

二阶系统的瞬态响应实验报告

黄于翀 3210105423

一、实验目的

- 1、熟悉二阶模拟系统的组成。
- 2、研究二阶系统分别工作在 $\xi = 1$ ， $0 < \xi < 1$ 和 $\xi > 1$ 三种状态下的单位阶跃响应。
- 3、分析增益K对二阶系统单位阶跃响应的超调量 σ_p 、峰值时间 t_p 和调整时间 t_s 。

二、实验原理

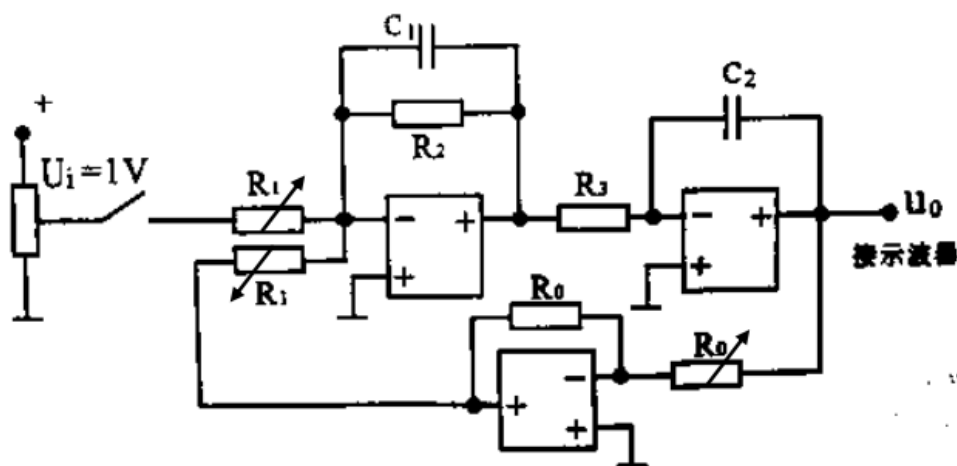


图 1 二阶系统的模拟电路

图 1 为二阶系统的模拟电路图，它是由惯性环节、积分环节和反相器组成。图 2 为图 1 的原理方框图，图中 $K = R_2 / R_1$ ，

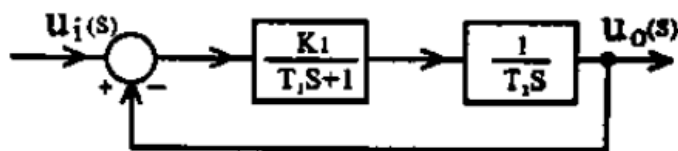


图 2 二阶系统原理框图

$T_1 = R_2 C_1$ ， $T_2 = R_3 C_2$ 。由图 2

求得二阶系统的闭环传递函数为：

$$\frac{U_0(S)}{U_1(S)} = \frac{K}{T_1 T_2 S^2 + T_2 S + K} = \frac{K / T_1 T_2}{S^2 + S / T_1 + K / T_1 T_2} \quad (1)$$

而二阶系统标准传递函数为：

$$G(S) = \frac{\omega_n^2}{S^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2} \quad (2)$$

对比式 (1) 和式 (2)，得

$$\omega_n = \sqrt{K / T_1 T_2}, \quad \xi = \sqrt{T_2 / 4 T_1 K}$$

若令 $T_1 = 0.2S$, $T_2 = 0.5S$, 则 $\omega_n = \sqrt{10K}$, $\xi = \sqrt{0.625 / K}$

调节开环增益 K 值, 不仅能改变系统无阻尼自然振荡频率 ω_n 和 ξ 的值, 还可以得到过阻尼 ($\xi > 1$)、临界阻尼 ($\xi = 1$) 和欠阻尼 ($\xi < 1$) 三种情况下的阶跃响应曲线。

