

# 通信系统仿真 第6章系统信道的建模与仿真01

何晨光 哈尔滨工业大学 电子与信息工程学院

Communication Research Center



# 第6章系统信道的建模与仿真

- 1时变系统的建模和仿真
  - 1.1 线性时变系统模型 时域 频域
  - 1.2 随机过程模型
  - 1.3 线性时变系统的仿真模型 抽头延迟线模型 抽头增益过程的产生



时不变的假设意味着所建模的系统具有不随时间而改变的特性。如果我们用传递函数来对时不变系统建模,则时不变性要求传递函数(包括幅度和相位)作为时间的函数保持不变。

所有物理元器件,不随时间变化时; 老化,元器件值确实会改变;

不仅取决于系统本身而且也取决于所要解决的问题的特性。



采用时不变还是时变的系统模型通常取决于被建模的通信系统的特性跟系统其他参数(如符号率)相比变化有多快。

如果对应于系统时变特性的时间常数比符号率大得多,那么采用时不变模型是恰当的;

如果系统参数变化速率与符号率接近,那么采用时变模型才是合适的。



例如:一个发射和接收天线固定于微波塔的微波无线通信系统。

天线之间的"信道"是大气,信道特性的改变取决于大气环境的变化,其时间常数通常在分钟或小时这个量级,如果通信链路工作在100Mbit/s的符号率下,与10-8s的符号持续时间相比,信道变化的时间常数是非常长的。

当数以十亿计的符号流过链路时,信道几乎保持在相同的状态。



例如:一个由一个固定基站和一个移动用户组成的移动通信系统。

因为信道的参数(如衰减和延迟)随基站和移动用户间的相对运动而改变,所以在发射机和接收机之间通信信道的特性将是时变的。

大气环境的改变也会引起信道的时变特性。

在这种情况下,需要使用时变信道模型,可以用来研究诸如同步器和均衡器之类接收子系统的特性。



线性时变系统可在时域或是频域中进行建模和仿真。时域方法产生的模型由具有时变抽头增益的抽头延迟线结构所组成。

- 许多线性时不变的建模和仿真概念可应用于线性 时变系统。
- 只要时变系统本质上是线性的,叠加和卷积运算以及针对线性时不变系统所形成的许多时域和频域分析方法、经过微小的修正也是可以用来建模和仿真线性时变系统。
- 当我们开发时变系统的仿真模型和方法时,也可采用等效低通信信号和系统表示。



在时域中,一个线性时不变系统是由一个复包络冲激响应  $\tilde{h}(\tau)$ 来描述的,其中  $\tilde{h}(\tau)$  定义为t=0时刻在输入端加上冲激信号后系统在时刻 T 的响应。变量 T 表示流逝时间(elapsed time),是冲激响应的测量时间与系统输入端冲激信号的加入时间之差。

对一个线性时不变系统来说,复包络输入-输出关系由常用的卷积积分给出如下:

$$\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau) \tilde{x}(t-\tau) d\tau$$

x(t)和y(t)分别表示系统输入和输出的复包络。



$$\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau) \tilde{x}(t-\tau) d\tau$$

傅里叶变换,得线性时不变系统频域的输入-输出关

$$\widetilde{Y}(f) = \widetilde{X}(f)\widetilde{H}(f)$$

傅里叶反变换,得:

$$\widetilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{Y}(f) \exp(j2\pi f t) df$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{X}(f) \widetilde{H}(f) \exp(j2\pi f t) df$$

H(f) 是系统的传递函数



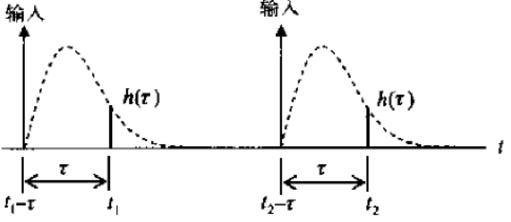
时变系统也可由时域中的一个冲激响应来描述。

时变系统其冲激响应  $h(\tau,t)$ ,其定义为对一个  $\tau$  秒 前作用于输入端的冲激信号,系统的响应在 t 时刻的测量值。

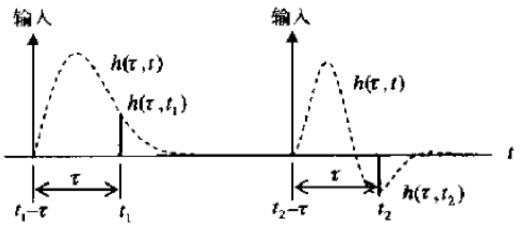
也就是,冲激信号是在  $t-\tau$  时刻作用于输入端的。而系统响应是经过时间  $\tau$  秒后,在 t 时刻进行测量。

由于系统是时变的,冲激响应作为冲激信号作用时刻  $t-\tau$  和输出的测量时刻 t 的函数。

对时不变系统,冲激响应仅是时间 $\tau$ 函数,因此可用 $\tilde{h}(\tau)$ 表示。输



对时不变系统,冲激响应是时间 $\tau$ 和t的函数,因此可用 $\tilde{h}(\tau,t)$ 表示。 h人





不论冲激信号何时作用于系统输入端,线性时不变系统的冲激响应都会保持相同的函数形式。

$$\widetilde{h}(\tau, t_1) = \widetilde{h}(\tau, t_2) = \widetilde{h}(\tau)$$

线性时变系统的冲激响应却取决于冲激信号的作用时间  $\widetilde{h}(\tau,t_1) \neq \widetilde{h}(\tau,t_2)$ 

线性时不变系统的冲激响应完全是时间的函数。 时变系统的响应则是流逝时间 T和观察时间 t 的函数。



变量 $\tau$ 和时不变系统冲激响应 $\tilde{h}(\tau)$ 中的变量 $\tau$ 起着相同的作用。

对时不变系统,该变量对应的傅里叶变换表达了传递函数、频率响应和带宽等概念。

对于线性时变系统,我们也可以通过简单地对  $\tilde{h}(\tau,t)$  进行关于  $\tau$  的傅里叶变换来给出传递函数的概念如下:

