《普通物理学 I（H)》课程

课程作业（1）

张晗潇　　12036020　　浙江大学物理学系　　理论物理班·聚变理论与模拟中心

邮箱：zhx_199855@163.com　　联系电话：17367078032　　授课教师：马志为　　on 2021.3.5

Execrise 1.29

在 1960～1983 年间，长度单位“米”被定义为氪原子发出某种特定的橙红色光波长的 1650763.73 倍。计算一个波长的长度（以纳米为单位），并且用适当的有效数字表达结果。

解：

该种橙红色光的波长

$$\lambda=\frac{1\ \mathrm{m}}{1650763.73}=6.05780210\times10^{-7}\ \mathrm{m}=605.780210\ \mathrm{nm}$$

其中修约至九位有效数字。(注：分子 $1\ \mathrm{m}$ 是被定义的量，故认为其是绝对精确。)

Execrise 1.31

能够供地下水渗流通过的多孔岩石被称为“含水层”(aquifer)。其在时间 t 内渗流出水的体积 V 和所通过含水层的横截面积 A 之间的关系由下式给出

$$\frac{V}{t}=\frac{KAH}{L}$$

其中 H 是在含水层渗流路径水平跨度 L 上的垂直降落距离，如图（图略）所示，这个关系被称作达西定律（Darcy's Law)。K 为渗透系数（含水层的水力传导率)，试给出 K 的 SI 制单位。

解：

对于达西定律的表达式利用 SI 制单位进行量纲分析，有

$$\frac{V}{t}=\frac{KAH}{L}\qquad\Rightarrow\qquad\frac{[\mathrm{m}^3]}{[\mathrm{s}]}=\frac{[K][\mathrm{m}^2][\mathrm{m}]}{[\mathrm{m}]}$$

得到

$$[K]=[\mathrm{m/s}]$$

Problem 1.7

加利福尼亚的细沙滩上，沙粒的平均半径为$50\ \mu\text{m}$。如果一把沙粒的总表面积恰好等于棱长$1\ \text{m}$的立方体的表面积，则这一把沙粒的总质量是多少？沙子由二氧化硅组成，每$1\ \text{m}^3$的沙子质量约为$2600\ \text{kg}$。

解：

棱长$1\ \text{m}$的立方体表面积是

$$S = 6a^2 = 6\ \text{m}^2$$

假定沙粒为球形，则单颗沙粒的表面积是

$$s_0 = 4\pi r^2 = 3.14159 \times 10^{-8}\ \text{m}^2$$

故这把沙粒的总数为

$$N = \frac{S}{s_0} = 1.90986 \times 10^8$$

这把沙粒的总质量为

$$M = Nm_0 = N\rho \frac{4}{3}\pi r^3 = 0.260\ \text{kg}$$

其中$\rho = 2600\ \text{kg/m}^3$为沙粒密度。

Problem 1.9

在固体物质中，相邻原子或分子之间的距离可以通过计算体积等于原子或分子体积的球体半径的两倍来估算，计算铁和钠中相邻原子的距离。铁和钠的密度分别为$7870\ \text{kg/m}^3$和$1013\ \text{kg/m}^3$，铁原子的质量为$9.27 \times 10^{-26}\ \text{kg}$，钠原子的质量为$0.288°$。

解：

将铁和钠原子近似为实心球体，则一个铁原子和一个钠原子所占球体的体积分别为

$$V_{\text{Fe}} = \frac{m_{\text{Fe}}}{\rho_{\text{Fe}}} = 1.18 \times 10^{-29}\ \text{m}^3$$

$$V_{\text{Na}} = \frac{m_{\text{Na}}}{\rho_{\text{Na}}} = 3.78 \times 10^{-29}\ \text{m}^3$$

则对应的球体半径分别为

$$r_{\text{Fe}} = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}V_{\text{Fe}}} = 1.41 \times 10^{-10}\ \text{m}$$

$$r_{\text{Na}} = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}V_{\text{Na}}} = 2.08 \times 10^{-10}\ \text{m}$$

则相邻两原子间的距离近似为该球体半径的两倍，即

$$d_{\text{Fe}} = 2r_{\text{Fe}} = 2.82 \times 10^{-10}\ \text{m} = 282\ \text{pm}$$

$$d_{\text{Na}} = 2r_{\text{Na}} = 4.16 \times 10^{-10}\ \text{m} = 416\ \text{pm}$$

Execrise 2.6

一艘船原计划向北航行124 km，一场意外的暴风把船吹到起点北边72.6 km、东边31.4 km公里处。它现在必须朝哪个方向航行多远才能到达其原始目的地？

解：

利用矢量减法

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_{\mathrm{f}}-\boldsymbol{r}_{\mathrm{i}}$$