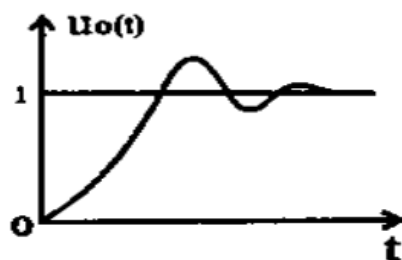


图 3 $0 < \xi < 1$ 时的阶跃响应曲线

(1)、当 $K > 0.625$, $0 < \xi < 1$, 系统处在欠阻尼状态, 它的单位阶跃响应表达式为:

$$u_0(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + tg^{-1} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}) \quad (3)$$

式中 $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}$ 。图 3 为二阶系统在欠阻尼状态下的单位阶跃响应曲线。

(2)、当 $K = 0.625$ 时, $\xi = 1$, 系统处在临界阻尼状态, 它的单位阶跃响应表达式为:

$$u_0(t) = 1 - (1 + \omega_n t) e^{-\omega_n t}$$

如图 4 为二阶系统工作临界阻尼时的单位响应曲线。

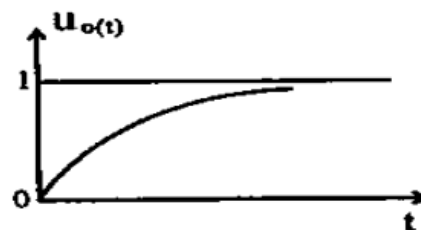
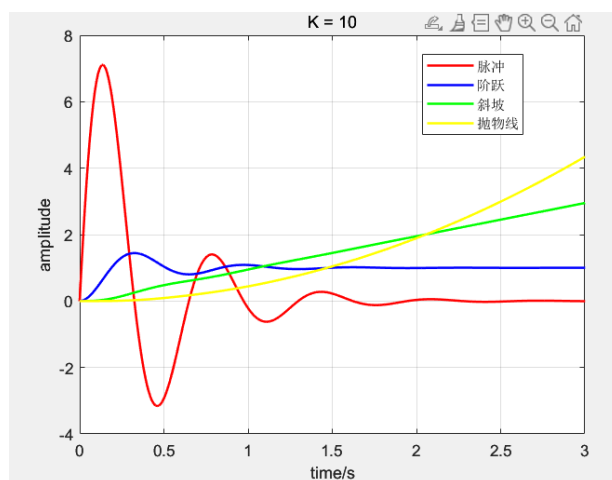
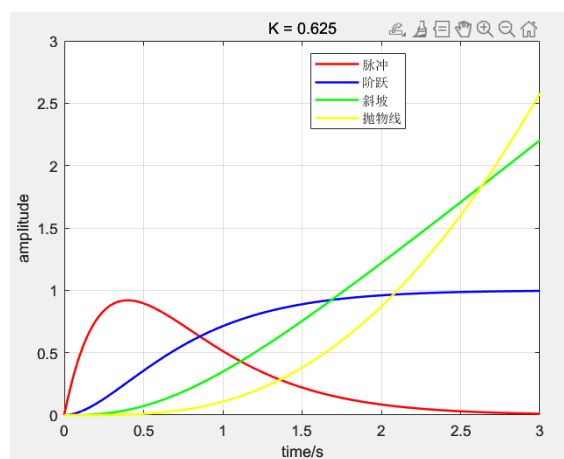
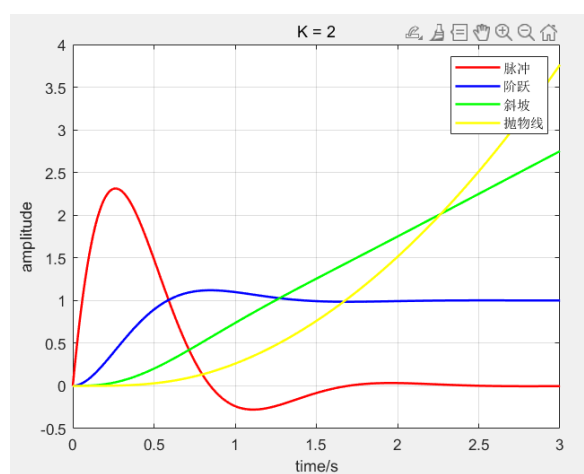
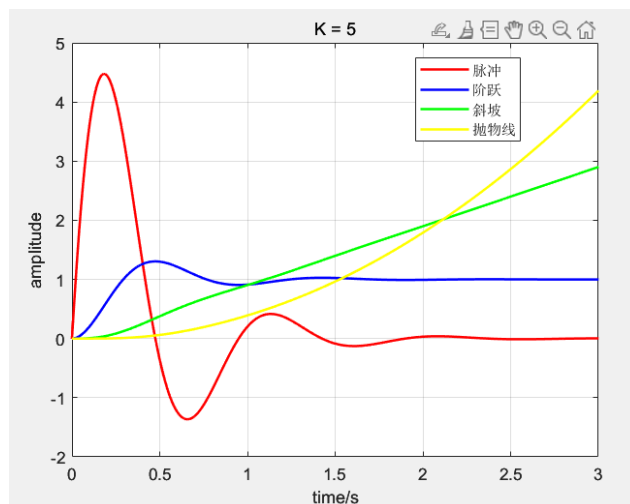