 $\widetilde{H}(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau,t) \exp(-j2\pi f \tau) d\tau$ 

注意:  $\widetilde{H}(f,t)$  是一个时变传递函数。



线性时不变系统由一个冲激响应函数和一个传递函数来表示;

线性时变系统则由一组冲激响应函数和传递函数来表示,每个函数对应一个t值。

如果

$$\tilde{h}(\tau,t) = \tilde{h}(\tau)$$

$$\widetilde{H}(f,t) = \widetilde{H}(f)$$

那么该系统是时不变的。



变量 t 描述了系统的时变性。对 t 的强依赖性以及 随 t 发生的快速变化意味着系统是快时变的。

通常,将系统的时变特性建模为一个随机现象,而将  $\tilde{h}(\tau,t)$  视作一个以 t 为参数的随机过程。

如果这个过程是平稳的,那么时变特性可由时域中一个合适的自相关函数或频域中的相应功率谱密度来建模。自相关函数的时间常数或功率谱密度的带宽是描述  $\tilde{h}(\tau,t)$  是慢时变或是快时变的重要参数。



从线性时变系统冲激响应的定义不难得知,

线性时变系统输入-输出的关系可由卷积积分表示为:

$$\widetilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t) \widetilde{x}(t - \tau) d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(t - \tau, t) \widetilde{x}(\tau) d\tau$$



假设冲激响应函数的能量有限,以确保其傅里叶变换存在。定义时变系统的冲激响应函数的二维傅里叶变换为:

$$\widetilde{H}(f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t) \exp(-j2\pi f_1 \tau - j2\pi f_2 t) d\tau dt$$

傅里叶反变换

$$\widetilde{h}(\tau, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{H}(f_{1}, f_{2}) \exp(j2\pi f_{1}\tau + j2\pi f_{2}t) df_{1} df_{2}$$

 $H(f_1,f_2)$  定义了二维"传递函数",频率变量 $f_1$ 与时间变量有关,可将其视为与线性时不变系统的传递函数H(f)中的频率变量 f 类似。



$$\widetilde{h}(\tau,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{H}(f_1, f_2) \exp(j2\pi f_1 \tau + j2\pi f_2 t) df_1 df_2$$

$$\widetilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t) \widetilde{x}(t - \tau) d\tau$$

$$\widetilde{Y}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{H}(f_1, f - f_1) \widetilde{X}(f_1) df_1$$

上式给出的线性时变系统在频域的输入-输出关系,涉及传递函数 $H(f_1,f_2)$ 第二个变量的频域卷积,这个卷积说明了在频域中系统时变特性的影响。

如果线性时不变系统的输人是一个频率在 $f_c$ + $f_0$ 的音频信号:  $x(t) = A \cos[2\pi (f_c + f_0)t]$ 

其复包络为:  $\tilde{x}(t) = A \exp(j2\pi f_0 t)$ 

频域的输入-输出关系为:  $\widetilde{X}(f) = A\delta(f - f_0)$ 

$$\widetilde{Y}(f) = \widetilde{H}(f)\widetilde{X}(f) = \widetilde{H}(f_0)A\delta(f - f_0)$$

时域中的系统复包络输出定义为:

$$\widetilde{y}(t) = A \left| \widetilde{H}(f_0) \right| \exp[j2\pi f_0 t + \angle \widetilde{H}(f_0)]$$

而时域带通信号为:

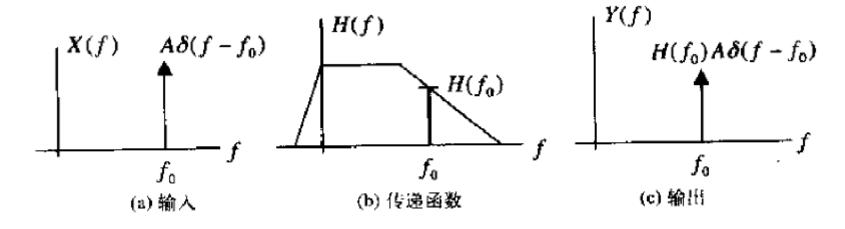
$$y(t) = A \left| \widetilde{H}(f_0) \right| \cos[2\pi (f_c + f_0)t + \angle \widetilde{H}(f_0)]$$



$$\widetilde{x}(t) = A \exp(j2\pi f_0 t)$$

$$y(t) = A \left| \widetilde{H}(f_0) \right| \cos[2\pi (f_c + f_0)t + \angle \widetilde{H}(f_0)]$$

当系统的输入是一个在频率fo处的复音频信号时,系统会产生一个与之同频的输出音频。



如图所示,输出音频的幅度和相位由系统在频率fo处的幅度和相位响应决定。



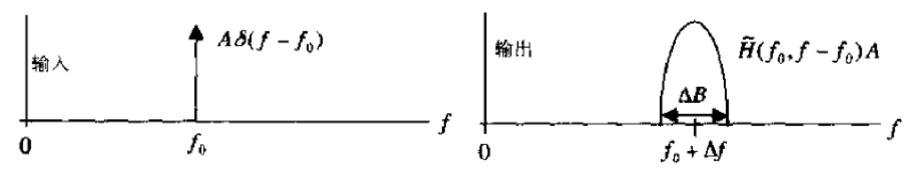
时变系统时

$$\widetilde{X}(f) = A\delta(f - f_0)$$

$$\widetilde{Y}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{H}(f_1, f - f_1) \widetilde{X}(f_1) df_1$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{H}(f_1, f - f_1) A \delta(f_1 - f_0) df_1$$