即（以向东为$+x$方向，以向北为$+y$方向），分量运算后有

$$r_x=r_{\mathrm{f}x}-r_{\mathrm{i}x}=51.4\ \mathrm{km}$$
$$r_y=r_{\mathrm{f}y}-r_{\mathrm{i}y}=-31.4\ \mathrm{km}$$

转为极坐标表示，即

$$r=\sqrt{r_x^2+r_y^2}=60.2\ \mathrm{km}$$

$$\phi=\arctan\frac{r_y}{r_x}=148.6^\circ$$

即该船还需要航行60.2 km，方向为极坐标系中的148.6°方向（即西偏北31.4°）。注意不要错误地得到东偏南31.4°的结果，尽管它们的$\tan\phi$值是相同的，但是只需要画图就可以排除这个错误的方向。

Execrise 2.9

已知两个矢量$\boldsymbol{a}=4.0\hat{\boldsymbol{i}}-3.0\hat{\boldsymbol{j}}$、$\boldsymbol{b}=6.0\hat{\boldsymbol{i}}+8.0\hat{\boldsymbol{j}}$，求出下列矢量的辐值（模长）和方向：$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$。

解：

显然有（计算过程略，辐角从$+x$轴起算）

$\boldsymbol{a}=4.0\hat{\boldsymbol{i}}-3.0\hat{\boldsymbol{j}}$	辐值 5.0	辐角 323°
$\boldsymbol{b}=6.0\hat{\boldsymbol{i}}+8.0\hat{\boldsymbol{j}}$	辐值 10.0	辐角 53.1°
$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=10.0\hat{\boldsymbol{i}}+5.0\hat{\boldsymbol{j}}$	辐值 11.2	辐角 26.2°
$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=2.0\hat{\boldsymbol{i}}+11.0\hat{\boldsymbol{j}}$	辐值 11.2	辐角 79.7°
$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=-2.0\hat{\boldsymbol{i}}-11.0\hat{\boldsymbol{j}}$	辐值 11.2	辐角 260°

注意辐角的表示方式不唯一。

Execrise 2.15

雷达站检测到从东方来的导弹。首次发现时，导弹在地平线上方$40.0°$处，距离为$12000\ \text{ft}$（英尺）。后来又发现导弹在东－西竖直平面上转过了$123°$视角，距离为$25800\ \text{ft}$，如图（图略）。求出雷达追踪期间导弹的位移。

解：

利用矢量减法

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_{\mathrm{f}}-\boldsymbol{r}_{\mathrm{i}}$$

首先将导弹的初位置和末位置分别转化为直角坐标中表示（以向东为$+x$方向，以向上为$+y$方向），即

$$\boldsymbol{r}_{\mathrm{i}}=(9192.5\ \text{ft})\hat{\boldsymbol{i}}+(7713.4\ \text{ft})\hat{\boldsymbol{j}}$$

$$\boldsymbol{r}_{\mathrm{f}}=(-24672\ \text{ft})\hat{\boldsymbol{i}}+(7543.2\ \text{ft})\hat{\boldsymbol{j}}$$

再利用矢量分量运算即可求出

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_{\mathrm{f}}-\boldsymbol{r}_{\mathrm{i}}=(-33865\ \text{ft})\hat{\boldsymbol{i}}+(-170.2\ \text{ft})\hat{\boldsymbol{j}}$$

即在雷达追踪期间导弹向西移动了$33865\ \text{ft}$、向下移动了$170.2\ \text{ft}$（或向西朝斜下方$0.288°$方向移动了$33865\ \text{ft}$。）

Execrise 2.22

4 月 15 日，一架飞机于当地时间$4{:}40\,\text{PM}$从巴西的贝伦（Belém）起飞，前往厄瓜多尔加拉帕戈斯省（Galapagos）的维拉米尔港（Villamil），飞机于维拉米尔港当地时间$8{:}40\,\text{PM}$降落。贝伦和维拉米尔港的日落时间分别是$6{:}15\,\text{PM}$和$7{:}06\,\text{PM}$（均按当地时间），飞机上的乘客在航程中什么时候能看到日落？

解：

查阅资料与地图可知，贝伦（Belém）是巴西东北部帕拉（Pará）州的首府城市，经纬度$(1.4558°\text{S},\ 48.5039°\text{W})$，采用巴西利亚时区（西三区，$\text{UTC}-3$）[1]。维拉米尔港（Puerto Villamil）是一个小港口村庄，位于厄瓜多尔东部加拉帕戈斯（Galápagos）群岛的东南边缘，经纬度$(0.9568°\ \text{S},\ 90.9672°\ \text{W})$，采用加拉帕戈斯时区（西六区，$\text{UTC}-6$）[2]。因此出发地和到达地之间有三小时的时差。