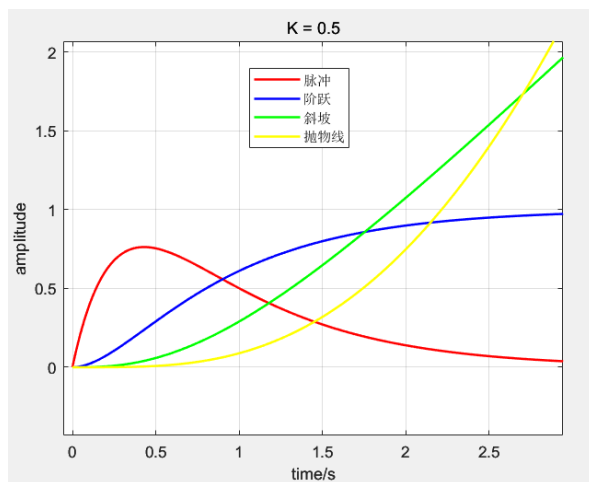
图 4 $\xi = 1$ 时的阶跃响应曲线

(3)、当 $K < 0.625$ 时, $\xi > 1$, 系统工作在过阻尼状态, 它的单位阶跃响应曲线和临界阻尼时的单位阶跃响应一样为单调的指数上升曲线, 但后者的上升速度比前者缓慢。

三、瞬态响应曲线



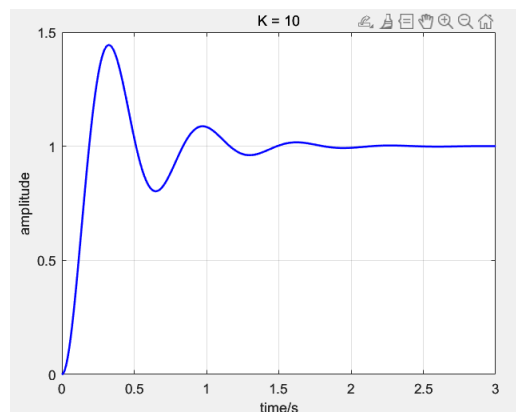




四、实验内容

1.阶跃输入

(1) $K = 10$ ，则调节 $R_1 = 20\ \Omega$ 。故可得 $\omega = 10, \xi = 0.25$



由实验所得图像可知

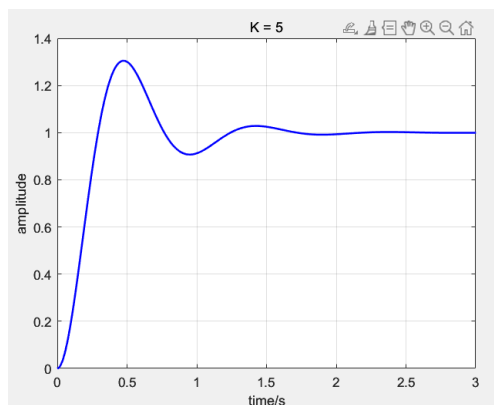
超调量 $\sigma_p = 44\%$ ，峰值时间 $t_p = 0.3s$ ，稳定时间 $t_s = 1.1s$

