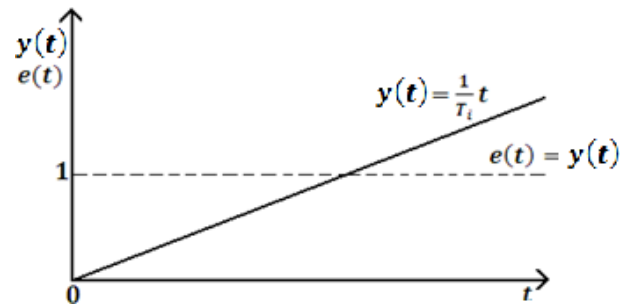
Direnç değerleri uygun bir şekilde seçilerek istenen  $K_p$  değeri elde edilebilir.

## *I : Integral Kontrolör Etkisi*

- Hatayı sıfırlar (kalıcı hatayı).
- Yavaş bir kontrol sağlar.
- Sisteme 90° derece faz gecikmesi getirir.



Blok diyagramı

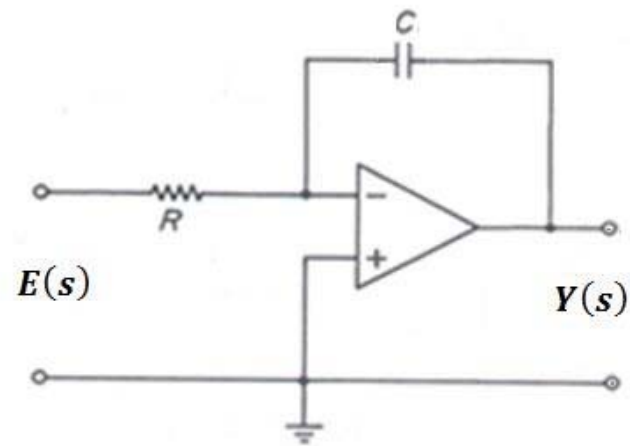


$T_i \rightarrow$  integral zamanı

$$y(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt$$

$$Y(s) = \frac{1}{T_i s} E(s) \Rightarrow \frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{1}{T_i s}$$

Basamak girişine cevabı.



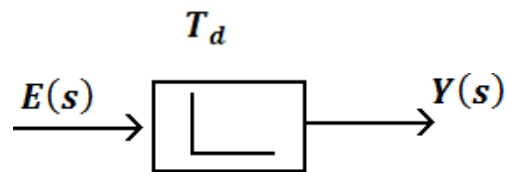
$$\frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{\frac{1}{Cs}}{R} \Rightarrow \frac{Y(s)}{E(s)} = -\frac{1}{CRs}$$

Integral kontrolör yükselteç devresi.



## *D : Türev Kontrolör Etkisi*

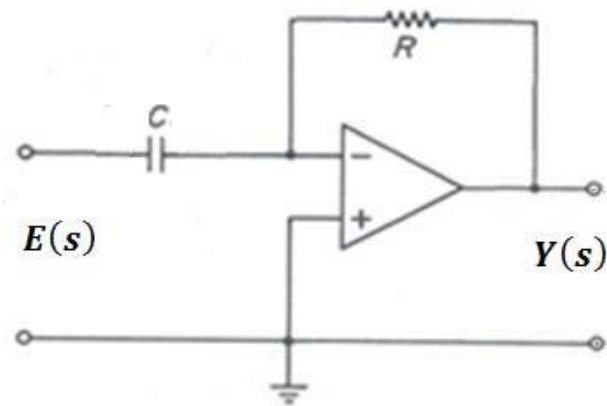
- Hatanın büyümesini önceden kestirir.
- Sisteme bir faz önceliği getirir.
- Sistemin kararlılığını artırır.
- Bir sabitin türevi sıfır olduğu için zamanla değişmeyen hata üzerinde etkisi yoktur.
- Diğer denetim organları ile kullanılır.
- Pratikte türev alıcı organ bozucu sinyallere çok duyarlıdır. Bu yüzden diğer kontrolör organları ile beraber kullanılır.



Blok diyagramı

$$y(t) = T_d \frac{de}{dt}$$

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = T_d s$$



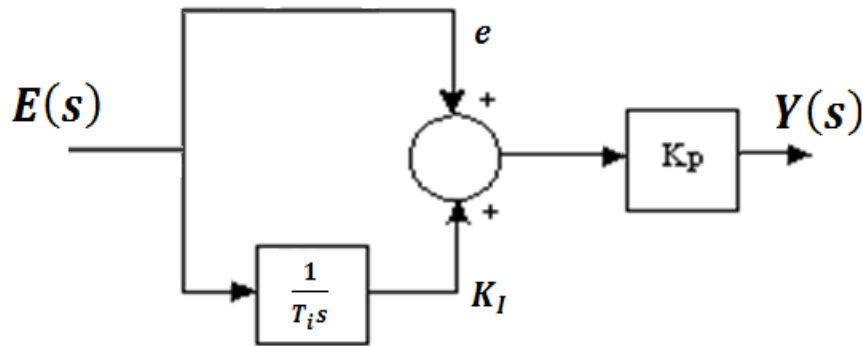
$$\frac{Y(s)}{E(s)} = -\frac{Z_R}{Z_c}$$

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = -RCs$$

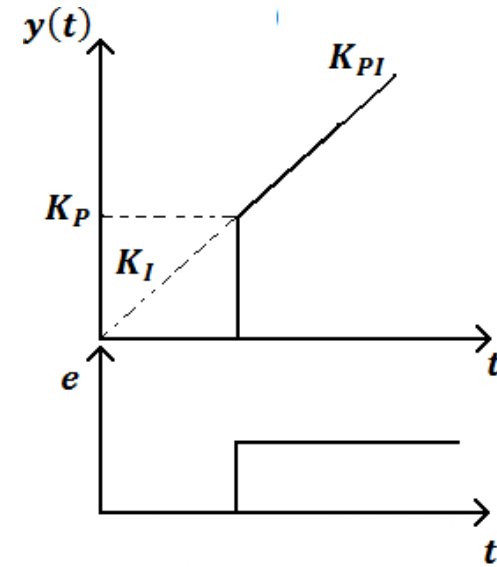
Türev kontrolör yükselteç devresi

## ORANSAL+İNTEGRAL(PI-TİPİ) KONTROL ORGANI

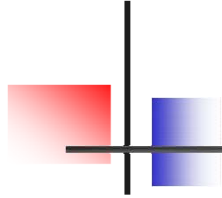
- Bu kontrol organı oransal ve integral kontrol etkilerinin birleştirilmesinden meydana gelir ve aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:



PI- kontrol organının blok diyagramı



Birim basamak cevabı



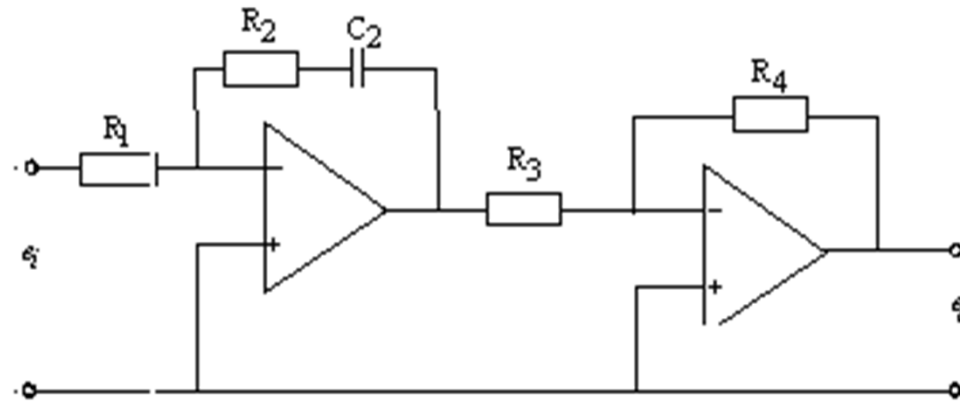
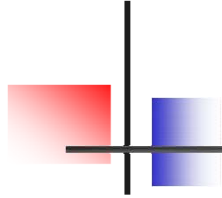
$$y(t) = K_P ( e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt )$$

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = \left( K_P + \left( \frac{K_I}{s} \right) \right) = \frac{(sK_P + K_I)}{s} = K_P \left( 1 + \left( \frac{K_I}{sK_P} \right) \right) \text{ dir.}$$

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

$$T_i = \left( \frac{K_P}{K_I} \right) \Rightarrow \text{integral zamanıdır.}$$

- Orantı etkiye integral etki ilavesi orantı etkinin tek başına kullanılması halinde sistemde ortaya çıkan kalıcı durum hatasını ortadan kaldırır.  
İntegrasyon işlemi kalıcı durum hatasını ortadan kaldırmakla beraber aynı bağıl kararlılık koşullarında sistemin cevap hızını düşürür.
- İntegral etki kazancını artırmak sureti ile cevap hızı artmakla beraber kazanç değerinin çok fazla artırılması sistemi kararsızlığa götürebilir.
- PI denetim organı yapısı basit olup özellikle süreç kontrol sistemlerinde oldukça fazla kullanılmaktadır



PI tipi kontrol organının işlemisel yükselteçlerle gerçekleştirilmesi

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \left( \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1} \right) \times \left( \frac{(s R_2 C_2 + 1)}{(s R_2 C_2)} \right)$$
$$= \left( \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1} \right) + \left( \left( \frac{R_4}{R_3 R_1 C_2} \right) \times \left( \frac{1}{s} \right) \right)$$

Burada:  $K_P = \frac{(R_4 R_2)}{(R_3 R_1)}$  ve  $K_I = \frac{R_4}{R_3 R_1 C_2}$  dir.

- Buradaki direnç ve kapasite değerleri ayarlanarak istenen  $K_I$  ve  $K_P$  değerleri elde edilebilir.

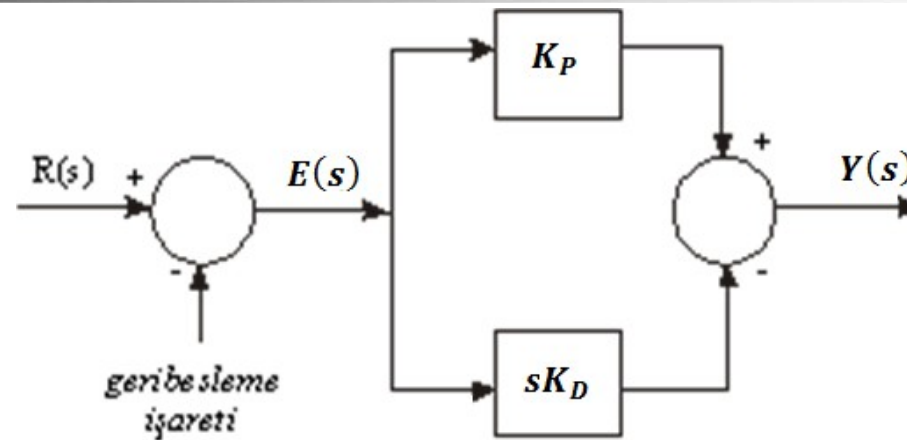
# ORANSAL+İNTEGRAL(PI-TİPİ) KONTROL

PI tipi kontrol organı yapısı nispeten basit olup, özellikle basınç, seviye ve akış kontrolünde kullanılır.