如果根据教材上题目中所给数据，统一按贝伦所在时区换算，并采用二十四小时制以方便书写：飞机起飞时间为$16{:}40$、到达时间为$23{:}40$，贝伦的日落时间为$18{:}15$，维拉米尔港的日落时间为$22{:}06$。则同样通过从贝伦到维拉米尔港的一段位移L，飞机的速度为

$$v_1=\frac{L}{7\ \text{h}}$$

日落所在处（晨昏线）移动的速度为

$$v_2 = \frac{L}{3\ \text{h}\ 51\ \text{min}}$$

以上位移和两个速度均只取沿纬线方向分量。

则飞机从贝伦起飞后$t_0 = 95\ \text{min}$，日落（晨昏线）到达贝伦，此时飞机距离贝伦已经远离了

$$\Delta L = v_1 t_0 = 0.226L$$

此刻开始晨昏线追赶飞机，由于两者的速度差约为

$$\Delta v = v_2 - v_1 = \frac{L}{513}$$

则晨昏线赶上飞机（飞机上的乘客看到日落）还需要经过的时间约为

$$\Delta t = \frac{\Delta L}{\Delta v} = 116\ \text{min}$$

也就是飞机上的乘客约在起飞后$t_0 + \Delta t = 211\ \text{min}$（$3\ \text{h}\ 31\ \text{min}$）看到日落。

进一步分析：

有同学在解题过程中向助教提出问题：维拉米尔港作为赤道附近的城市，日落在当地时间（UTC − 6）的7:06 PM 这一数据不合常理。助教获知该问题后继续查找资料并利用相关天文网站进行计算，发现实际上维拉米尔港在 4 月 15 日这一天的日落时间应为大约6:06 PM（UTC − 6）[3]。

查考相关历史文献资料发现：维拉米尔港所位于的加拉帕戈斯群岛，在长期以来一直是跟随厄瓜多尔国内大部分地区采用厄瓜多尔时区（西五区，UTC − 5），直到 1986 年才改为加拉帕戈斯时区（西六区，UTC − 6）[4]。因此怀疑该教材可能由于数据陈旧或编者疏忽等原因未能反映这一变化，所描述的维拉米尔港使用的是旧的厄瓜多尔时区。根据该本《物理学》（*Physics*）教材的前言考证，发现该教材为第五版，出版于 2002 年，其最早版本为出版于 1960 年的《理科和工科学生的物理学》（*Physics for Students of Science and Engineering*），后来又经历多次修订。经寻找旧版本教材文献，查证得第四版教材（1992 年）无此题，第三版教材（1977 年）在网络上未找到文献，故难以追溯此题最早出现的时间。助教已准备就此问题向出版社反映。

因此假定教材描述的维拉米尔港使用的是旧的厄瓜多尔时区（西五区，UTC − 5），则日落时间7:06 PM 即为正确（相当于加拉帕格斯时区的6:06 PM），那么出发地和到达地之间只有两小时的时差，其他计算过程与之前相同：

统一按贝伦所在时区换算，并采用二十四小时制以方便书写：飞机起飞时间为16:40、到达时间为22:40，贝伦的日落时间为18:15，维拉米尔港的日落时间为21:06。则同样通过从贝伦到维拉米尔港的一段位移L，飞机的速度为

$$v_1 = \frac{L}{6\ \text{h}}$$

日落所在处（晨昏线）移动的速度为

$$v_2 = \frac{L}{2\ \text{h}\ 51\ \text{min}}$$

以上位移和两个速度均只取沿纬线方向分量。

同样飞机从贝伦起飞后$t_0 = 95\ \text{min}$，日落（晨昏线）到达贝伦，此时飞机距离贝伦已经

远离了

$$\Delta L = v_1 t_0 = 0.264L$$

此刻开始晨昏线追赶飞机，由于两者的速度差约为

$$\Delta v = v_2 - v_1 = \frac{L}{326}$$

则晨昏线赶上飞机（飞机上的乘客看到日落）还需要经过的时间约为

$$\Delta t = \frac{\Delta L}{\Delta v} = 86.1\ \text{min}$$

也就是飞机上的乘客约在起飞后$t_0 + \Delta t = 181.1\ \text{min}$（$3\ \text{h}\ 1.1\ \text{min}$）看到日落。