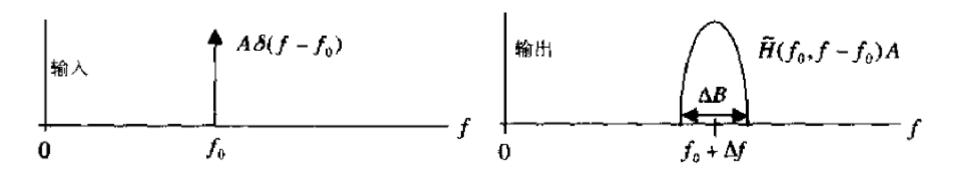
$$= \widetilde{H}(f_0, f - f_0) A$$



输出不是由一个单音频组成,而可能是一段频率上 连续的音频,这可由二维传递函数中有关f2的特性来 给出。



#### 时变系统时



对于一个在频率fo处的音频输入,线性时变系统的输出响应中可能存在频率偏移也可能产生了扩展。

在移动通信信道的情况下,上述两点分别指多普勒频移和多普勒扩展,这是由发射与接收天线间的相对运动(速度和加速度)产生的,或由信道中的其他变化产生的。

假设线性时变系统的输入是一个频率为1 kHz的单位幅度复指数函数,即:  $\tilde{x}(t) = \exp(j2000\pi t)$ 

它在频域中为:

$$\widetilde{X}(f) = \delta (f - 1000)$$

假设由 $\tilde{h}(\tau,t)$ 定义的系统具有如下时变冲激响应:

$$\widetilde{h}(\tau,t) = a_1(t)\delta(\tau) + a_2(t)\delta(\tau - T) + a_3(t)\delta(\tau - 2T)$$

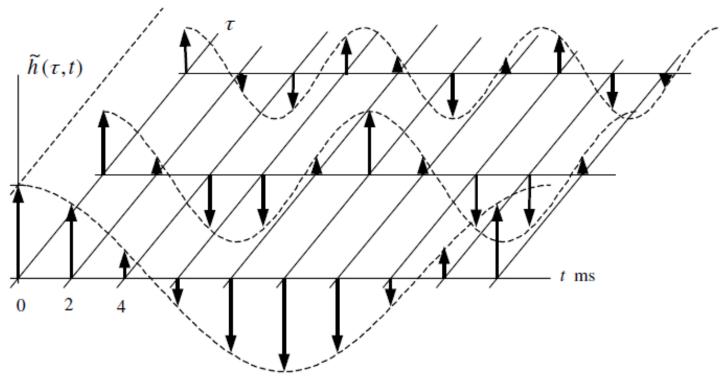
式中T为1ms,而时变衰减为:

$$a_1(t) = 1\cos\left(100\pi t\right)$$

$$a_2(t) = 0.7\cos(200\pi t)$$

$$a_3(t) = 0.3\cos(300\pi t)$$

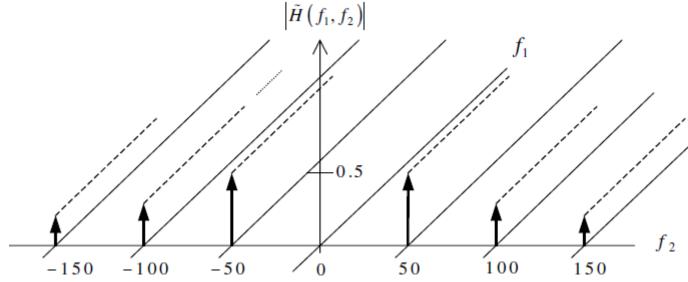




图中显示了冲激响应的10个"瞬时值",它们从t=0s 开始,每隔2 ms"拍照"一次,我们可以看到系统既是流逝时间 $\tau$ ,也是观察时间t的函数。

通过二维傅里叶变换, 可得到传递函数

$$\widetilde{H}(f_1, f_2) = \frac{1}{2} \delta(f_2 \pm 50) + \frac{0.7}{2} \delta(f_2 \pm 100) \exp(-j2\pi f_1 T) + \frac{0.3}{2} \delta(f_2 \pm 150) \exp(-j4\pi f_1 T)$$



时变冲激响应的傅里叶变换的幅度响应

上图画出了其幅度响应。发现与线性时不变系统不同,其传递函数同时依赖f1和f2。

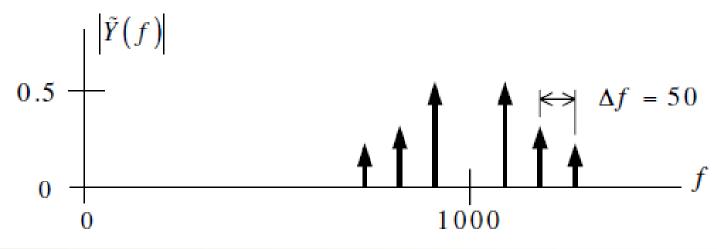


$$\widetilde{Y}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{H}(f_1, f - f_1) \widetilde{X}(f_1) df_1$$

$$\widetilde{Y}(f) = \frac{1}{2} \delta (f - 1000 \pm 50)$$

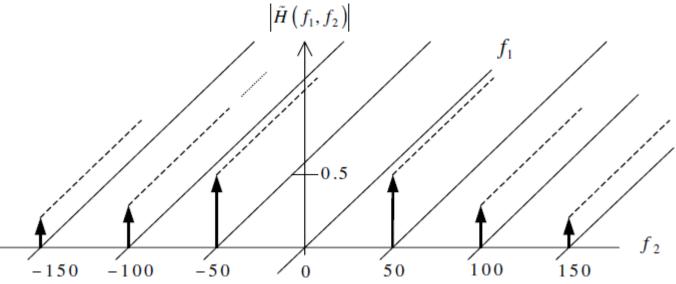
$$+ \frac{0.7}{2} \delta (f - 1000 \pm 100) \exp(-j2000\pi T)$$