Integral etki kontrol edilen çıkış büyüklüğünde meydana gelebilecek kalıcı durum hatalarını ortadan kaldırır. Integral etkinin kullanım amacı sistemin değişen talepleri üzerinde yeterli bir kontrol etkisi sağlamaktadır. Eğer sistemden istenen talep yalnız başına oransal(P) etkisi ile karşılanabiliyorsa, Integral(I) etkinin kullanılması gereksizdir.

Eğer P(orantı) etkisine I(integral) etkisi ilave edilecek olursa, Kontrol organı çıkışında sürekli artan (integre olan) kontrol etkisi elde edileceğinden motor elemanının, hatanın ortadan kalkmasını sağlayacak kadar hareket etmesi temin edilmiş olur. Bu işlem sonucu kontrol edilen çıkış büyüklüğünde ortaya çıkan sapma sıfırlanmış olur.

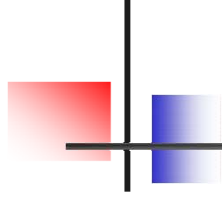
# ORANSAL+TÜREV(PD-TİPİ) KONTROL ORGANI



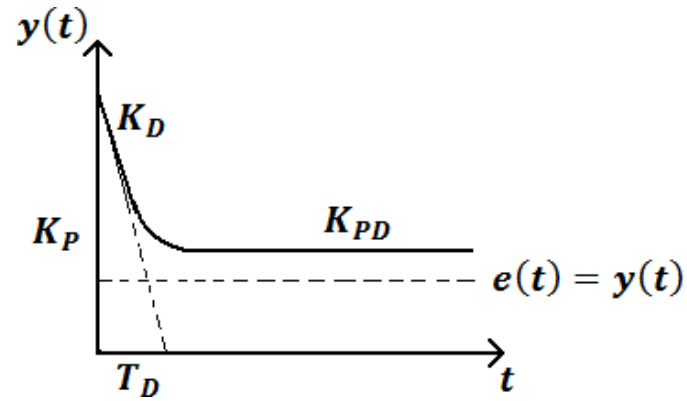
PD tipi kontrol blok diyagramı gösterimi

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = K_P + sK_D = K_P \left( 1 + \left( \frac{sK_D}{K_P} \right) \right)$$

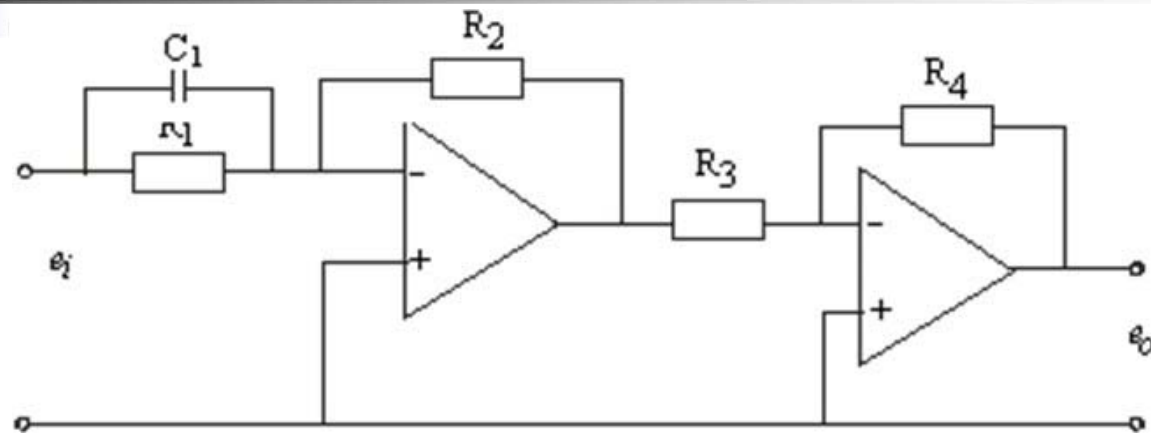
$$Y(s) = K_P(1 + T_D s) \quad T_D \rightarrow \text{Differansiyel zamandır.}$$



PD kontrol, D(türev) etkiden dolayı hızlı bir çalışma sağlar. D (türev) etki sisteme  $90^\circ$  derece faz avansı getirir. Ancak sistemde sıfır yapılamayan bir hata bulunur. Bu durum için basamak girişine verdiği cevap çizilecek olursa,







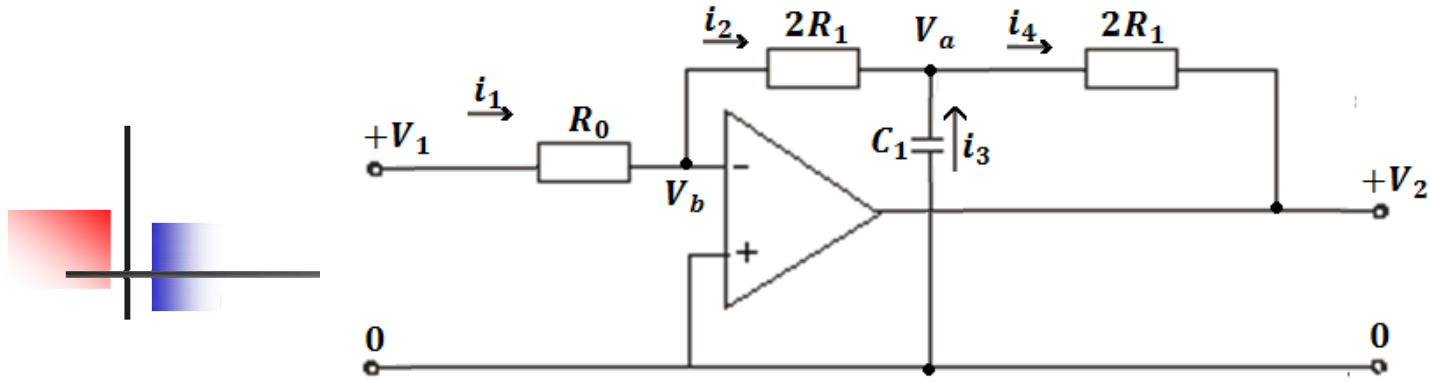
PD tipi kontrol organının işlemel yükselteçlerle gerçekleştirilmesi

$$E_o(s)/E_i(s) = ((R_4 R_2)/(R_3 R_1)) \times (s R_1 C_1 + 1)$$

$$= ((R_4 R_2)/(R_3 R_1)) + (R_4 R_2 C_1 + R_3) s$$

$$= K_P + s K_D$$

$$\text{Burada: } K_P = R_4 R_2 / R_3 R_1 \quad \text{ve} \quad K_D = \frac{R_4 R_2 C_1}{R_3} \quad \text{dür.}$$



Orantı ve türevli İşlemsel Kuvvetlendiricinin diğer bir bağlantı düzeni.

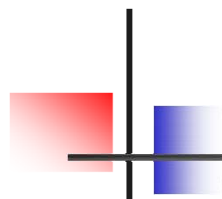
Pratikte çoğunlukla, orantı ve türevli kontrol elemanı olarak bu sistem kullanılmaktadır. Bu bağlantıda, sistemin girişi ile çıkışı arasındaki transfer bağıntısının  $V_b \ll V_a, V_1, V_2$  varsayımı ile elde edilmektedir.  $V_b = 0$  Alınarak işleme başlanırsa,

$$i_1 = \frac{V_1 - V_b}{R_0} = \frac{V_1 - 0}{R_0} = \frac{V_1}{R_0}$$

$$i_2 = i_1 = \frac{V_1}{R_0}$$

$$V_a = V_b - i_2 2R_1 = 0 - \frac{V_1 2R_1}{R_0} = -\frac{V_1}{R_0} 2R_1$$

$$i_3 = \frac{0 - V_a}{1/C_1 s} = \frac{-(-\frac{2R_1 V_1}{R_0})}{1/C_1 s} = \frac{2C_1 R_1 s}{R_0} V_1$$



$$i_4 = i_2 + i_3 = \frac{V_1}{R_0} + \frac{2C_1R_1s}{R_0}V_1$$

$$V_2 = V_a - i_4 \cdot 2R_1 = -\frac{V_1}{R_0}2R_1 - \left(\frac{V_1}{R_0} + \frac{2C_1R_1s}{R_0}V_1\right)2R_1$$

$$V_2 = V_1 \left( -\frac{2R_1}{R_0} - \frac{2R_1}{R_0} - \frac{4R_1^2C_1s}{R_0} \right)$$

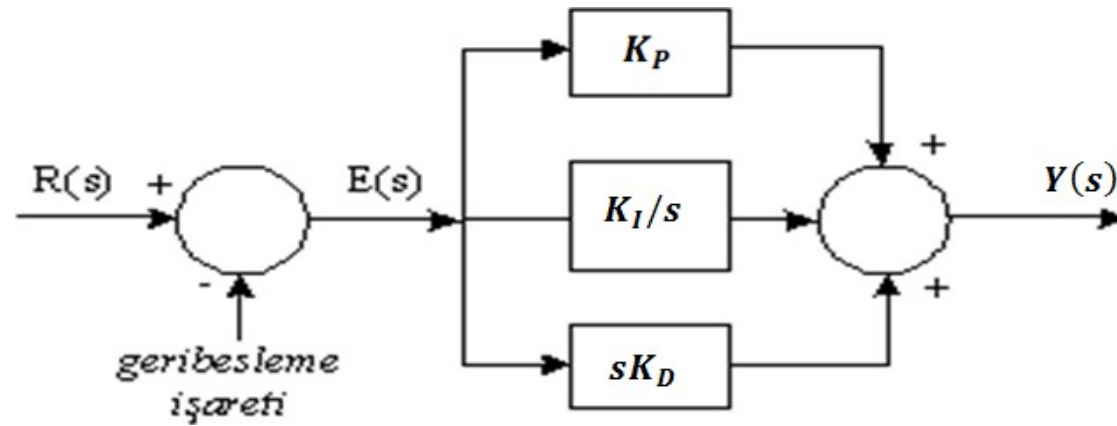
$$\Rightarrow G(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = -\frac{4R_1}{R_0}(1 + R_1C_1s)$$

# ORANSAL+TÜREV(PD-TİPİ) KONTROL

- Orantı etkiye türev etki ilavesi ile elde edilen **PD Kontrol;** Kalıcı – durum hatasını sıfırlayamamak la beraber, bozucu girişten doğan kalıcı–durum hatasının fazla önemsenmediği, fakat buna karşılık orantı etkiye göre geçici – durum davranışının iyileştirilmesi istenen konum servo mekanizmalarında tercih edilir.

Türev etki ilavesi kararsız veya kararsızlığa yakın bir sisteme sönüm ilave ederek sistemi daha kararlı hale getirir. Türev etki ilavesinin en önemli sakıncası kontrol sinyalleri yanında sistemde ortaya çıkan bozucu sinyallerini de kuvvetlendirmesidir. Bunun sonucu olarak son kontrol organı çıkışında salınımlı bir hareket meydana gelir.