由于本题综合性较强、牵涉面过广，只要基本推理思路和计算过程正确均可得分。

另外，有些同学可能会怀疑日落时间在表达上推迟了一小时可能是因为采用了夏令时（Daylight saving time，DST，又称夏时制）的缘故。经查证，厄瓜多尔除了上世纪 90 年代在总统西斯托·杜兰·巴伦（Sixto Durán Ballén）执政期间的短暂时期（从 1992 年 11 月 28 日至 1993 年 2 月 5 日）外，均未施行过夏令时[5]。

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Bel%C3%A9m

[2] https://en.wikipedia.org/wiki/Puerto_Villamil

[3] https://www.timeanddate.com/sun/@10793017

[4] https://en.wikipedia.org/wiki/Time_in_Ecuador

[5] https://www.timeanddate.com/time/change/@10793017

Problem 2.3

一间房间的尺寸为$10\ \text{ft} \times 12\ \text{ft} \times 14\ \text{ft}$。一只苍蝇从一个墙角处飞到和它相对的墙角处。

(1) 在坐标轴与房间边缘平行的坐标系中找到位移矢量；

(2) 位移的大小是多少？

(3) 苍蝇飞行的实际路径长度可以大于、等于或小于这个距离吗？

(4) 如果苍蝇只能行走而不是飞行，它可以选择的最短路径的长度是多少？

解：

(1) 位移矢量

$$\boldsymbol{r} = (10\ \text{ft})\hat{\boldsymbol{i}} + (12\ \text{ft})\hat{\boldsymbol{j}} + (14\ \text{ft})\hat{\boldsymbol{k}}$$

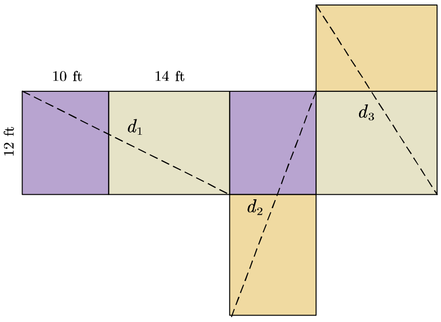
(2) 位移的大小

$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2} = 21\ \text{ft}$$

(3) 实际路径长度可能等于（沿着直线段）或大于（沿着其他路径）此距离，但不可能小于。

(4) 也就是苍蝇只能沿着该房间的内表面移动。解决方法为绘制该房间（长方体）的展开图（如下图），并在展开图上查找最短路径，所有可能的路径只有三种情况：

$$d_1 = \sqrt{(10\ \text{ft} + 14\ \text{ft})^2 + (12\ \text{ft})^2} = 27\ \text{ft}$$
$$d_2 = \sqrt{(12\ \text{ft} + 14\ \text{ft})^2 + (10\ \text{ft})^2} = 28\ \text{ft}$$
$$d_3 = \sqrt{(10\ \text{ft} + 12\ \text{ft})^2 + (14\ \text{ft})^2} = 26\ \text{ft}$$



显然，则最短路径的长度为$d_3 = 26\ \text{ft}$。

Problem 2.18

将一个球垂直抛向空中，初始速度介于$(25+\varepsilon)\ \text{m/s}$和$(25-\varepsilon)\ \text{m/s}$之间，$\varepsilon$是一个和25相比很小的数字。该球从抛出到返回地面的总飞行时间介于$t-\tau$和$t+\tau$之间，求t和τ。

解：

显然总飞行时间相对于初始速度为单调关系。因此可以取初始速度的两个极端值$v_1 = (25+\varepsilon)\ \text{m/s}$和$v_2 = (25+\varepsilon)\ \text{m/s}$分别计算落地时间，则

$$t_1 = \frac{2v_1}{g} = \frac{2}{g}\cdot(25+\varepsilon)\text{m/s}$$
$$t_2 = \frac{2v_2}{g} = \frac{2}{g}\cdot(25-\varepsilon)\text{m/s}$$

显然可以发现总飞行时间的平均值（中心值）

$$t = \frac{2}{g}\cdot 25\ \text{m/s} = 5.1\ \text{s}$$

这也就是直接取初始速度平均值（中心值）$25\ \text{m/s}$代入计算的结果；以及也可以发现总飞行时间的半展宽（最大扰动量）

$$\tau = \frac{2}{g}\cdot\varepsilon\ \text{m/s} = \frac{\varepsilon}{4.9}\ \text{s}$$

其中取重力加速度$g = 9.8\ \text{m/s}^2$。

注意，t可以被认为是初始速度的中心值贡献的部分；τ可以被认为是初始速度的扰动量贡献的部分。