$$+ \frac{0.3}{2} \delta (f - 1000 \pm 150) \exp(-j4000\pi T)$$

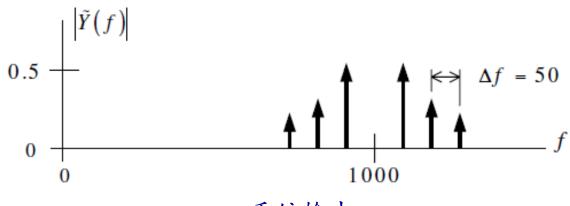


系统输出





时变冲激响应的傅里叶变换的幅度响应



系统输出

由于时变信道冲激响应的影响,一个在1000 Hz处的单音频输人发生了偏移,同时其频率也被扩展了。



### 1.2 随机过程模型

在许多时变系统中,系统的特性作为时间的函数,以随机的方式变化。如无线信道特性的变化。这些时变通常建模成随机过程。

将冲激响应  $\tilde{h}(\tau,t)$  视作 t 的一个随机过程,来处理作为时间函数随机变化的系统特性。这种方法广泛用于无线通信信道的建模中。



### 1.2 随机过程模型

考虑一个系统,其输出仅对输入信号进行衰减和延迟,其中衰减作为时间的函数随机变化。

系统可由一个冲激响应来表征:

$$\widetilde{h}(\tau,t) = a(t)\delta(\tau - t_0)$$

式中a(t)为时变衰减而to为延迟。其输入-输出关系为:

$$\widetilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t)\widetilde{x}(t - \tau) d\tau = a(t)\widetilde{x}(t - t_0)$$

输出的自相关函数  $R_{\widetilde{y}\widetilde{y}}(\alpha) = E\{\widetilde{y}^*(t)\widetilde{y}(t+\alpha)\}$ 

$$R_{\widetilde{y}\widetilde{y}}(\alpha) = E\left\{\widetilde{a}^*(t)\widetilde{x}^*(t-t_0)\widetilde{a}(t+\alpha)\widetilde{x}(t-t_0+\alpha)\right\}$$

输出的功率谱密度  $S_{\widetilde{y}\widetilde{y}}(f) = S_{\widetilde{a}\widetilde{a}}(f) \circledast S_{\widetilde{x}\widetilde{x}}(f)$ 

上式中的卷积可能导致谱偏移和扩展。



#### 1.2 随机过程模型

考虑一个具有随机相位的复指数函数

$$x(t) = A \exp(j2\pi f_0 t + j\theta), \theta$$
在[-\pi, \pi]上均匀分布

则有

$$R_{\widetilde{x}\widetilde{x}}(\alpha) = A^2 \exp(j2\pi f_0 \alpha)$$

由此可得,输入功率潜密度为:

$$S_{\widetilde{x}\widetilde{x}}(f) = A^2 \delta(f - f_0)$$

输出功率谱密度为:

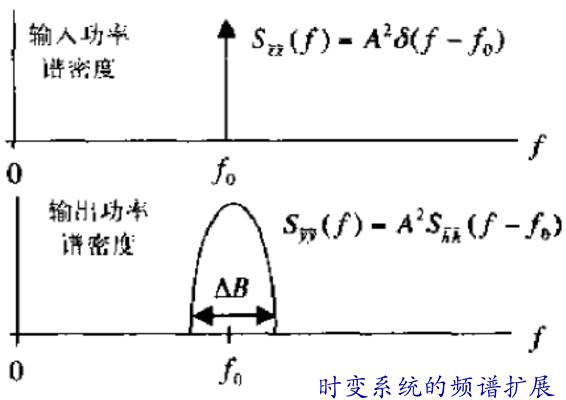
$$S_{\widetilde{y}\widetilde{y}}(f) = A^2 S_{\widetilde{h}\widetilde{h}}(f - f_0)$$

一个线性时变系统产生的输出功率谱密度,具有如下形式为

$$S_{\widetilde{y}\widetilde{y}}(f) = A^2 \delta(f - f_0) |H(f_0)|^2$$



$$S_{\widetilde{y}\widetilde{y}}(f) = A^2 \delta(f - f_0) |H(f_0)|^2$$



线性时变系统与线性时不变系统本质的差别在于线性时变系统会引起频谱扩展。

频谱扩展在仿真中必须适当地提高采样率,使得增量至少等于扩展带宽的两倍。



# 1.3 线性时变系统的仿真模型

假定一个线性时变系统以冲激响应 $\tilde{h}(\tau,t)$ 的形式来描述,并设信道输人为带限信号,则可用采样定理来推导仿真模型

 $\widetilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t) \widetilde{x}(t - \tau) d\tau$ 

从采样定理我们知道,一个带宽限制在BHz内的低通信号可由其采样值表示如下:

$$\widetilde{x}(t-\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{x}(t-nT) \frac{\sin(2\pi B(\tau-nT))}{2\pi B(\tau-nT)}$$

式中1/T是采样速率,假设为奈奎斯特速率2B,选择最小采样率2B是为了使仿真系统的计算量最小。

$$\widetilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t) \widetilde{x}(t - \tau) d\tau$$

$$\widetilde{x}(t-\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{x}(t-nT) \frac{\sin(2\pi B(\tau - nT))}{2\pi B(\tau - nT)}$$

$$\widetilde{y}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t) \left\{ \sum_{n = -\infty}^{\infty} \widetilde{x}(t - nT) \frac{\sin(2\pi B(\tau - nT))}{2\pi B(\tau - nT)} \right\} d\tau$$