# ORANSAL-İNTEGRAL-TÜREV (PID-TİPİ) KONTROL

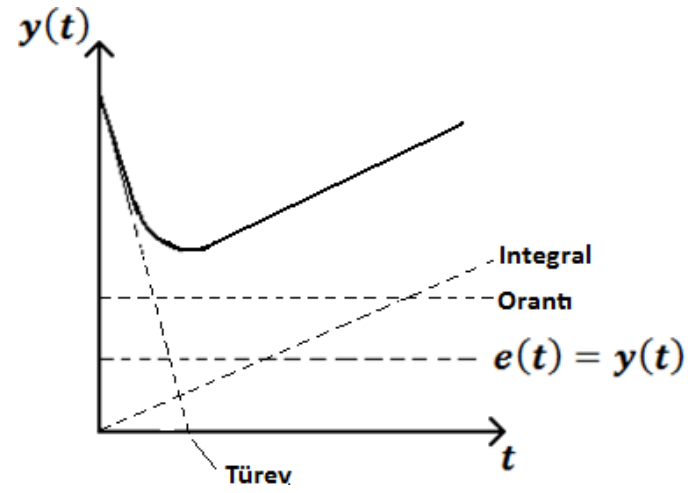
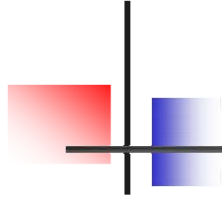


PID tipi kontrol organının blok diyagramı gösterimi

$$\frac{E_0(s)}{E_i(s)} = \left( K_P + \left( \frac{K_I}{s} \right) + sK_D \right) = K_P \left( 1 + \left( \frac{K_I}{sK_P} \right) + \left( \frac{sK_D}{K_P} \right) \right)$$

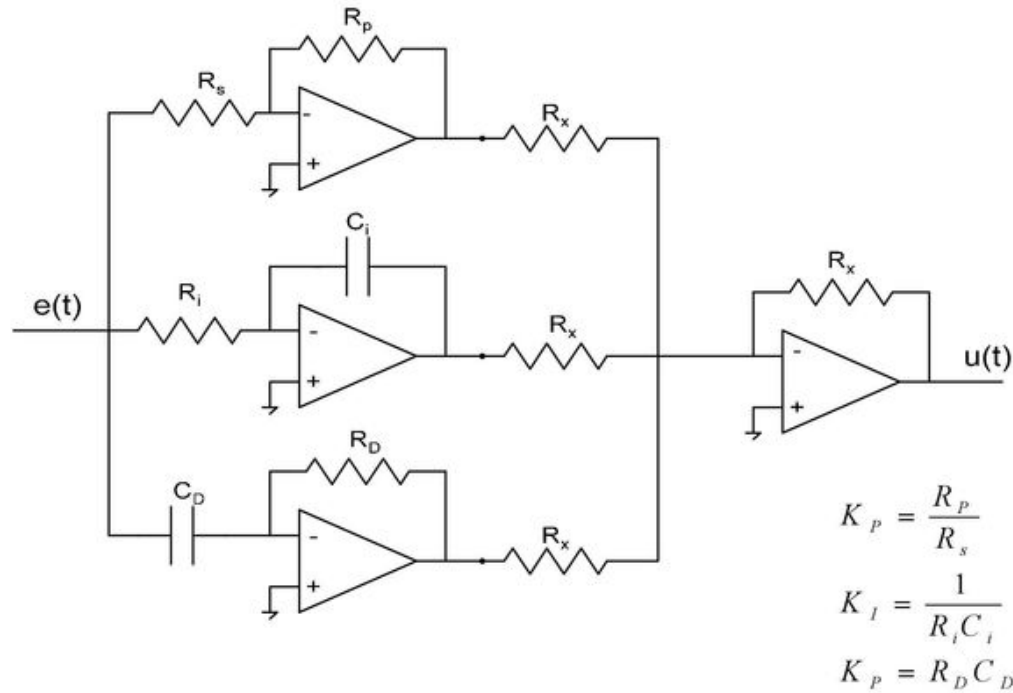
$$\frac{Y(s)}{E(s)} = K_P \left( 1 + (1 + T_d s) + \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \right)$$

$K_P, K_D, K_I, T_D, T_I$  ayarlanabilir sabitlerdir.

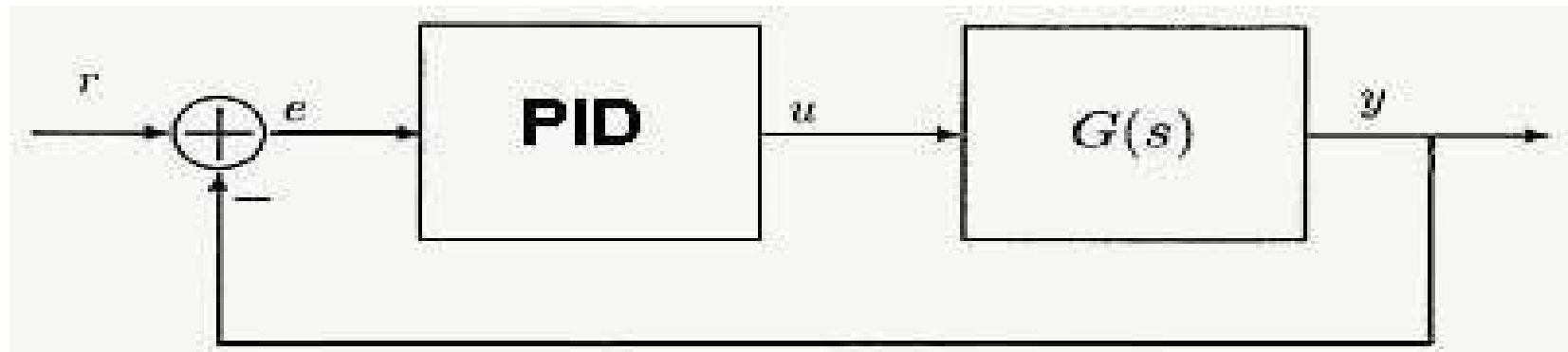


PID basamak yanıtı cevabı

## PID denetim sisteminin OP-AMP lar ile gerçeklenmesi:



$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{R_p}{R_s} + \frac{1}{(R_i C_i)s} + (R_D C_D)s$$





# ORANSAL-İNTEGRAL-TÜREV (PID-TİPİ) KONTROL ORGANI

- Üç temel Kontrol etkisinin üstünlüklerini tek bir birim içinde birleştiren bir Kontrol etkisidir. İntegral etki sistemde ortaya çıkabilecek kalıcı – durum hatasını sıfırlarken türev etkide yalnızca PI – Kontrol etkisi kullanılması haline göre sistemin aynı bağıl kararlılığı için cevap hızını arttırır. Buna göre PID kontrol organı sistemde sıfır kalıcı – durum hatası olan hızlı bir cevap sağlar.
- Sıcaklık, pH, yoğunluk karışım v.b. ölçümlerinde ortaya çıkan ölüzamanın gecikmeleri PID tipi kontrol organı kullanılarak telafi edilebilir.
- PI Kontrolörü ile ayarlanan bir sisteme geniş zaman aralıkları içerisinde büyük şiddetli bozucu girişler etki edecek olursa, PI etki tek başına hatada meydana gelen değişimleri izlemeye ve düzeltmeye yeterli olamaz. Bu durumda bir türev etki ilavesi orantı kazancı ayarının daha yüksek tutulmasını sağlayarak Kontrol organı tepki süresini hızlandıracaktır.
- Böylece PID kontrol organı ile bir taraftan kalıcı – durum hatası sıfırlanırken diğer taraftan da sistemin geçici – durum davranışı iyileştirilmiş olur.

## 23. KONTROLÖR PARAMETRELERİNİN **BELİRLENMESİ YÖNTEMLERİ**

PID kontrolör için;

$$K_R \quad T_I \quad T_D$$

Bu parametrelerin ayarı sistemin kalıcı durum ve dinamik davranışı arasında bir uyuma sağlayacak şekilde yapılır.

Bu parametrelerin belirlenmesinde başlıca yöntemler aşağıdaki gibidir:

- 1) Pratik Belirleme Yöntemi
- 2) Titreşim Yöntemi (Deneysel Yöntem)
- 3) Sistem Cevap Eğrisi Yöntemi
  - Sistem Cevap Eğrisine Göre Ziegler-Nichols Yöntemi
  - Sistem Cevap Eğrisine Göre Chien-Hrones-Reswick Yöntemi



# 1. Pratik Belirleme Yöntemi

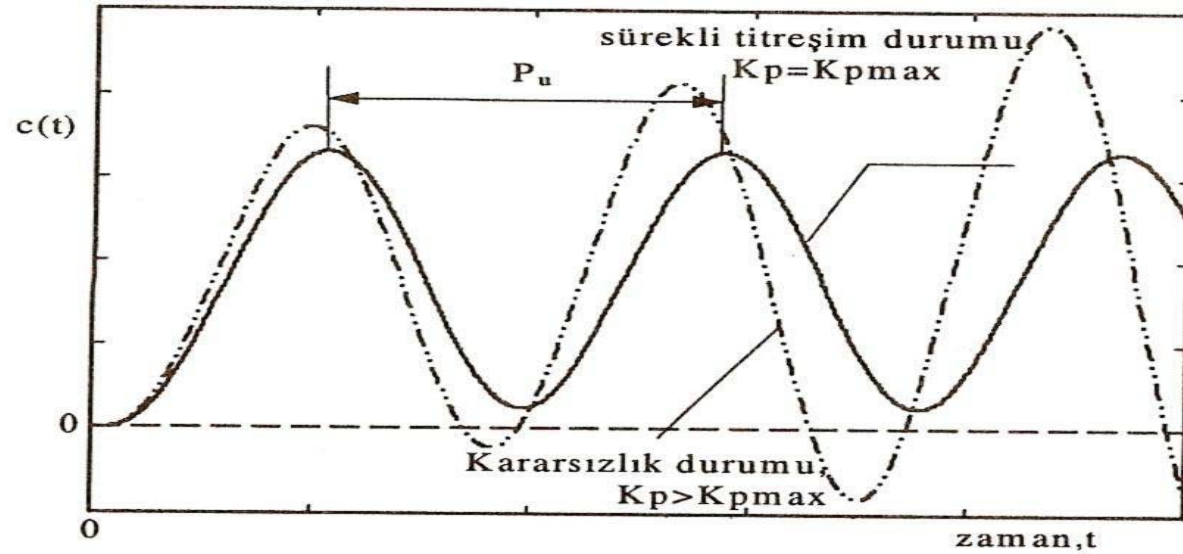
- |                    |                        |
|--------------------|------------------------|
| 1) Orantı etki     | $K_R=0$                |
| Integral etki      | $T_I=\text{en yüksek}$ |
| Türev zaman sabiti | $T_D=0$                |

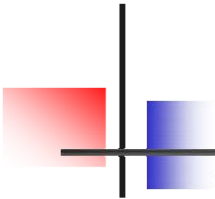
Olarak ayarlanır.

- 2) Sistem cevabında sürekli salınımlar görülene kadar  $K_R$  (oransal etki) arttırılır.
- 3)  $T_I$  integral zaman sabiti, orantı etkiden ortaya çıkan kalıcı hatalar ortadan kalkıncaya ve ayar değer etrafında düşük salınımlar görülünceye kadar azaltılır.
- 4) Daha sonra tüm titreşimler ortadan kalkana kadar türev zaman sabiti adım adım arttırılır.  
Birkaç denemeden sonra ayar yapılır.

## 2. Titreşim Yöntemi (Deneysel Yöntem)

- Ziegler ve Nichols tarafından geliştirilen sürekli titreşim yöntemi deneysel yöntemlerin en tanınmış olanlarından birisidir. Bu yöntemin öngördüğü ayarlar hemen hemen denetim sistemi alanında standartlar olarak kabul görmektedir



- 
- Bu yöntemin esası başlangıçta integral ve türev etkilerini devre dışı bırakıp denetim organın sadece orantı etki ile deneye tabi tutulmasına dayanır.
  - Tablodan da görüldüğü gibi PI denetim organı için öngörülen orantı kazancı  $K_p$  sadece orantı tipine göre öngörülenden %10 daha küçüktür. Bunun nedeni integral etkinin sisteme faz gecikmesi katarak sistemin kararlılığını azaltmasıdır.

