

Вариант 21

Досрочный 2016

Математика Профильный уровень

Часть 1

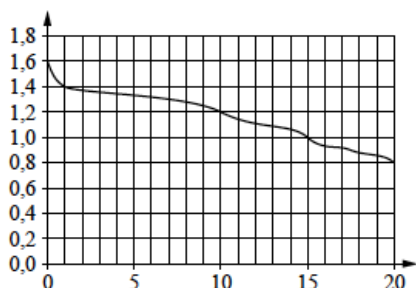
Ответом на задания 1—12 должно быть целое число или десятичная дробь.

- 1 Система навигации самолёта информирует пассажира о том, что полёт проходит на высоте 35 000 футов. Выразите высоту полёта в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

1

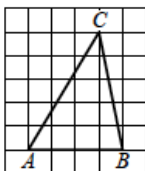
- 2 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, за сколько часов напряжение упадёт с 1,4 вольта до 1 вольта.

2



- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1х1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его высоты, опущенной на сторону AB.

3



- 4 Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,94. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

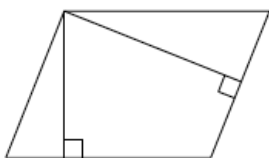
4

- 5 Найдите корень уравнения $\log_8 (5x + 47) = 3$.

5

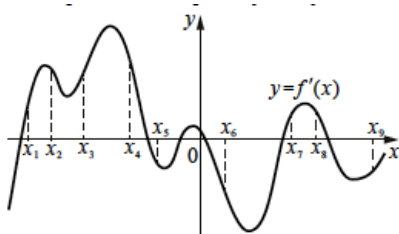
- 6 Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.

6

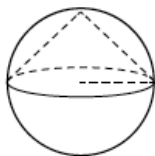


- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?

7



- 8 Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 47. Найдите объем шара.



- 9
$$\frac{\left(\frac{3}{55} \cdot \frac{2}{73}\right)^{15}}{35^9}.$$

Найдите значение выражения

- 10 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a = 4500 \text{ км/ч}^2$. Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 90 км/ч.

- 11 Первая труба наполняет резервуар на 48 минут дольше, чем вторая. Обе трубы, работая одновременно, наполняют этот же резервуар за 45 минут. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

- 12 Найдите точку минимума функции $y = (1 - 2x) \cos x + 2 \sin x + 7$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

8

9

10

11

12

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ.

- 13 а) Решите уравнение $8^x - 3 \cdot 4^x - 2^x + 3 = 0$
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1,5; 3]$.
 а) $0; \log_2 3$
 б) $\log_2 3$
-
- 14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро AA_1 равно $2\sqrt{2}$. На рёбрах AB , A_1B_1 и B_1C_1 отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = B_1N = C_1K = 2$.
 а) Пусть L — точка пересечения плоскости MNK с ребром AC . Докажите, что $MNKL$ — квадрат.
 б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .
 б) 21
-
- 15 Решите неравенство $(20 - 11x) \cdot \log_{5x} - 9(x^2 - 4x + 5) \leq 0$
 (1,8; 20/11) & (2; + ∞)
-
- 16 Точка O — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC , I — центр вписанной в него окружности, H — точка пересечения высот. Известно, что $\angle BAC = \angle OBC + \angle OCB$.
 а) Докажите, что точка H лежит на окружности, описанной около треугольника BOC .
 б) Найдите угол ONI , если $\angle ABC = 40^\circ$.
 б) 160°
-
- 17 Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 1 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 10 млн рублей.
 6 млн
-
- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
- $$\begin{cases} \frac{xy^2 - 2xy - 4y + 8}{\sqrt{4-y}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$
- имеет ровно три различных решения.
 $a \in (0; 1) \cup (1; 4)$
-
- 19 Множество чисел назовём хорошим, если его можно разбить на два подмножества с одинаковым произведением чисел.
 а) Является ли множество $\{100; 101; 102; \dots; 199\}$ хорошим?

б) Является ли множество $\{2; 4; 8; \dots; 2^{200}\}$ хорошим?

в) Сколько хороших четырёхэлементных подмножеств у множества $\{1; 3; 4; 5; 6; 7; 9; 11; 12\}$?

а) нет

б) да

в) 2 множества

Ответы

1	10675
2	14
3	5
4	0,07
5	93
6	6
7	3
8	188
9	7
10	0,9
11	72
12	0,5
13	а) $0; \log_2 3$ б) $\log_2 3$
14	б) 21
15	$(1,8; 20/11) \cap (2; +\infty)$
16	б) 160°
17	6 млн
18	$a \in (0; 1) \cup (1; 4)$
19	а) нет б) да в) 2 множества

Обо всех неточностях пишите на почту (с указанием номера варианта и задания):
dasha@neznaika.pro

Источник: <http://neznaika.pro/test/math/p/628-variant-21.html>