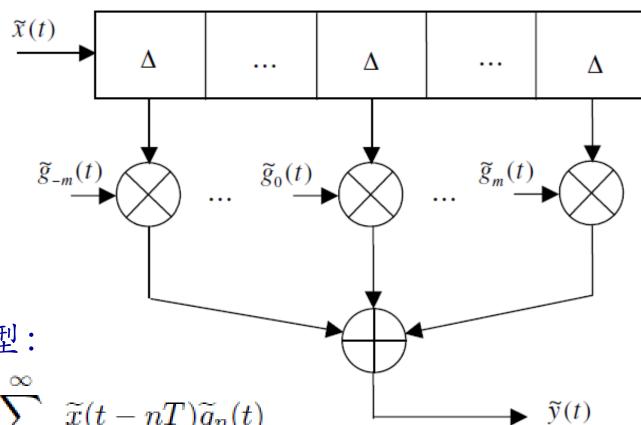
$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{x}(t-nT) \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau,t) \left\{ \frac{\sin(2\pi B(\tau-nT))}{2\pi B(\tau-nT)} \right\} d\tau$$

$$\widetilde{y}(t) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} \widetilde{x}(t - nT)\widetilde{g}_n(t)$$

$$\widetilde{g}_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t) \left\{ \frac{\sin(2\pi B(\tau - nT))}{2\pi B(\tau - nT)} \right\} d\tau$$



#### 抽头延迟线模型



抽头延迟线模型:

$$\widetilde{y}(t) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} \widetilde{x}(t - nT)\widetilde{g}_n(t)$$

抽头增益函数: 
$$\widetilde{g}_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t) \left\{ \frac{\sin(2\pi B(\tau - nT))}{2\pi B(\tau - nT)} \right\} d\tau$$

#### 抽头延迟线模型的简化

$$\widetilde{y}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{x}(t - nT)\widetilde{g}_n(t)$$

$$\widetilde{g}_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t) \left\{ \frac{\sin(2\pi B(\tau - nT))}{2\pi B(\tau - nT)} \right\} d\tau$$

第一步: 假设抽头增益过程是不相关的, 近似为

$$\widetilde{g}_n(t) pprox T\widetilde{h}(nT,t)$$

抽头增益函数表示时变冲激响应  $\tilde{h}(\tau,t)$  的采样值,其中采样是在冲激响应变量中完成的



#### 抽头延迟线模型的简化

$$\widetilde{y}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{x}(t - nT)\widetilde{g}_n(t)$$

$$\widetilde{g}_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t) \left\{ \frac{\sin(2\pi B(\tau - nT))}{2\pi B(\tau - nT)} \right\} d\tau$$

第二步:近似涉及冲激响应的截短。如果

$$E\left\{\left|\widetilde{h}( au,t)\right|^2
ight\} o 0, \quad | au|\geq mT$$

那么上式中的累加被截短到2m+1项,即

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{x}(t-nT)\widetilde{g}_n(t) \approx \sum_{n=-m}^{m} \widetilde{x}(t-nT)\widetilde{g}_n(t)$$

为了得到最佳的模型计算效率,抽头的总数应尽最保持最少。

#### 抽头延迟线模型的简化

$$\widetilde{y}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{x}(t - nT)\widetilde{g}_n(t)$$

$$\widetilde{g}_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t) \left\{ \frac{\sin(2\pi B(\tau - nT))}{2\pi B(\tau - nT)} \right\} d\tau$$

第三步:如果系统是时不变的,则 $\widetilde{h}(\tau,t)=\widetilde{h}(\tau)$ 

抽头增益变成常数:

$$\widetilde{g}_n(t) = \widetilde{g}_n \approx T\widetilde{h}(nT)$$

也就是说,增益只是线性时不变系统冲激响应的采样值,且抽头延迟线模型退化为一个冲激不变模型或一个进行时域卷积的FIR滤波器。

#### 抽头延迟线模型的简化

$$\widetilde{y}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{x}(t - nT)\widetilde{g}_n(t)$$

$$\widetilde{g}_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t) \left\{ \frac{\sin(2\pi B(\tau - nT))}{2\pi B(\tau - nT)} \right\} d\tau$$

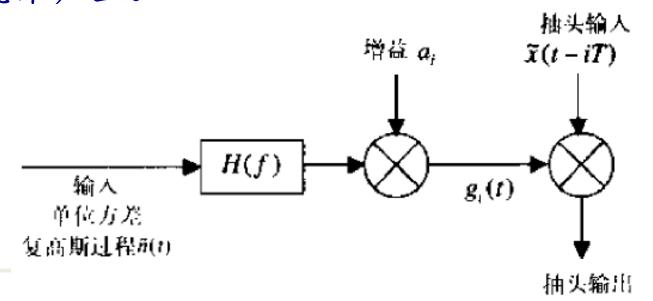
抽头延迟线模型具有连续的时间输入x(t)和连续时间输出y(t),然而,在仿真中我们将使用x(t)和y(t)的采样值。

通常,将以带宽8到16倍的采样频率来完成采样,这里带宽包括了由于系统时变特性引起的扩展的影响。推导抽头延迟线模型时用奈奎斯特速率2B,且抽头间隔为T=1/2B>>Ts,其中Ts是输入和输出信号的采样时间。