Etki Türü	$K_R$	$T_I$	$T_D$
P	$0.5K_{Pmax}$	----	----
PI	$0.45K_{Pmax}$	$0.85P$	----
PID	$0.6K_{Pmax}$	$0.5P$	$0.125P$

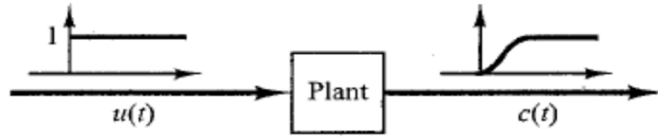
## Ziegler Nichols yöntemi ile PID kontrolör katsayılarının belirlenmesi

Bu yöntemin iki ayrı uygulaması mevcuttur. Bunları kök yer eğrilerinin sanal eksenini kesip kesmeme durumuna göre ayırarak sanal eksenini kesmediği durumda (cevap eğrisinin S şeklinde olması durumunda) cevap eğrisine teğet çizerek ve sanal eksenini kestiği durumlarda sistemi rezonansa getirerek katsayılar belirlenmeye çalışılır.

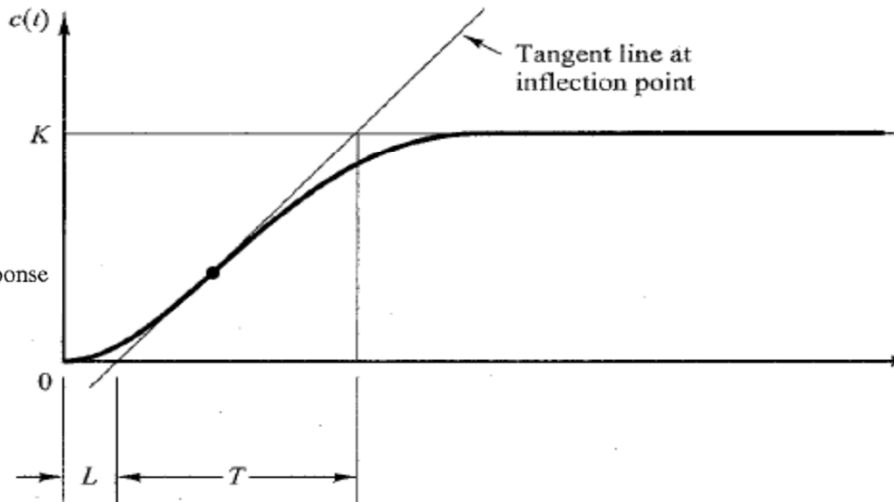
Ziegler Nichols yönteminde Amacın PID katsayılarının belirlenmesi işlemi için uygun bir noktanın tespit edilmesi gerekliliği olduğu unutulmamalıdır.

**Yöntem 1-** birim basamak girişe karşılık sistemin cevap eğrisi elde edilir. Bu cevap eğrisi S şeklinde ise yani kök yer eğrisi sanal eksenini kesmiyor ise aşağıdaki tabloda verilen değerlere göre katsayılar hesaplanır. Bunun için cevap eğrisine bir teğet çizilir ve bu teğetin kazanç ve x eksenini kestiği noktalar belirlenir. Buna göre gecikme zamanı (L) ve zaman sabiti (T) elde edilmiş olur.

**Figure 10-2**  
Unit-step response  
of a plant.



**Figure 10-3**  
S-shaped response  
curve.



**Table 10-1** Ziegler-Nichols Tuning Rule Based on Step Response of Plant (First Method)

Type of Controller	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{T}{L}$	$\infty$	0
PI	$0.9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

**Transfer fonksiyonu birinci dereceden bir sisteme benzer.**

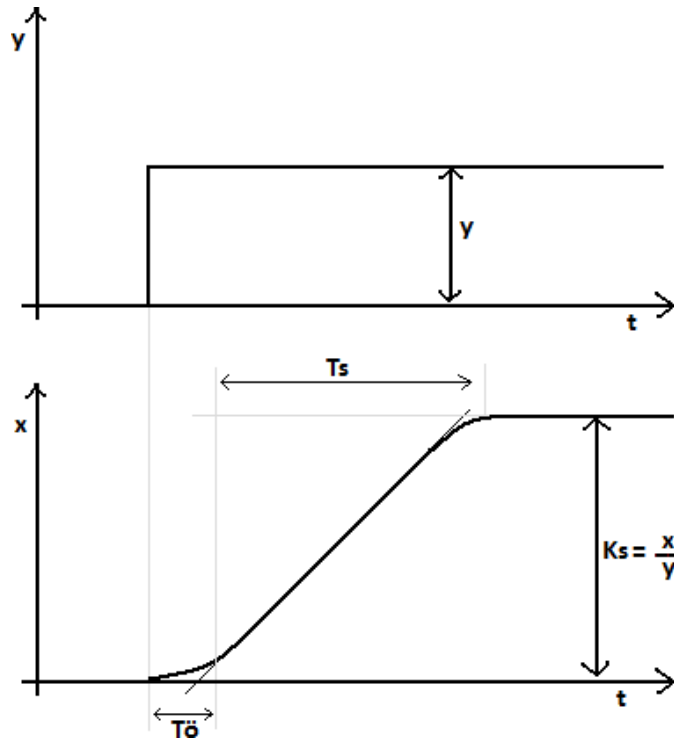
$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-Ls}}{Ts + 1}$$
$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$
$$= 1.2 \frac{T}{L} \left( 1 + \frac{1}{2Ls} + 0.5Ls \right)$$
$$= 0.6T \frac{\left( s + \frac{1}{L} \right)^2}{s}$$

**Böylece PID kontrolörün orijinde bir kutbu ve  $s = -1/L$  noktasında ise iki tane sıfırı bulunmaktadır.**

**Ziegler Nichols yönteminde Amacın PID katsayıların belirlenmesi işlemi için uygun bir noktanın tespit edilmesi gerekliliği olduğu unutulmamalıdır.**



### 3. Sistem Cevap Eğrisi Yöntemi



■ P-kontrolü;

$$K_p \approx \frac{T_s}{T_{\ddot{o}} K_s}$$

■ PI-kontrolü;

$$K_p \approx 0.8 \frac{T_s}{T_{\ddot{o}} K_s}$$

$$T_I \approx 3 \cdot T_{\ddot{o}}$$

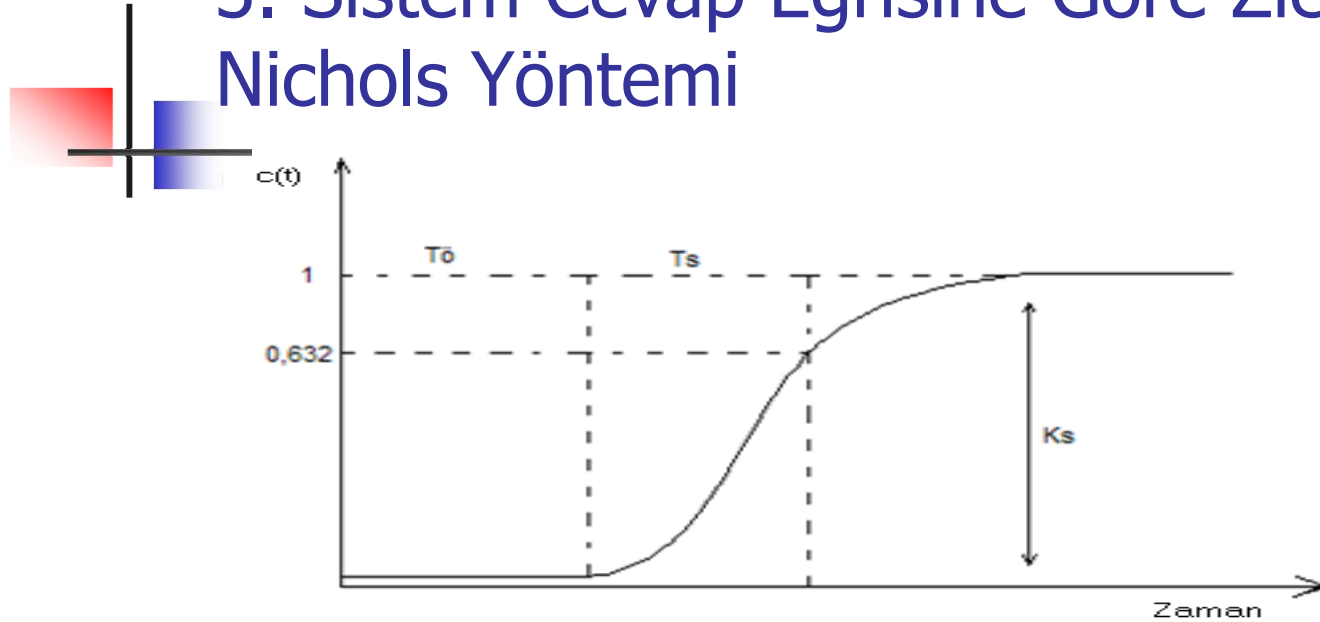
■ PID-kontrolü;

$$K_p \approx 1.2 \frac{T_s}{T_{\ddot{o}} K_s}$$

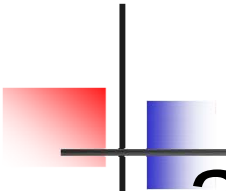
$$T_I \approx T_{\ddot{o}}$$

$$T_D \approx 0.4 T_{\ddot{o}}$$

### 3. Sistem Cevap Eğrisine Göre Ziegler-Nichols Yöntemi



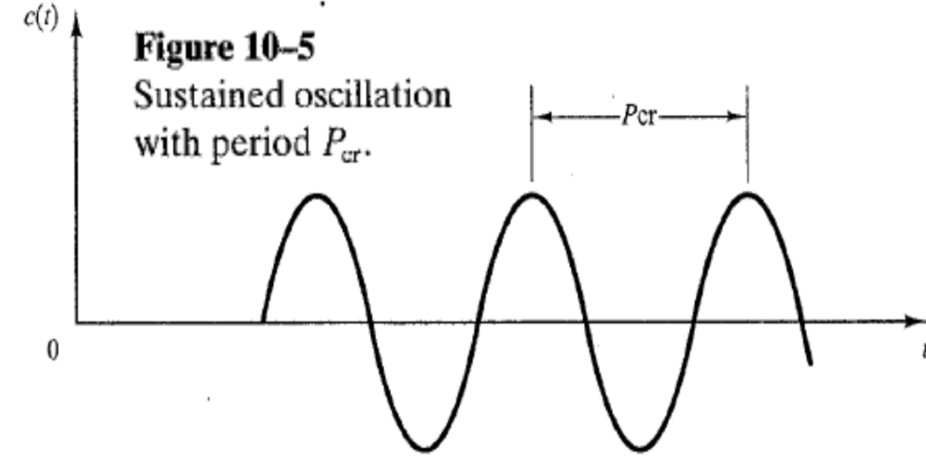
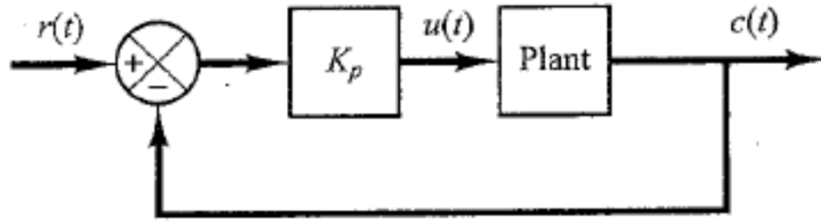
$$a = \frac{T_s}{T_0} \quad q = \frac{T_s}{T_0 K_s}$$

- 
1.  $a > 10 \Rightarrow$  sistem iyi kontrol edilebilir ve tek döngülü kontrol organı yeterlidir.
  2.  $a = 6 \Rightarrow$  tek bir kontrol organı ile kontrol güçtür.
  3.  $a \leq 3 \Rightarrow$  çok zor kontrol edilebilir, karmaşık kontrol cisimleri gerekir.

