Løsning øving 2

Oppgave 1

For at stuperen akkurat skal komme klar av utspringet, må den horisontale forflytningen x **minst** være lik utspringets bredde d i løpet av falltiden t.

Falltiden t er bestemt fra bevegelseslikningen i vertikalretningen

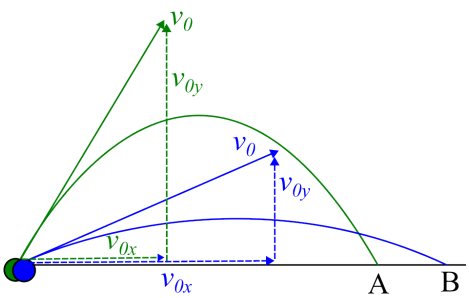
$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Den horisontale forflytningen $x = d$ skjer med konstant fart v_0, som skal bestemmes. For bevegelse med konstant fart gjelder

$$\begin{aligned} x &= d = v_0 t \\ d &= v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ v_0 &= \frac{d}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} \\ &= \frac{1,75\,\mathrm{m}}{\sqrt{\frac{2\cdot 9{,}00\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}}}} \\ &= 1,29\,\mathrm{m/s} \\ &\approx \underline{\underline{1,3\,\mathrm{m/s}}} \end{aligned}$$

Oppgave 2

Figuren under viser banen for de to kulene som skytes med samme startfart v_0, men ulike startvinkler.



Når vi neglisjerer luftmotstand, gjelder uavhengighetsprinsippet, og vertikalbevegelsen skjer uavhengig av horisontalbevegelsen.

Den kula som går høyest, bruker lengst tid på å nå bakken, og treffer derfor blinken sist (begge kulene opplever samme vertikale akselerasjon lik g; den som har lengst vertikal strekning å tilbakelegge, bruker lengst tid). Dvs. den **blå** kula treffer blink B først.

Kulene har samme startfart og -høyde, og dermed samme mekaniske energi i startøyeblikket. Ut i fra prinsippet om bevaring av mekanisk energi, vil kulene treffe blinkene med **samme** fart.

Oppgave 3

a) Vi kombinerer bevegelseslikningene for x- og y-retningene (velger positiv retning hhv. mot høyre og oppover):

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos\alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$
$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

Setter inn for t i bevegelseslikningen for y-retningen:

$$y = v_0 \sin\alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos\alpha} - \frac{1}{2}g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2$$
$$y = x \tan\alpha - \frac{1}{2}\frac{gx^2}{v_0^2 \cos^2\alpha}$$

Vi skal nå skrive likninga på formen $f(\alpha) = 0$:

$$y + \frac{1}{2}\frac{gx^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} - x \tan\alpha = 0,$$

dvs. funksjonen

$$f(\alpha) = \underline{\underline{y + \frac{1}{2}\frac{gx^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} - x \tan\alpha}}$$

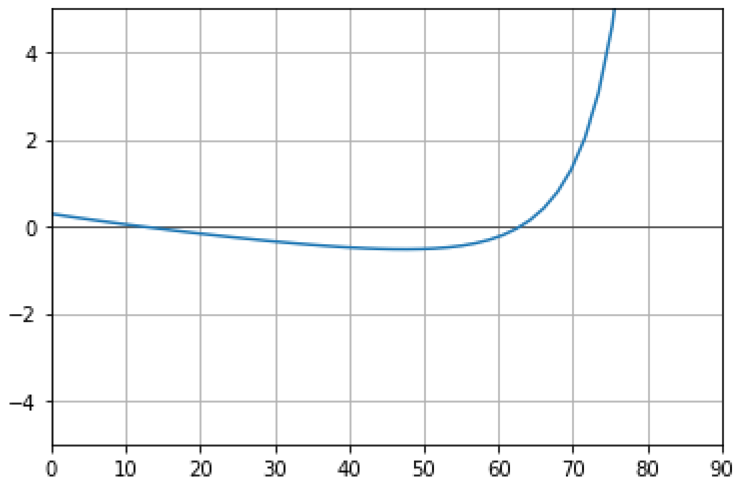
Her er $x > 0$ og $y < 0$ i det kula treffer blinken i denne oppgaven (på grunn av valget av positive retninger).