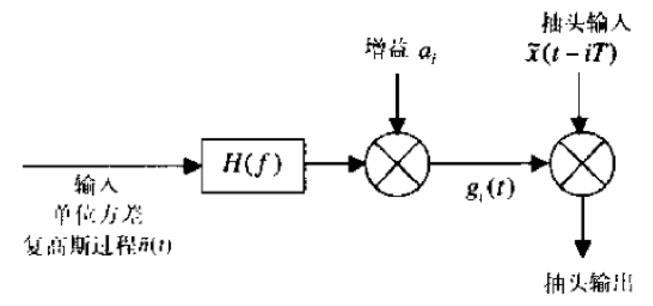


抽头增益过程是一个给定概率密度函数和功率谱密度的平稳随机过程。

对于抽头增益过程,最简单的模型假设它们是不相关的、复值的、具有零均值、具有不同方差但相同功率谱密度的高斯过程。可以通过对高斯白噪声进行过滤来产生。





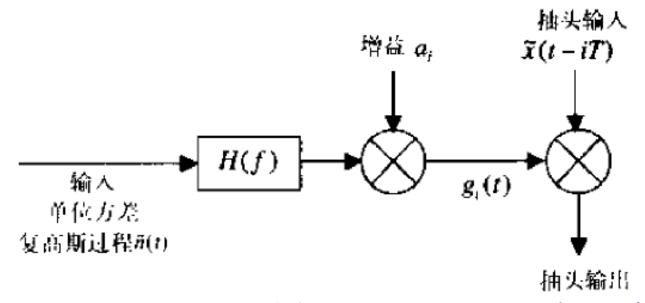


选择滤波器传递函数、是为了让它能产生期望的功率谱密度,即选择 H(f) 使:

$$S_{\widetilde{g}\widetilde{g}}(f) = S_{\widetilde{n}\widetilde{n}}(f) \left| \widetilde{H}(f) \right|^2 = \left| \widetilde{H}(f) \right|^2$$

 $S_{\tilde{n}\tilde{n}}(f)$  为输入噪声过程的功率谱密度,可以设它为1, $S_{\tilde{g}\tilde{g}}(f)$  为抽头增益过程的指定功率谱密度。





H(f) 为谱整形滤波器 (在信道模型中也成为多普勒滤波器)。

当抽头延迟线模型中的抽头系数刻画为高斯随机过程时,将复高斯白噪声通过一个其带宽选取为匹配于信道的多普勒扩展特性的低通滤波器,就很容易产生抽头系数



静态增益 ai 说明不同的抽头有不同的功率级或方差。如果抽头增益的功率谱密度不同,那么对于不同的抽头将使用不同的滤波器。

注意:与系统及通过的信号相比,慢变系统抽头增益过程的带宽较小。此时,要以一个较低的采样率来设计和运行抽头增益滤波器。在滤波器的输出端可采用内插的方法来产生更密集的采样,以便与进入抽头的信号的采样率相一致。采用较高采样率来设计这个滤波器,将导致计算的低效率及稳定性的问题。



仿真的系统是一个简单系统、其中系统的带通输人是一个形式为  $x(t) = cos[2\pi(f_0 + f_1)t]$  的"音频",它对应于一个低通等效信号:

$$\widetilde{x}(t) = \exp(j2\pi f_1 t)$$

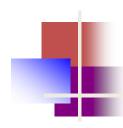
假设该系统的低通等效冲激响应具有如下形式:

$$\widetilde{h}(\tau,t) = \widetilde{a}(t)\delta(t-\tau_0)$$

它是一个全通信道,具有延迟<sup>70</sup> 和复时变衰减 a(t) 这个衰减建模为一个零均值高斯随机过程,其功率 谱密度为:

$$S_{\widetilde{a}\widetilde{a}}(f) = \frac{1}{(j2\pi f)^2 + B^2}$$

式中B是多普勒带宽。可以证明该时变系统输出的复 包络为:  $\widetilde{y}(t) = \widetilde{a}(t)\widetilde{x}(t-\tau_0)$ 



该模型的仿真包括产生输入音频采样值、以及与一个滤波后的复高斯过程相乘,其中的滤波器的传递函数被选定为可产生如下式的功率谱密度。

$$S_{\widetilde{a}\widetilde{a}}(f) = \frac{1}{(j2\pi f)^2 + B^2}$$

所以要求的滤波器具有如下的传递函数,是一个一阶低通滤波器

 $H(s) = \frac{1}{s+B}$ 

#### 其他参数:

f<sub>1</sub>=512H<sub>z</sub>, B=64H<sub>z</sub>, τ<sub>0</sub>=0, f<sub>s</sub>=8192采样/秒, 仿真长度=8192个采样。

```
% default signal frequency
f1 = 512:
bdoppler = 64;
                            % default doppler sampling
fs = 8192:
                            % default sampling frequency
tduration = 1:
                            % default duration
96
ts = 1.0/fs:
                            % sampling period
n = tduration*fs:
                            % number of samples
t = ts*(0:n-1);
                            % time vector
x1 = \exp(i*2*pi*f1*t);
                            % complex signal
zz = zeros(1,n);
```

(代码见c601.m)

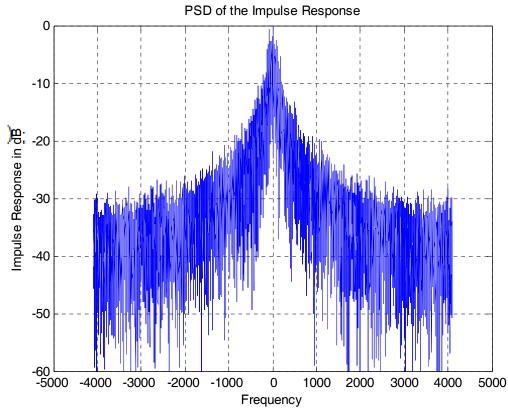
```
% Generate Uncorrelated seg of Complex Gaussian Samples
z = randn(1,n)+ <u>i</u>*randn(1,n); 复高斯过程
96
% Filter the uncorrelated samples to generate correlated samples
                                     H(s) = \frac{1}{s+B} h(t) = \exp(-Bt)
coefft = exp(-bdoppler*2*pi*ts);
h = waitbar(0, 'Filtering Loop in Progress');
                                                     一阶低通滤波器
for k=2:n
    zz(k) = (ts*z(k))+coefft*zz(k-1);
    waitbar(k/n)
end
close(h)
y1 = x1.*zz;
                          % filtered output of LTV system
                                             \widetilde{y}(t) = \widetilde{a}(t)\widetilde{x}(t-\tau_0)
```



```
[psdzz,freq] = log psd(zz,n,ts);
figure:
```