**Yöntem 2-**  $T_i=\infty$  ve  $T_d=0$  yapılarak sistemde sadece orantı kazancı varlığı kabul edilir.  $K_p$  değeri sıfırdan başlayarak  $K_{cr}$  değerine kadar artırılır yani sönümsüz sürekli salınımlı - rezonans durumu elde edilinceye kadar  $K_p$  değeri artırılır. Eğer sistem rezonansa sokulamıyor ise bu yöntem uygulanamaz. Kritik  $k_p$  kazanç değerine karşılık gelen kritik periyot değeri bulunur. Bunun için ister kök yer eğrisi ister routh tablosu kullanılarak  $K_{cr}$  ve  $W_{cr}$  değerleri bulunur.  $P_{cr}$  değeri bulunduktan sonra aşağıdaki tablo kullanılarak  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  kontrolör katsayıları elde edilmiş olur.

$$P_{cr} = \frac{2\pi}{\omega}$$

**Figure 10-4**  
Closed-loop system  
with a proportional  
controller.



**Figure 10-5**  
Sustained oscillation  
with period  $P_{cr}$ .

**Table 10-2** Ziegler-Nichols Tuning Rule Based on Critical Gain  
 $K_{cr}$  and Critical Period  $P_{cr}$  (Second Method)

Type of Controller	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5K_{cr}$	$\infty$	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2} P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

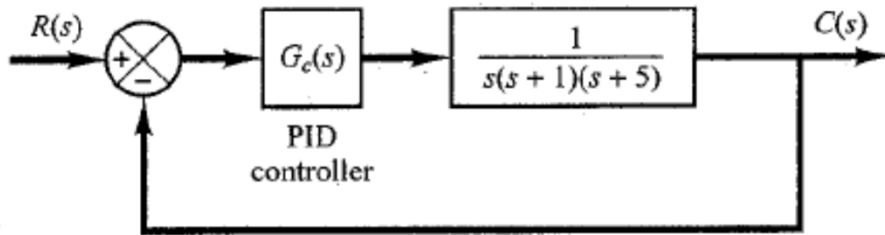
$$\begin{aligned}
 G_c(s) &= K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \\
 &= 0.6K_{cr} \left( 1 + \frac{1}{0.5P_{cr}s} + 0.125P_{cr}s \right) \\
 &= 0.075K_{cr}P_{cr} \frac{\left( s + \frac{4}{P_{cr}} \right)^2}{s}
 \end{aligned}$$

kök yer eğrisi kolları sanal eksenini kesmiyor ise bu yöntem uygulanamaz.

$G_c(s) = 0.075 * K_{cr} * P_{cr} \frac{\left(s + \frac{4}{P_{cr}}\right)^2}{s}$  olup orijinde bir kutbu ve  $s = -4/P_{cr}$  noktasında iki adet sıfırı mevcuttur.

Ziegler Nichols yönteminde Amacın PID katsayılarının belirlenmesi işlemi için uygun bir noktanın tespit edilmesi gerekliliği olduğu unutulmamalıdır.

Örnek: şekilde verilen sistem için PID katsayılarını ziegler nichols yöntemi ile elde ediniz.



**Yöntem iki ile  $T_i=\infty$  ve  $T_d=0$  yapılarak sistemde sadece orantı kazancı varlığı kabul edilir. Sistemin kök yer eğrisinin sanal eksenini kesip kesmediği kontrol edilmelidir. Bu örnek için routh tablosu kullanılmıştır.**

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{s(s+1)(s+5) + K_p}$$

The value of  $K_p$  that makes the system marginally stable so that sustained oscillation occurs can be obtained by use of Routh's stability criterion. Since the characteristic equation for the closed-loop system is

$$s^3 + 6s^2 + 5s + K_p = 0$$

the Routh array becomes as follows:

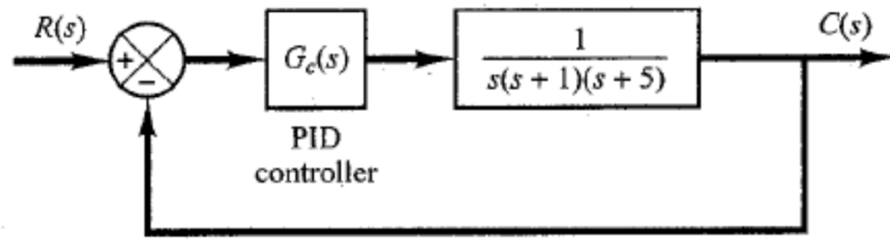
$s^3$	1	5
$s^2$	6	$K_p$
$s^1$	$\frac{30 - K_p}{6}$	
$s^0$	$K_p$	

Examining the coefficients of the first column of the Routh table, we find that sustained oscillation will occur if  $K_p = 30$ . Thus, the critical gain  $K_{cr}$  is

$$K_{cr} = 30$$

With gain  $K_p$  set equal to  $K_{cr} (= 30)$ , the characteristic equation becomes

$$s^3 + 6s^2 + 5s + 30 = 0$$



**K<sub>cr</sub>** değeri 30 olarak bulunur. **P<sub>cr</sub>** değeri bulunduğundan sonra aşağıdaki tablo kullanılarak **K<sub>p</sub>**, **T<sub>i</sub>**, **T<sub>d</sub>** kontrolör katsayıları elde edilmiş olur. **S=jw** dönüşümü yapılarak **W<sub>cr</sub>=5** değeri olur.

$$(j\omega)^3 + 6(j\omega)^2 + 5(j\omega) + 30 = 0$$

$$6(5 - \omega^2) + j\omega(5 - \omega^2) = 0$$

$$P_{cr} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{5}} = 2.8099$$

**P<sub>cr</sub>=2.8099** değeri olur.

Referring to Table 10-2, we determine  $K_p$ ,  $T_i$ , and  $T_d$  as follows:

$$K_p = 0.6K_{cr} = 18$$

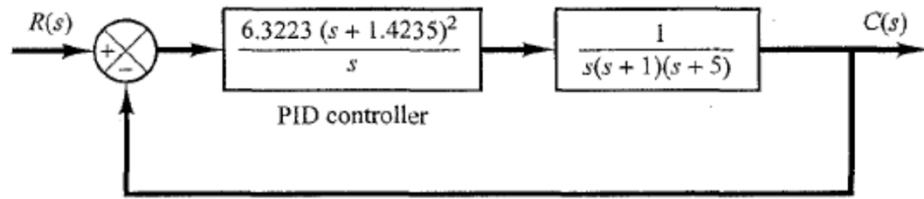
$$T_i = 0.5P_{cr} = 1.405$$

$$T_d = 0.125P_{cr} = 0.35124$$

The transfer function of the PID controller is thus

$$\begin{aligned} G_c(s) &= K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \\ &= 18 \left( 1 + \frac{1}{1.405s} + 0.35124s \right) \\ &= \frac{6.3223(s + 1.4235)^2}{s} \end{aligned}$$

$$G_c(s) = K \frac{(s + a)^2}{s}$$



The PID controller has a pole at the origin and double zero at  $s = -1.4235$ . A block diagram of the control system with the designed PID controller is shown in Figure 10-7.

Next, let us examine the unit-step response of the system. The closed-loop transfer function  $C(s)/R(s)$  is given by

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{6.3223s^2 + 18s + 12.811}{s^4 + 6s^3 + 11.3223s^2 + 18s + 12.811}$$

$$K_p = 0.6K_{cr} = 18$$

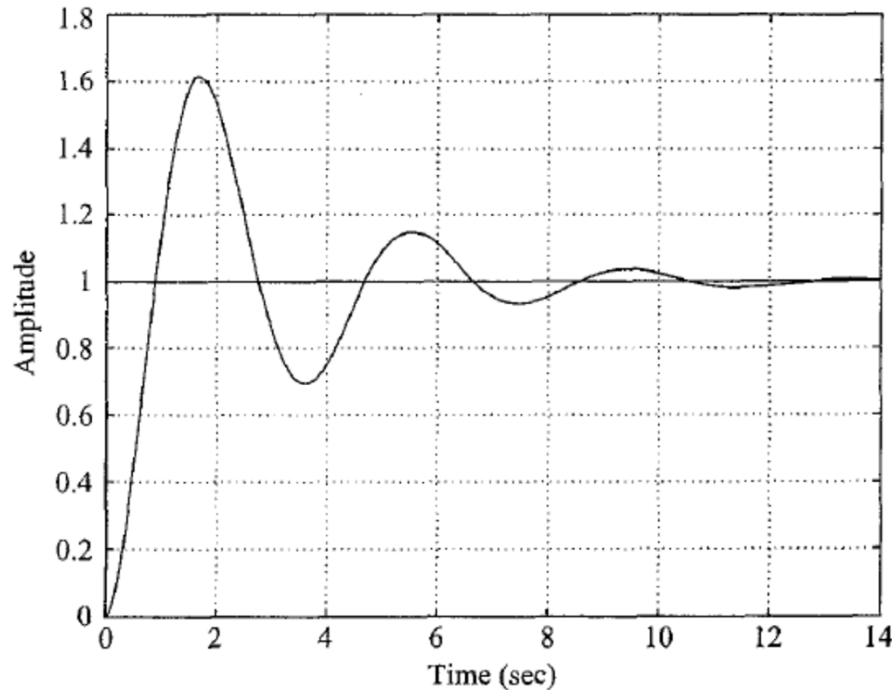
$$T_i = 0.5P_{cr} = 1.405$$

$$T_d = 0.125P_{cr} = 0.35124$$

$$G_c(s) = K \frac{(s + a)^2}{s}$$

$$\begin{aligned} G_c(s) &= K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \\ &= 18 \left( 1 + \frac{1}{1.405s} + 0.35124s \right) \\ &= \frac{6.3223(s + 1.4235)^2}{s} \end{aligned}$$

