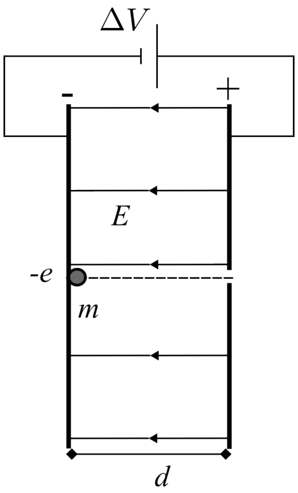
Løsning øving 9

Oppgave 1

a) Elektronet med masse m akselereres fra ro gjennom det homogene elektriske feltet mellom to plater, der platespenningen er ΔV. Se figuren under.



Den elektriske potensielle energien U til elektronet går over til kinetisk energi idet elektronet når den positive plata:

$$\begin{aligned}
U &= \frac{1}{2}mv^2 \\
q\Delta V &= \frac{1}{2}mv^2 && \text{(Def. av potensial/spenning)} \\
v &= \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}} \\
&= \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 60 \cdot 10^{3}\,\mathrm{V}}{9,11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} \\
&= 2,65 \cdot 10^{7}\,\mathrm{m/s} \\
&\approx \underline{\underline{2,7 \cdot 10^{7}\,\mathrm{m/s}}}
\end{aligned}$$

b) Den elektriske feltstyrken er bestemt fra

$$\begin{aligned}
E &= \frac{\Delta V}{d} \\
&= \frac{2,0 \cdot 10^{3}\,\mathrm{V}}{0,20\,\mathrm{m}} \\
&= \underline{\underline{10\,\mathrm{kV/m}}}
\end{aligned}$$

Oppgave 2

Kapasitansen til en luftfylt platekondensator med areal A og plateavstand d er

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}.$$

Ut i fra definisjonen av kapasitans:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \frac{A}{d}} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \cdot d.$$

Ser altså at spenningen er proporsjonal med plateavstanden d, når plateareal og ladning er konstante.

Når kondensatoren tilkobles et batteri med spenning V_0, tilføres platene en viss ladning. Når batteriet så kobles fra og plateavstanden økes, er ladningen på platene konstant (ladning "lekker ikke" fra en ideell kondensator).

Ettersom spenningen ved konstant A og Q er proporsjonal med plateavstanden d, vil en dobling av plateavstanden gi en dobling av spenningen mellom platene:

$$V = \underline{\underline{2V_0}}$$

Oppgave 3

Vi har 5 identiske kondensatorer med kapasitans $C = 1,0\,\mathrm{mF}$ som skal kobles sammen slik at alle kondensatorene tas i bruk, og vi skal bestemme den største mulige kapasitansen for oppkoblingen.

Når kondensatorer kobles i parallell, øker den totale kapasitansen:

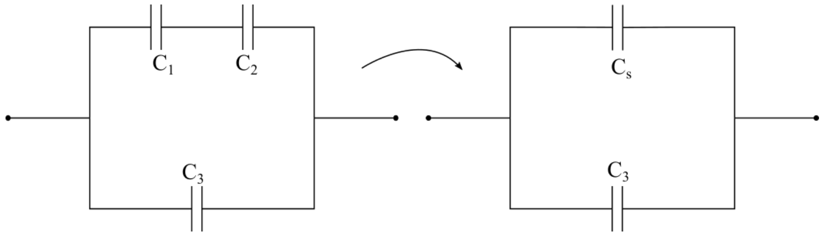
$$C_{tot} = \sum_{i=1}^{N} C_i.$$

Med 5 parallellkoblede kondensatorer blir den totale (maksimale) kapasitansen

$$\begin{aligned} C_{tot} &= 5C \\ &= 5 \cdot 1,0\,\mathrm{mF} \\ &= \underline{\underline{5,0\,\mathrm{mF}}} \end{aligned}$$

Oppgave 4

a) Kretsen er en parallellkobling av kondensatorer der den ene greina inneholder en seriekobling. Vi starter med å slå sammen de to seriekoblede kondensatorene:



Den samlede kapasitansen C_s i seriekoblingen er gitt ved ("kondensatorer i serie er som motstander i parallell”):

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_s = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

$$\begin{aligned} C_s &= \frac{1}{\frac{1}{3{,}0\,\mu\mathrm{F}} + \frac{1}{6{,}0\,\mu\mathrm{F}}} \\ &= \underline{2,0\,\mu\mathrm{F}} \end{aligned}$$

Da sitter vi igjen med én parallellkobling, som har kapasitans lik summen av kapasitansene. Kapasitansen C_{tot} mellom de to angitte punktene i kretsen er altså:

$$\begin{aligned} C_{\mathrm{tot}} &= C_s + C_3 \\ &= 2,0\,\mu\mathrm{F} + 2,0\,\mu\mathrm{F} \\ &= \underline{\underline{4,0\,\mu\mathrm{F}}} \end{aligned}$$

b) Finner ladningene Q_1, Q_2 og Q_3 på kondensatorene med kapasitanser hhv. C_1, C_2 og C_3. Ettersom C_3 og C_s er koblet i parallell, er spenningen over disse den samme, lik V_{ab}. Fra definisjonen av kapasitans:

$$\begin{aligned} C_3 &= \frac{Q_3}{V_{\mathrm{ab}}} \Rightarrow Q_3 = C_3 V_{\mathrm{ab}} \\ Q_3 &= 2,0\,\mu\mathrm{F} \cdot 12\,\mathrm{V} \\ &= \underline{\underline{2,4 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{C}}} \end{aligned}$$

Ettersom C_1 og C_2 er koblet i serie med hverandre, vil ladningen på hver av de være den samme[1]; $Q_1 = Q_2$, som dessuten er lik ladningen bestemt fra C_s:

$$\begin{aligned} C_s &= \frac{Q_1}{V_{\mathrm{ab}}} \Rightarrow Q_1 = C_s V_{\mathrm{ab}} \\ Q_1 &= 2,0\,\mu\mathrm{F} \cdot 12\,\mathrm{V} \\ &= \underline{\underline{2,4 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{C}}} \end{aligned}$$

c) Spenningen V_3 over C_3 er lik spenningen over parallellkoblingen:

$$V_3 = V_{\mathrm{ab}} = \underline{\underline{12\,\mathrm{V}}}$$

Spenningen over C_1 og C_2 kan vi finne fra definisjonen av kapasitans:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{Q_1}{V_1} \Rightarrow V_1 = \frac{Q_1}{C_1} \\ V_1 &= \frac{2,4 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{C}}{3,0\,\mu\mathrm{F}} \\ &= \underline{\underline{8,0\,\mathrm{V}}} \end{aligned}$$

Spenningen V_2 over C_2 blir da lik (ettersom C_1 og C_2 er koblet i serie):

$$\begin{aligned} V_2 &= V_{\mathrm{ab}} - V_1 \\ &= 12\,\mathrm{V} - 8,0\,\mathrm{V} \\ &= \underline{\underline{4,0\,\mathrm{V}}} \end{aligned}$$

[1] Dette er forklart i detalj i OpenStax kap. 8.2.