功率谱密度,满足 下式的要求。

$$S_{\widetilde{a}\widetilde{a}}(f) = \frac{1}{(j2\pi f)^2 + B^2}$$





```
zzz = abs(zz.^2)/(mean(abs(zz.^2)));
      figure;
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               Normalized Magnitude Square of the Impulse Response in dB
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            10
     plot(10*log10(zzz)); grid;
     ylabel('Sq. Mag. of h(t) in dB')
     xlabel('Time Sample Index')
title ('Normalized Magnitude Square of the go ui (t) to be well by book by book by the state of the go ui (t) to be well by book by book by the state of the go ui (t) to be well by book by the state of the go ui (t) to be well by book by the state of the go ui (t) to be well by the state of the go ui (t) to be well by the state of the go ui (t) to be well by the state of the go ui (t) to be well by the state of the go ui (t) the go 
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       -10
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         -30
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         -40
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        -50
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           6000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      7000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             1000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         2000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    3000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  4000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              5000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    8000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 9000
```

滤波后产生的相关高斯序列的时域值

Time Sample Index



```
[psdx1, freq] = log psd(x1, n, ts);
figure;
                                                                        PSD of Tone Input to the LTV System
plot(freq,psdx1); grid;
ylabel('PSD of Tone Input in dB')
xlabel('Frequency')
                                                        -10
title('PSD of Tone Input to the LTV System'
                                                      of Tone Input in dB
                                                        -50
                                                              -4000
                                                                   -3000
                                                                        -2000
                                                                             -1000
                                                                                         1000
                                                                                              2000
                                                                                                   3000
                                                                                                        4000
                                                                                                              5000
                                                                                 Frequency
```

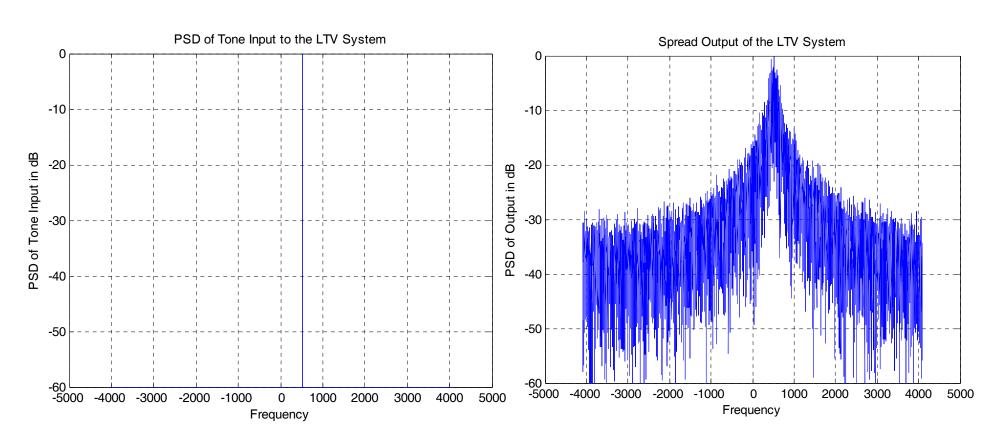
输入音频信号的功率谱密度



```
[psdy1, freq] = log psd(y1, n, ts);
   figure:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    Spread Output of the LTV System
   plot(freq, psdy1); grid;
   ylabel('PSD of Output in dB')
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        -10
   xlabel ('Frequency')
title('Spread Output of the LIV System') % indivo og Same of the LIV System' of the LIV Sys
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        -50
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        -60
-5000 -4000 -3000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              -2000 -1000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      1000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           2000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   3000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          4000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   5000
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 Frequency
```

输入音频信号通过时变系统后的输出的功率谱密度





时变系统的时变性引起信号的频谱扩展

修改系统模型,使复低通等效冲激响应具有如下形式:  $\widetilde{h}(\tau,t) = \widetilde{a}_1(t)\delta(\tau-\tau_1) + \widetilde{a}_2(t)\delta(\tau-\tau_2)$ 

通过考虑如下时不变形式,可证明该模型是频率选择性的:  $\tilde{h}(\tau,t) = \tilde{a}_1\delta(\tau-\tau_1) + \tilde{a}_2\delta(\tau-\tau_2)$ 

设等于0,可导出它的传递函数由下式给出:

$$H(f) = \widetilde{a}_1 + \widetilde{a}_2 \exp(-j2\pi f \tau_2)$$

上面给出的传递函数在不同频率处有不同的值,因此是频率选择性的。



时变系统的复低通等效输出为:

$$\widetilde{y}(t) = \widetilde{a}_1(t)\widetilde{x}(t-\tau_1) + \widetilde{a}_2(t-\tau_2)\widetilde{x}(\tau-\tau_2)$$

如果系统的输入是一个BPSK信号,则系统的时变特性使BPSK信号作为时间的函数,发生衰减和相位旋转。由输出的两个延迟分量造成的信道频率选择性,表现为符号间干扰的形式。

BPSK符号率=512 b/s,采样率=16个采样/秒  $\tilde{a}_1(t)$ 和  $\tilde{a}_2(t)$ 的多普勒带宽=16 Hz, $\tau_1$ =0, $\tau_2$ =8 个采样(比特持续时间的一半)。



```
% Set default parameters
                                           (代码见c602.m)
  symrate = 512;
  nsamples = 16;
  nsymbols = 128;
  bdoppler = 16;
  ndelay = 8;
  n = nsymbols*nsamples;
  ts = 1.0/(symrate*nsamples);
BPSK符号率=512 b/s, 采样率=16个采样/秒
\tilde{a_1}(t) 和 \tilde{a_2}(t) 的多普勒带 宽=16 Hz, \tau 1=0, \tau 2=8 个
采样(比特持续时间的一半)。
```