Unit-Step Response

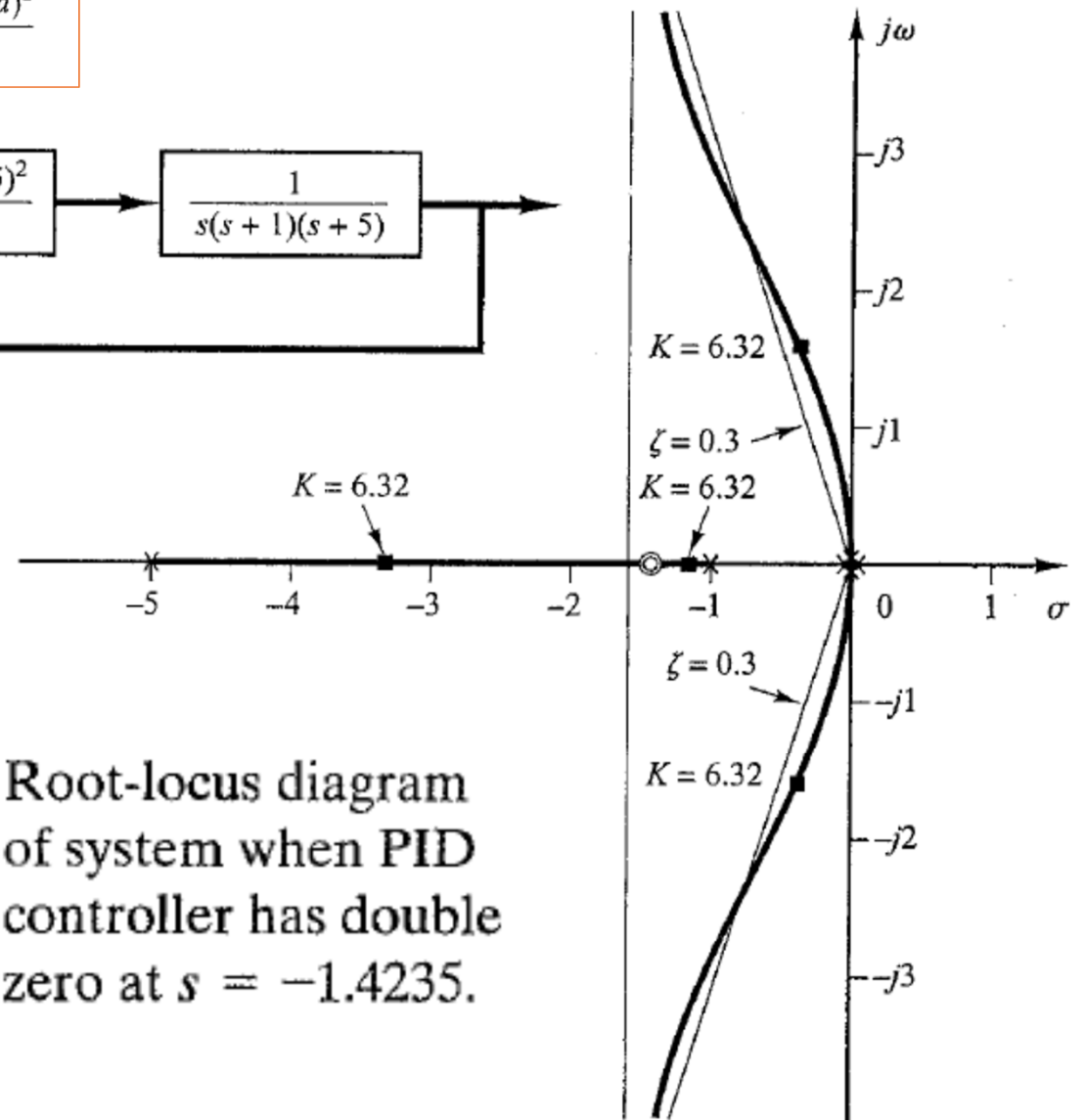
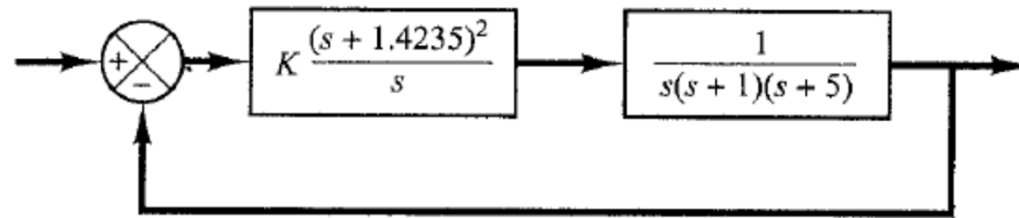


Ziegler nichols ile elde edilen değerler yerine konulup sıfır kutup şekline dönüştürüldüğünde  $S=0$  da kutup,  $s=1.4235$  de çift sıfır varlığı görülmektedir. Bu değerler yerine konulup sistemin basamak cevabı alındığında %62 lik aşmanın olduğu görülmektedir.

**Ziegler Nichols yönteminde Amacın PID katsayıların belirlenmesi işlemi için uygun bir noktanın tespit edilmesi gerekliliği olduğu unutulmamalıdır.**



$$G_c(s) = K \frac{(s + a)^2}{s}$$



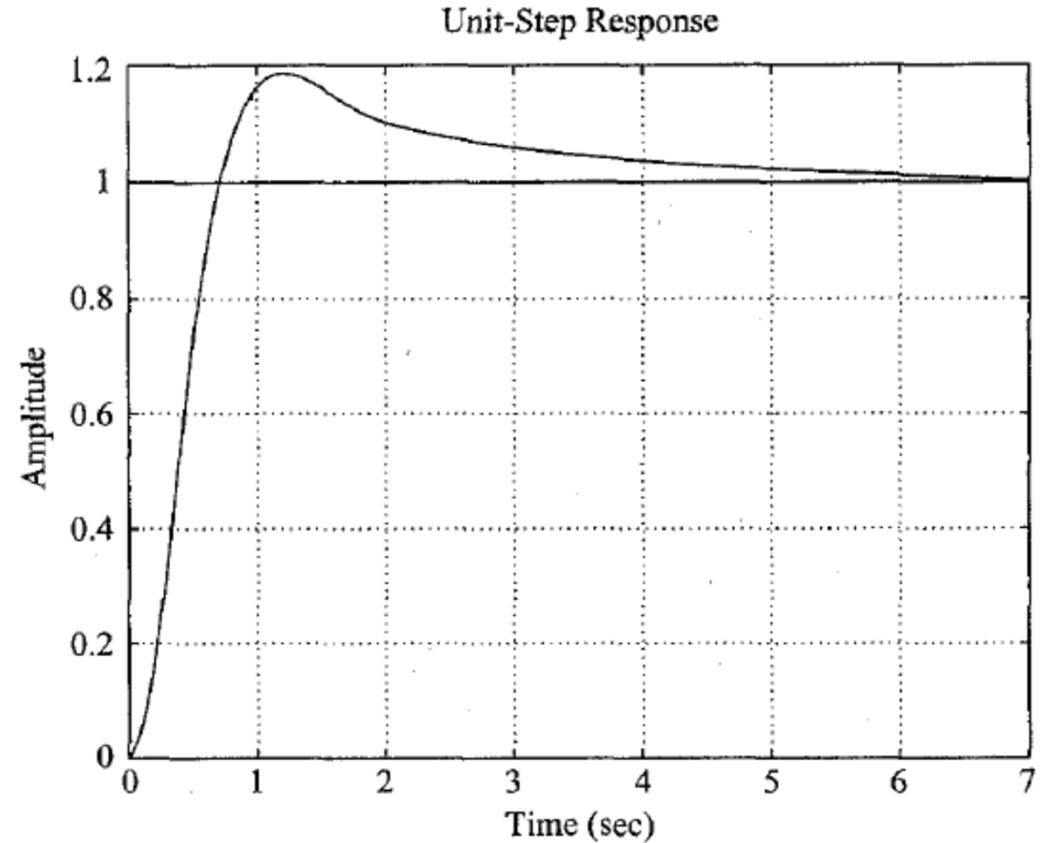
Root-locus diagram  
of system when PID  
controller has double  
zero at  $s = -1.4235$ .

Aşmayı azaltmak için  $K_p=18$  değeri sabit tutulup türev zamanı katsayısı artırılırsa örneğin  $T_d=0.7692$  yazılırsa ve cevabı hızlandırmak için integral zamanı  $T_i=3.077$  yazılırsa;

$$G_c(s) = K \frac{(s + a)^2}{s}$$

$$G_c(s) = 18 \left( 1 + \frac{1}{3.077s} + 0.7692s \right) = 13.846 \frac{(s + 0.65)^2}{s}$$

Sistemin 0.65 değerinde çift sıfırının ve  $S=0$  da kutbunun olduğu görülür. Bu durumda aşmanın %18 e düştüğü görülmektedir.



Unit-step response of the system shown in Figure 10-6 with PID controller having parameters  $K_p = 18$ ,  $T_i = 3.077$ , and  $T_d = 0.7692$ .

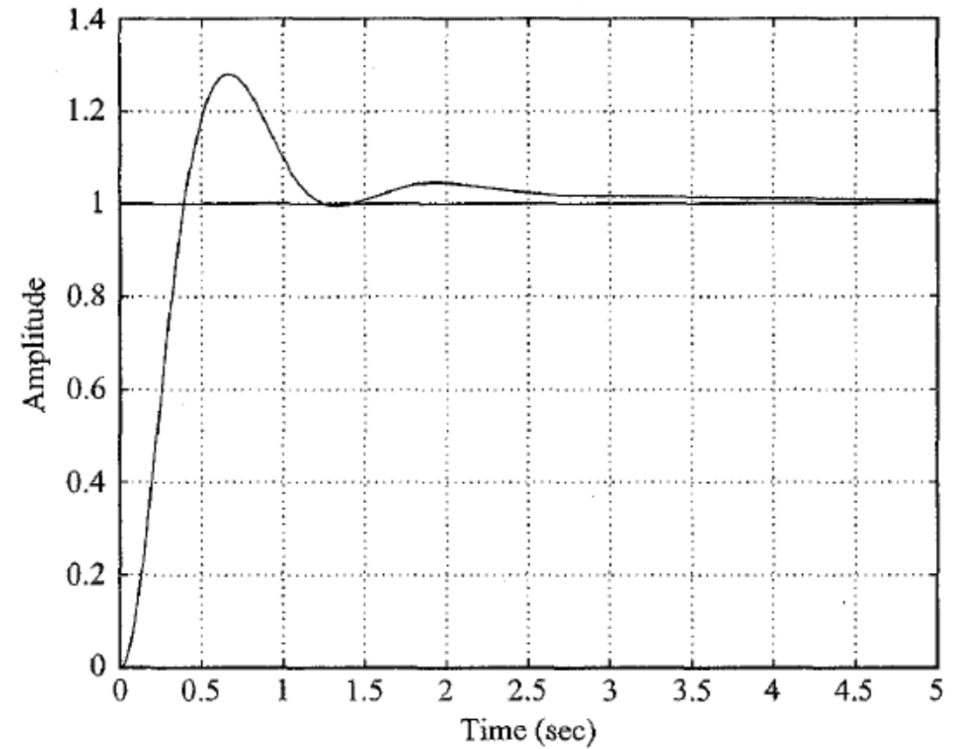
Sistemi hızlandırmak için  $K_p=39.42$  değeri yazılıp türev zamanı katsayısı  $T_d=0.7692$  ve integral zamanı  $T_i=3.077$  sabit tutulursa;

$$G_c(s) = K \frac{(s + a)^2}{s}$$

$$G_c(s) = 39.42 \left( 1 + \frac{1}{3.077s} + 0.7692s \right) = 30.322 \frac{(s + 0.65)^2}{s}$$

Sistemin yine 0.65 değerinde çift sıfırının ve  $S=0$  da kutbunun olduğu görülür. Bu durumda aşmanın %25 e düştüğü görülmektedir.

Sistemin hızlandığı görülmektedir. İstenilen değerler elde edilene değin denemelere devam edilir. Ya da bilgisayar programlarından destek alınarak noktasal tasarım yapılır.