b) Under er Jupyter notebook-kode for å løse likningen $f(\alpha) = 0$, som bestemmer verdier for startvinkelen α som gjør at kula treffer midt i blinken:

```python
#Importerer nødvendige pakker
from scipy.optimize import fsolve
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#Definerer funksjonen som angir venstresiden i likninga f(alpha)=0
def f(alpha_grader):
    #Input: Vinkel i grader
    alpha=np.radians(alpha_grader)
    x=1.5
    y=-0.4
    v0=4.0
    g=9.81
    return y+0.5*g*x**2/(v0**2*(np.cos(alpha))**2) -x*np.tan(alpha)

#Tegner funksjonen for å få et bilde av løsningene (fra 0 til 90 grader):
alpha_grader=np.linspace(0,90)
plt.axis([0,90,-5,5])
plt.grid()
plt.axhline(color='black', lw=0.5)
plt.plot(alpha_grader,f(alpha_grader))
plt.show()
```




```
#Ser løsninger nært 10 grader og 60 grader
start = 10
sol = fsolve(f, start)
print("Løsning i nærheten 10 grader: ",sol[0])

start = 60
sol = fsolve(f, start)
print("Løsning i nærheten av 60 grader: ",sol[0])
```

```
Løsning i nærheten 10 grader:  12.09521032342471
Løsning i nærheten av 60 grader:  62.973372498427345
```

De to løsningene tilsvarer hhv. en "flat" bane og en "høy" bane for kula.

Oppgave 4

a) Ved sirkelbevegelse med variabel banefart, har akselerasjonen to komponenter: sentripetal-akselerasjonen $a_\perp$ fordi farten endrer retning, og tangent-/baneakselerasjonen $a_\parallel$ fordi farten endrer verdi.

Når banefarten øker jevnt, er baneakselerasjonen $a_\parallel$ **konstant**, mens $a_\perp = \frac{v^2}{r}$ øker som en **andregradsfunksjon** av v, og dermed også av t fordi $v = a_\parallel t$.

Dette tilsvarer graf D.

b) Når farten øker jevnt fra $v_0 = 0$ til $v = 60\,\text{km/h}$ i løpet av $\Delta t = 6{,}0\,\text{s}$, er baneakselerasjonen

$$\begin{aligned} a_\parallel &= \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ &= \frac{\frac{60}{3{,}6}\,\text{m/s}}{6{,}0\,\text{s}} \\ &= 2{,}78\,\text{m/s}^2 \\ &\approx \underline{\underline{2{,}8\,\text{m/s}^2}} \end{aligned}$$

På det tidspunktet har banefarten er $v = 60\,\mathrm{km/h}$ er sentripetalakselerasjonen

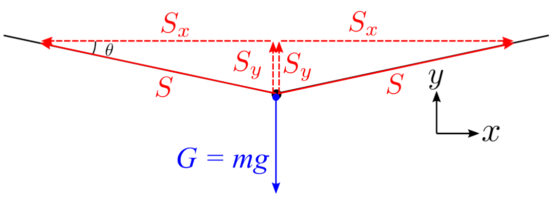
$$\begin{aligned} a_\perp &= \frac{v^2}{r} \\ &= \frac{\left(\frac{60}{3{,}6}\,\mathrm{m/s}\right)^2}{60\,\mathrm{m}} \\ &= 4,63\,\mathrm{m/s^2} \\ &\approx \underline{\underline{4,6\,\mathrm{m/s^2}}} \end{aligned}$$

Den totale akselerasjonen $a = |\vec{a}| = |\vec{a}_\parallel + \vec{a}_\perp|$ er da gitt ved

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{a_\parallel^2 + a_\perp^2} \\ &= \sqrt{(2,78\,\mathrm{m/s^2})^2 + (4,63\,\mathrm{m/s^2})^2} \\ &= 5,40\,\mathrm{m/s^2} \\ &\approx \underline{\underline{5,4\,\mathrm{m/s^2}}} \end{aligned}$$

Oppgave 5

a) Figuren under viser kreftene som virker på kassa når den henger i ro: tyngden G og snordrag S fra hver snor. Hvert snordrag har komponenter S_x og S_yi hhv. horisontal- og vertikalretning.



De horisontale x-komponentene av snordragene opphever hverandre; Newtons 1. lov i y-retning gir

$$\begin{aligned} 2S_y &= mg \\ 2S\sin\theta &= mg \\ S &= \underline{\underline{\frac{mg}{2\sin\theta}}} \end{aligned}$$

b) Når $\theta \to 0$, vil $S \to \infty$. Dette er å forvente: mindre vinkel betyr strammere snor, og snora må være "uendelig" stram for å få klossen til å henge med helt vannrette snorer.

c) Med $m = 50\,\mathrm{kg}$ og $\theta = 30°$ blir draget i hver av snorene lik

$$\begin{aligned} S &= \frac{50\,\mathrm{kg}\cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}}{2\cdot\sin 30°} \\ &= 491\,\mathrm{N} \\ &\approx \underline{\underline{0,49\,\mathrm{kN}}} \end{aligned}$$