# 1

```
% Generate two uncorrelated seg of Complex Gaussian Samples
 %
 z1 = randn(1,n) + i * randn(1,n):
                                      复高斯过程
 z2 = randn(1, n) + i * randn(1, n);
 % Filter the two uncorrelated samples to generate correlated sequences
 %
                                          H(s) = \frac{1}{s+B} h(t) = \exp(-Bt)
 coefft = exp(-bdoppler*2*pi*ts);
 zz1 = zeros(1,n):
 zz2 = zeros(1,n):
\exists for k = 2:n
                                                            一阶低通滤波器
    zz1(k) = z1(k) + coefft*zz1(k-1):
    zz2(k) = z2(k) + coefft*zz2(k-1):
end.
```

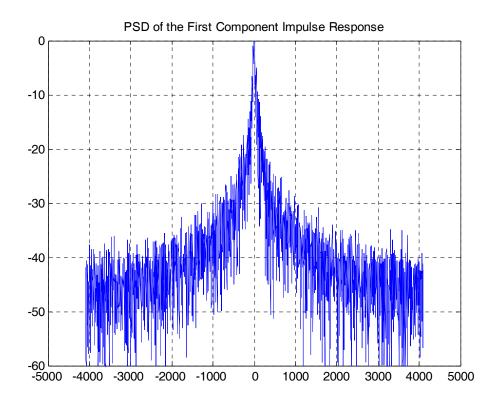
$$\widetilde{y}(t) = \widetilde{a}_1(t)\widetilde{x}(t-\tau_1) + \widetilde{a}_2(t-\tau_2)\widetilde{x}(\tau-\tau_2)$$

```
%
% Generate a BPSK (random binry wavefrom and compute the output)
%
\mathbf{M} = 2:
                                        % binary case
x1 = mpsk pulses(M, nsymbols, nsamples);
v1 = x1.*zz1:
                                        % first output component
                                        % second output component
v2 = x1.*zz2:
y(1:ndelay) = y1(1:ndelay);
y(ndelay+1:n) = y1(ndelay+1:n)+y2(1:n-ndelay)
        \widetilde{y}(t) = \widetilde{a}_1(t)\widetilde{x}(t-\tau_1) + \widetilde{a}_2(t-\tau_2)\widetilde{x}(\tau-\tau_2)
分别产生两个BPSK信号、并加入时延
```



```
[psdzz1,freq] = log_psd(zz1,n,ts);
figure; plot(freq,psdzz1); grid;
title('PSD of the First Component Impulse Response')
```

第一个滤波器脉冲响应的功率谱密度。



```
subplot (2, 1, 1)
plot(nn, imag(x1(1:500)), 'k', nn, real(y1(1:500)), 'k'); grid;
title('Input and the First Component of the Output');
xlabel('Sample Index')
ylabel('Signal Level')
subplot (2, 1, 2)
plot (nn, imag(x1(1:500)), 'k', nn, real(y(1:500)), 'k'); grid;
title('Input and the Total Output')
xlabel('Sample Index')
                                                  Input and the First Component of the Output
                                       20
ylabel('Signal Level')
                                       10
                                    Signal Level
 单个时变原器件的
 影响:
                                      -20
                                            50
                                                 100
                                                     150
                                                               250
                                                                   300
                                                          200
                                                                        350
                                                                             400
                                                                                  450
                                                                                       500
                                                            Sample Index
                                                        Input and the Total Output
                                       20
                                      10
 两个时变原器件的
                                    Signal Level
 影响:
                                      -20
                                                               250
                                            50
                                                     150
                                                          200
                                                                    300
                                                 100
                                                                        350
                                                                             400
                                                                                  450
                                                                                       500
                                                            Sample Index
```



线性时变系统通常由一个时变冲激响应 h(τ,t)来表征, 它是对一个在 t-τ 时刻作用于系统输入端的冲激信号 在 t 时刻测得的系统响应。在时域中,其输入一输出 关系是一个卷积积分:

$$\widetilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t) \widetilde{x}(t - \tau) d\tau$$

在频域中, 其输入一输出关系由下式给出:

$$\widetilde{Y}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f_1, f - f_1) \, df_1$$

它解释了发生在时变系统如一个移动通信信道中的频谱扩展(有时指多普勒扩展)。



通过 
$$\widetilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{h}(\tau, t) \widetilde{x}(t - \tau) d\tau$$

给出的卷积积分可由一个有限卷积来近似,这样可以得到一个具有时变抽头增益函数的FIR仿真模型:

$$\widetilde{y}(kT_s) \cong T_s \sum_{n=-m}^m \widetilde{h}(nT, kT_s)\widetilde{x}(kT_s - nT)$$

在移动通信信道环境中,将时变特性建模为一个具有给定自相关或功率谱密度函数的复高斯过程。可以让一个不相关的高斯序列通过合适的滤波器,来产生相关高斯过程的采样值。



线性时变元器件引入了两种不同形式的失真,

第一种是由响应的时变特性引起的, 例3中用未调制音频来说明频谱扩展。

第二种是由系统的频率选择性引起的,

例4中用BPSK信号来说明时变和频率选择因素的影响。



#### 习题1:

用如下双音频输入重新仿真Matlab例3:

$$\tilde{x}(t) = \exp[j2\pi(128)t] + \exp[j2\pi(512)t]$$

习题2: 例4中的系统是频率选择性的。用下式代替例题中的二进制输入:

$$\tilde{x}(t) = \exp[j2\pi(128)t] + \exp[j2\pi(512)t]$$

通过仿真说明时变系统对两个输入音频的影响不同, 从而表明系统的频率选择性,与习题1的结果相比较。