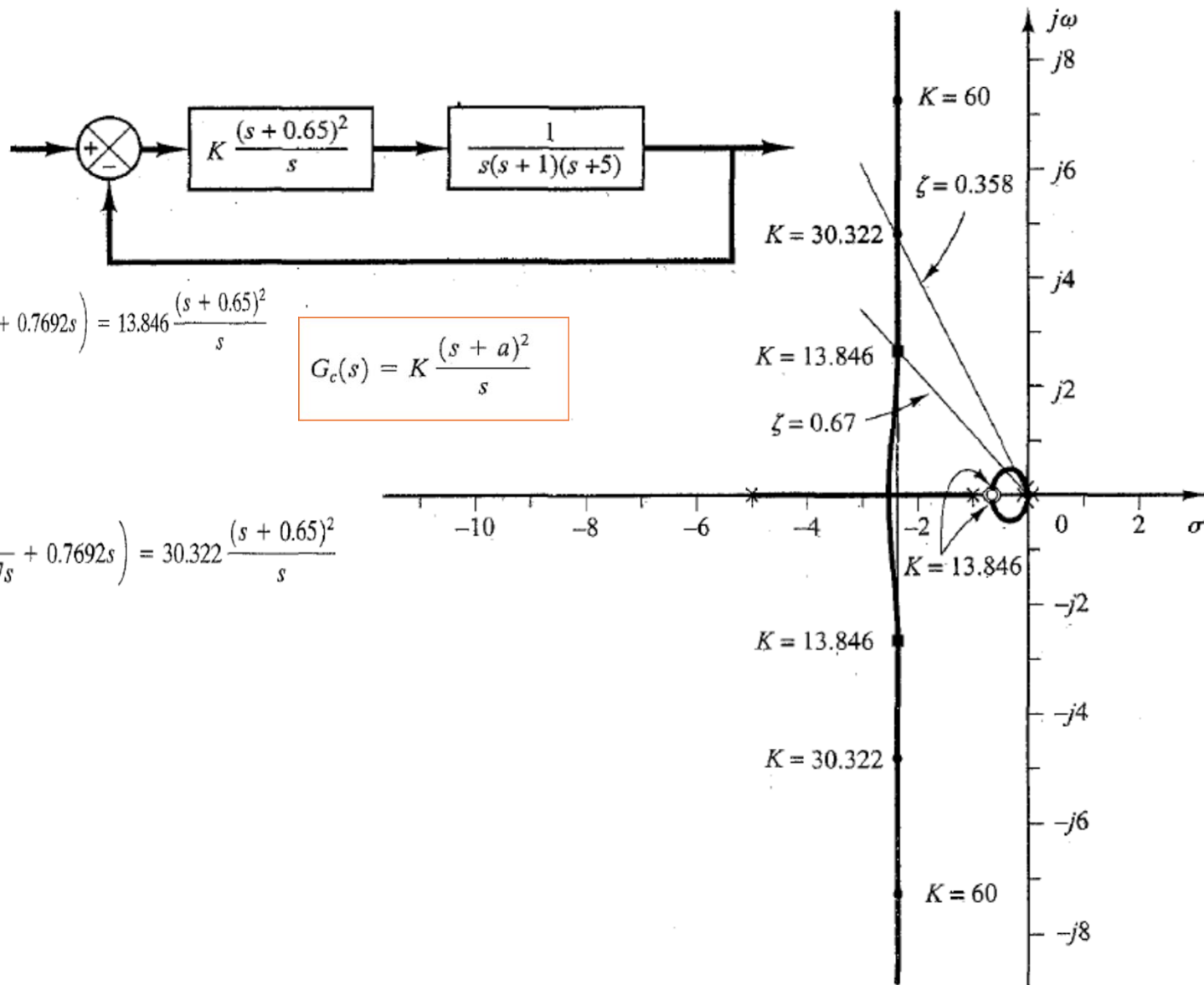
Unit-step response of the system shown in Figure 10-6 with PID controller having parameters  $K_p = 39.42$ ,  $T_i = 3.077$ , and  $T_d = 0.7692$ .

corresponds to  $G_c(s)$  given by Equation (10-2).

$$G_c(s) = 18 \left( 1 + \frac{1}{3.077s} + 0.7692s \right) = 13.846 \frac{(s + 0.65)^2}{s}$$

$$G_c(s) = K \frac{(s + a)^2}{s}$$

$$G_c(s) = 39.42 \left( 1 + \frac{1}{3.077s} + 0.7692s \right) = 30.322 \frac{(s + 0.65)^2}{s}$$



## 5.Sistem Cevap Eğrisine Göre Chien - Hrones – Reswick Yöntemi

Kontrolör Parametresi		İstenen Değer		Bozucu Davranış	
P	$K_R$	$0.3q$	$0.7q$	$0.3q$	$0.7q$
PI	$K_R$	$0.35q$	$0.6q$	$0.6q$	$0.7q$
	$T_f$	$1.2T_s$	$1T_s$	$4T_o$	$2.3T_o$
PID	$K_R$	$0.6q$	$0.95q$	$0.95q$	$1.2q$
	$T_f$	$1T_s$	$1.35T_s$	$2.4T_o$	$2T_o$
	$T_D$	$0.5T_o$	$0.47T_o$	$0.42T_o$	$0.42T_o$

■ Taşma ve dalgalanma yok

■ %20

■ Dalgalanma var

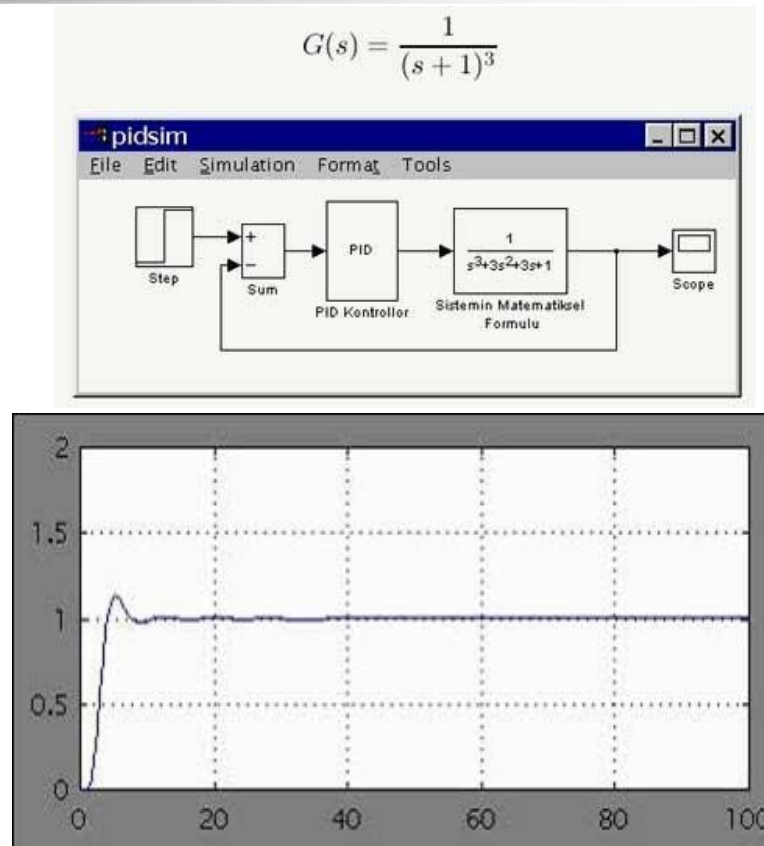
Dalgalanma ve taşma yok

■ %20 taşma var

Proses	Kontrolör				
	P Hata	I Hata Yok	PI Hata Yok	PID Hata Yok	PD Hata
P	-	+	Gerekli değil		
PT <sub>1</sub>	+	+	+	Gerekli Değil	
2PT <sub>1</sub> Serisi	0	0	+	+	0
nPT <sub>1</sub> Serisi	-	-	+	+	0
T <sub>t</sub>	-	+	0	-	-
T <sub>t</sub> -PT <sub>1</sub> Serisi	-	0	0	+	-
I	+	-	0	-	0
I-PT <sub>1</sub> Serisi	+	-	-	0	+
Kriterler	+ → çok uygun      0 → açıklama yok (parametrelere bağlı) - → uygun değil				

# PID Örnekler

□ Burada PID parametreleri değiştirilerek simülasyonu çalıştırırsak sistem davranışını Scope ile yandaki gibi görebiliriz



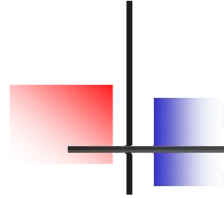


## ÜÇ TERİMLİ KONTROLÖRLER

- PID kontrolörünün transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

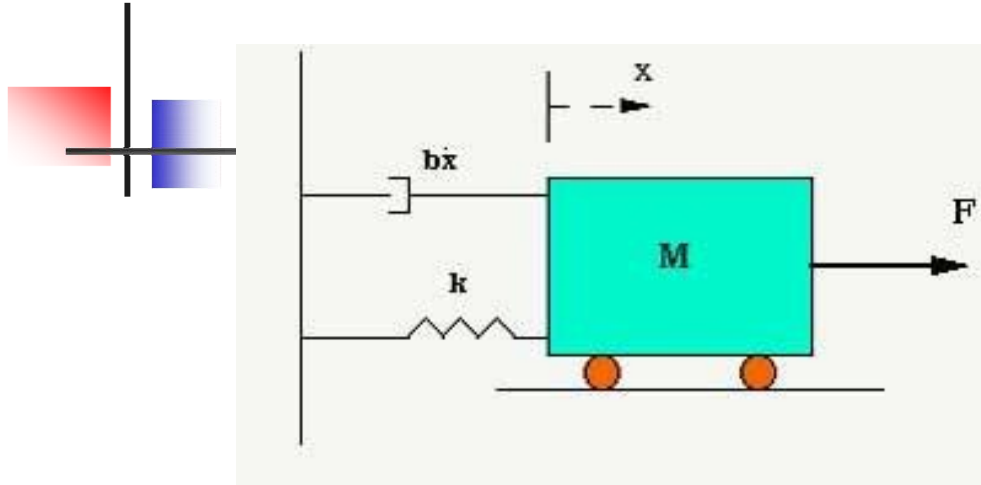
$$K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$





- İzleme hatası ( $e$ ), istenilen giriş değeri ( $R$ ) ile gerçek çıkış değeri ( $Y$ ) arasındaki farkı gösterir.
- Bu ( $e$ ) hata sinyali PID kontrol ediciye gönderilir ve kontrol edici bu hata sinyalinin hem türevini hem de integralini hesaplar.
- Bu ( $u$ ) sinyali kontrol edilen sisteme gönderilir ve yeni çıkış ( $y$ ) elde edilmiş olur.
- Bu ( $y$ ) çıkış sinyali algılayıcıya geri gönderilerek yeni hata sinyali ( $e$ ) bulunur.
- Kontrol edici yeni hata sinyaline aynı işlemleri uygular ve bu işlem böyle devam eder.

- Basit bir kütle, yay ve tampondan oluşan bir problemimiz olduğunu varsayalım.



