Løsning øving 1

Oppgave 1

a) Ettersom $\mathrm{km} = 10^3\,\mathrm{m}$ og $\mathrm{h} = 3600\,\mathrm{s}$, får vi

$$\begin{aligned} 1,0\,\mathrm{km/h^2} &= 1,0\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h^2}} \\ &= \frac{10^3\,\mathrm{m}}{(3600\,\mathrm{s})^2} \\ &= \underline{\underline{7,7\cdot 10^{-5}\,\mathrm{m/s^2}}} \end{aligned}$$

b) Gitt et energiforbruk på $1,0\,\mathrm{kWh/mil}$, blir dette lik

$$\begin{aligned} 1,0\,\frac{\mathrm{kWh}}{\mathrm{mil}} &= 1,0\cdot\frac{3,6\cdot 10^6\,\mathrm{J}}{10\cdot 10^3\,\mathrm{m}} \\ &= 3,6\cdot 10^2\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}} \\ &= \underline{\underline{0,36\,\mathrm{kJ/m}}} \end{aligned}$$

Oppgave 2

En bil bremser opp med konstant akselerasjon fra en startfart$v_0 = 30\,\mathrm{km/h}$ til sluttfart $v = 0$ i løpet av en strekning $x = 30\,\mathrm{m}$.

a) Vi kan bestemme akselerasjonen ut fra bevegelseslikningen

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{0 - \left(\frac{30}{3,6}\,\mathrm{m/s}\right)^2}{2\cdot 30\,\mathrm{m}} \\ &= -1,16\,\mathrm{m/s^2} \\ &\approx \underline{\underline{-1,2\,\mathrm{m/s^2}}} \end{aligned}$$

b) Tiden t bilen bruker på å stanse kan vi finne fra bevegelseslikningen

$$x = \frac{1}{2}\,(v_0 + v)\,t \Rightarrow t = \frac{2x}{v_0 + v} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} t &= \frac{2\cdot 30\,\mathrm{m}}{\frac{30}{3,6}\,\mathrm{m/s} + 0} \\ &= \underline{\underline{7,2\,\mathrm{s}}} \end{aligned}$$

c) **Bremselengden**: Fra (1) finner vi (med $v = 0$, ettersom bilen bremser opp)

$$x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = -\frac{v_0^2}{2a}$$

Altså: oppbremsingsstrekningen x er proporsjonal med kvadratet av startfarten, v_0^2. Det betyr at når startfarten dobles, vil bremsestrekningen blir $2^2 = 4$ ganger så lang.

Oppbremsingstiden: Fra (2)har vi (med $v = 0$, ettersom bilen bremser opp)

$$t = \frac{2x}{v_0 + v} = \frac{2x}{v_0}.$$

Ettersom x blir 4 ganger større når v_0 dobles, øker oppbremsingstiden med en faktor $\frac{4}{2} = 2$.

Oppgave 3

a) Personbilen kjører med konstant fart $v = 100\,\mathrm{km/h}$ etter å ha passert politibilen i $x = 0$. Vi lar $t = 0$ angi tidspunktet der politibilen starter innhentingen, dvs. personbilen har rukket å kjøre $\Delta t = 2,0\,\mathrm{s}$, og har opparbeidet seg et forsprang $\Delta x = v\Delta t$ på politibilen.

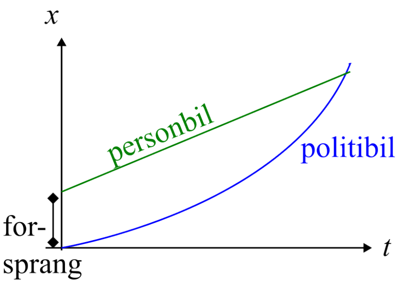
Personbilens posisjon x_1 er da gitt ved

$$x_1 = vt + \Delta x = vt + v\Delta t.$$

Posisjonen til politibilen, som starter fra ro og kjører med konstant akselerasjon, er gitt ved

$$x_2 = \frac{1}{2}at^2.$$

Skisser de to posisjonsgrafene i samme diagram:



b) Idet politibilen tar igjen personbilen, er posisjonene like, dvs. $x_1 = x_2 = x$, slik at bevegelseslikningen for personbilen gir

$$x = vt + v\Delta t \Rightarrow t = \frac{x}{v} - \Delta t$$

Innsatt i bevegelseslikningen for politibilen gir dette

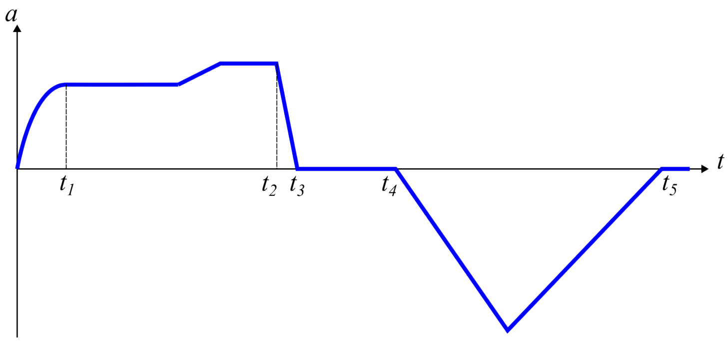
$$\begin{aligned}
x &= \frac{1}{2}at^2 \\
x &= \frac{1}{2}a\left(\frac{x}{v} - \Delta t\right)^2 \\
a &= \frac{2x}{\left(\frac{x}{v} - \Delta t\right)^2} \\
&= \frac{2 \cdot 1,0 \cdot 10^3\,\mathrm{m}}{\left(\frac{1,0 \cdot 10^3\,\mathrm{m}}{\frac{100}{3,6}\,\mathrm{m/s}} - 2,0\,\mathrm{s}\right)^2} \\
&= 1,73\,\mathrm{m/s^2} \\
&\approx \underline{\underline{1,7\,\mathrm{m/s^2}}}
\end{aligned}$$

c) Politibilens sluttfart kan bestemmes fra bevegelseslikningen (med $v_0 = 0$)

$$
\begin{aligned}
v^2 - v_0^2 = 2ax \Rightarrow v &= \sqrt{2ax} \\
v &= \sqrt{2 \cdot 1,73\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1,0 \cdot 10^3\,\mathrm{m}} \\
&= 58,8\,\mathrm{m/s} \\
&\approx \underline{\underline{2,1 \cdot 10^2\,\mathrm{km/h}}}
\end{aligned}
$$

Oppgave 4

Gitt akselerasjonsgrafen under for et tog som beveger seg rettlinjet mellom to stasjoner:



Så lenge akselerasjonen er **positiv** (dvs. grafen ligger **over** x-aksen), **øker** farten. Når akselerasjonen er **negativ** (dvs. grafen ligger **under** x-aksen), **avtar** farten. Ut i fra dette kan vi konkludere med:

- Grafen ligger over x-aksen fram til fram til t_3, dvs. farten øker fram til t_3. Fra t_3 til t_4 er akselerasjonen null, dvs. farten konstant. Det betyr at **farten er størst** i tidsrommet $[t_3, t_4]$.
- Toget **begynner å bremse** i det øyeblikket akselerasjonen blir negativ (grafen havner under x-aksen), dvs. ved tidspunkt t_4.
- Arealet akselerasjonsgrafen fra t_1 til t_2 er gitt ved integralet $\int_{t_1}^{t_2} a(t)dt$, som ut i fra analysens fundamentalteorem (fra matematikken) er lik $v(t_2) - v(t_1)$, dvs. **fartendringen** i tidsrommet.
- Stigningstallet til en akselerasjonsgraf angir hvor raskt akselerasjonen endrer seg på et bestemt tidspunkt (denne størrelsen kalles "jerk"/rykk, med enheter $\frac{\mathrm{m/s^2}}{\mathrm{s}} = \mathrm{m/s^3}$). Dvs. stigningstallet for akselerasjonsgrafen angir **ikke** farten i punktet (det riktige er at stigningstallet til posisisjonsgrafen $x(t)$ angir farten på et bestemt tidspunkt).

Riktige svaralternativer: C, F, H.