- Bu sistemin model denklemini;

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F$$

Yukarıdaki denklemin laplace dönüşümünü alırsak;

- $Ms^2X(s) + bsX(s) + kX(s) = F(s)$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + bs + k}$$



# Oransal Kontrol

- Tablo-1 'de oransal kontrol edici ( $K_p$ )
  - Yükselme zamanını düşürdüğünü
  - Aşmayı arttırdığını
  - Kararlı hal hatasını azalttığını görmüştük.
- Yukarıdaki sistemin oransal kontrol edici kapalı döngü transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_p}{s^2 + 10s + (20 + K_p)}$$



# Oransal-Türevsel Kontrol

- Tablo-1'e göre türevsel kontrol edici ( $K_D$ ),
  - Yerleşme zamanını azaltır
  - Aşmayı azaltır.
- PD kontrollü bir sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_D s + K_P}{s^2 + (10 + K_D)s + (20 + K_P)}$$



# Oransal-İntegral Kontrolör

- Tablo-1'e göre integral kontrol edici ( $K_i$ )
  - Yükselme zamanını azaltır,
  - Aşma ve yerleşme zamanını arttırır,
  - Kararlı hal hatasını yok eder.
- PI kontrollü bir sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_P s + K_I}{s^3 + 10s^2 + (20 + K_P)s + K_I}$$



# Oransal-Türevsel-İntegral Kontrolör

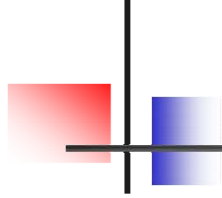
- PID kontrollü bir sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s^3 + (10 + K_D)s^2 + (20 + K_P)s + K_I}$$



## PID Kontrolör tasarımında istenilen tepkiyi elde etmek için aşağıdaki adımlar izlenir:

1. Açık döngü tepkisi bulunur ve ihtiyaçlar belirlenir.
2. Yükselme zamanını düzeltmek için oransal kontrol edici eklenir.
3. Aşmayı düzeltmek için türevsel kontrol edici eklenir.
4. Kararlı hal hatasını yok etmek için integral kontrol edici eklenir.
5. İstenilen tepki elde edilene kadar  $K_p$ ,  $K_i$  ve  $K_D$  sabitleri ayarlanır.

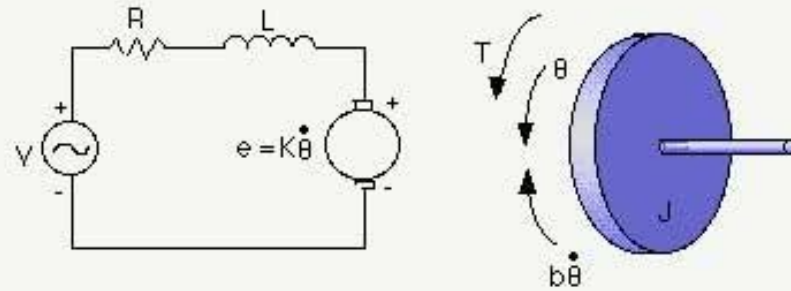


- Hangi kontrolörün hangi karakteristiği kontrol ettiğini Tablo-1 'den yararlanılarak bulabiliriz.
- Kontrolör tasarımında mümkün olduğu kadar basit tasarıma gidilmelidir.
- Eğer PI kontrolör ile istenilen tepki sağlanıyorsa, sisteme türevsel kontrolör eklenip sistem karmaşıktırılmamalıdır.



# Örnek:

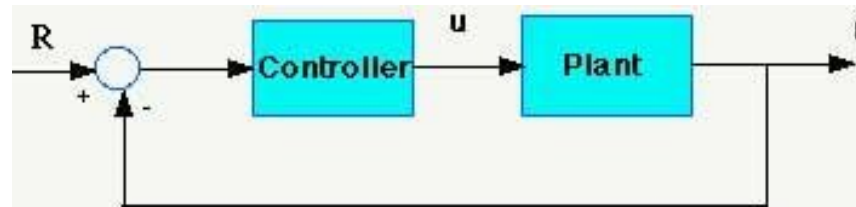
## PID tasarım metodu ile DC motor hız kontrolü



- Rotor eylemsizlik momenti ( $J$ ) = 0.01 kg.m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>
  - Mekanik sistemin sönüm oranı ( $b$ ) = 0.1 Nms
  - Elektromotor kuvvet sabiti ( $K=K_e=K_t$ ) = 0.01 Nm/Amp
  - Rezistans ( $R$ ) = 1 ohm
  - İndüktans ( $L$ ) = 0.5 H
  - Giriş ( $V$ ): kaynak voltajı
  - Çıkış( $\theta$ ): mil durumu
- \* rotor ve milin sert olmadığı kabul edilir

Bu problemde, DC motorun dinamik eşitliği ve açık döngü transfer fonksiyonu ve sistem şeması aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} s(Js + b)\Theta(s) &= KI(s) \\ (Ls + R)I(s) &= V - Ks\Theta(s) \\ \frac{\theta}{V} &= \frac{K}{(Js + b)(Ls + R) + K^2} \end{aligned}$$



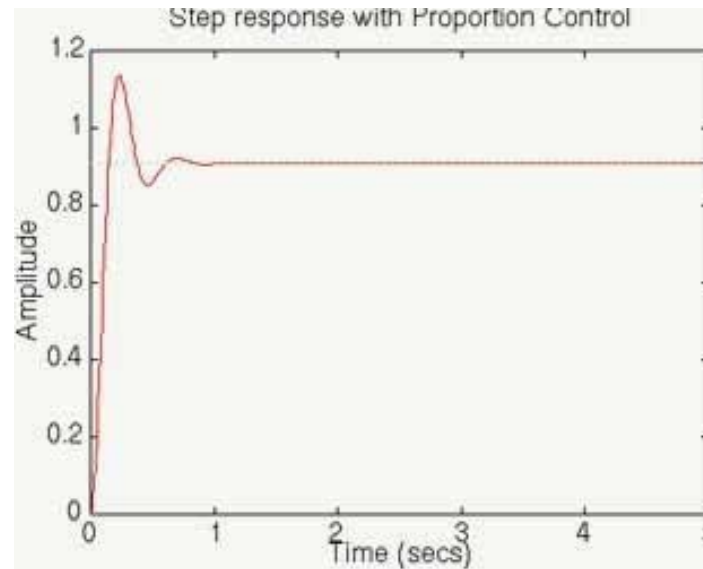
- 1 rad/sn basamak girişli tasarım kriterleri:
  - 2 saniyeden az yerleşme zamanı
  - %5'den az aşma
  - %1'den az kararlı hal hatası

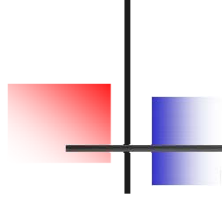
Şimdi bir PID kontrolör tasarlayalım ve sisteme dahil edelim

- $J=0.01$
- $b=0.1$
- $K=0.01$
- $R=1$
- $L=0.5$

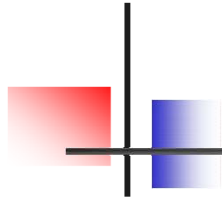
$$K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_p s + K_I}{s}$$

- İlk önce kazancı 100 olan
- oransal kontrol edici
- kullanarak inceleyelim:

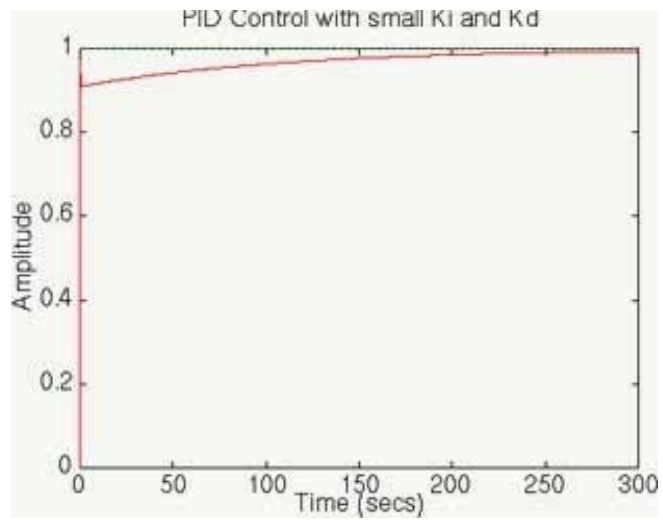




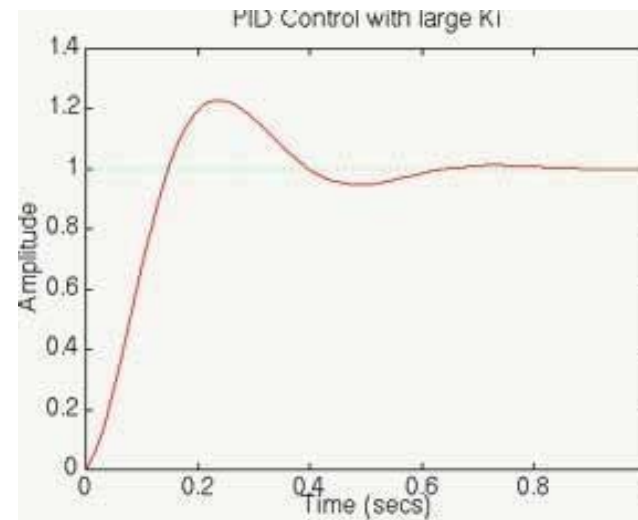
- Yukarıdaki grafikten kararlı hal hatasının ve aşmanın çok büyük olduğu görülür.
- İntegral halinin eklenmesinin kararlı hal hatasını yok ettiğini ve türev halinin aşmayı azalttığı görülür.
- Küçük  $K_i$  ve  $K_D$  'ye sahip PID denetleyiciyi inceleyelim.
- Kütüğümüzü aşağıdaki gibi değiştirelim. Bu kütük çalıştırıldığında aşağıda verilen grafik elde edilir.



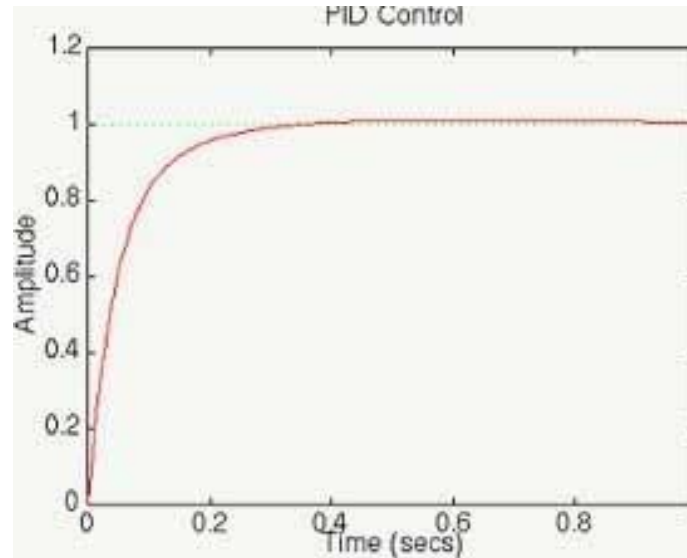
**$K_p=100; K_i=1; K_d=1$**



**$K_i = 200$  olarak değiştirelim**



- Şimdi etkinin öncesinden daha hızlı ama büyük olduğunu görüyoruz. Ki kötü bir geçici tepkiye sahip olur (büyük aşma). Aşmayı düşürmek için  $K_D$ 'yi arttıralım. Kütükte  $K_D$ 'yi 10 olarak değiştirelim. Bu durumda aşağıdaki grafik elde edilir.



- Böylece,  $K_p=100$ ,  $K_i=200$ ,  $K_D=10$  alınarak PID kontrolör tasarım için gereklilikler karşılanmış olur.