计算得到动态性能指标

超调量 $\sigma_p = 44.32\%$ ，峰值时间 $t_p = 0.3316s$ ，稳定时间 $t_s = 1.0868s$

与实验结果接近

(2) $K = 5$ ，则调节 $R_1 = 40\ \Omega$ 。故可得 $\omega = 7.07, \xi = 0.35$



由实验所得图像可知

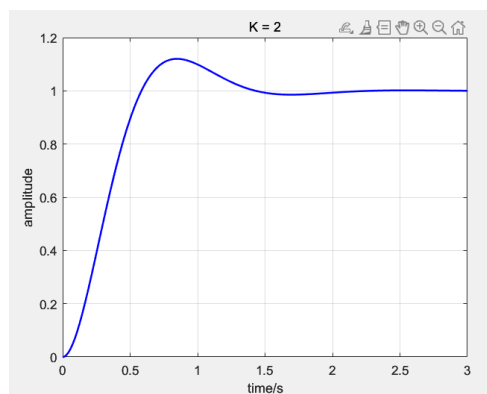
超调量 $\sigma_p = 30\%$, 峰值时间 $t_p = 0.5s$, 稳定时间 $t_s = 1.1s$

计算得到动态性能指标

超调量 $\sigma_p = 30.49\%$, 峰值时间 $t_p = 0.4789s$, 稳定时间 $t_s = 1.1237s$

与实验结果接近

(3) $K = 2$, 则调节 $R_1 = 100\ \Omega$ 。故可得 $\omega = 4.47, \xi = 0.56$



由实验所得图像可知

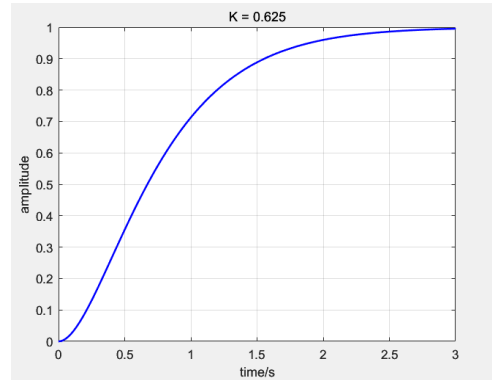
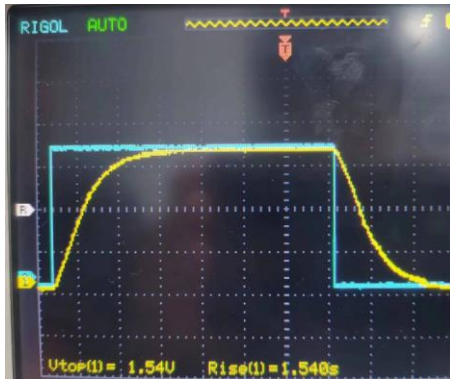
超调量 $\sigma_p = 12\%$, 峰值时间 $t_p = 0.9s$, 稳定时间 $t_s = 1.2s$

计算得到动态性能指标

超调量 $\sigma_p = 12.03\%$, 峰值时间 $t_p = 0.8474s$, 稳定时间 $t_s = 1.1973s$

与实验结果接近

(4) $K = 0.625$, 则调节 $R_1 = 320\ \Omega$ 。故可得 $\omega = 2.5, \xi = 1$



由实验所得图像可知

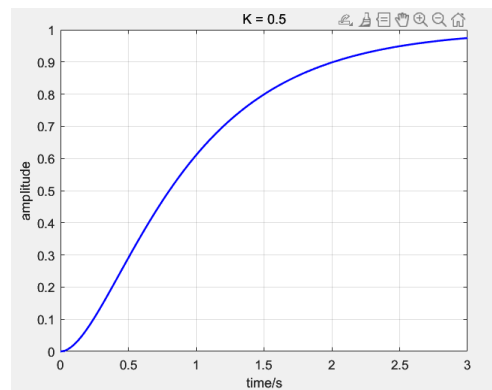
超调量 $\sigma_p = 0\%$, 峰值时间 $t_p = \infty$, 稳定时间 $t_s = 1.9s$

计算得到动态性能指标

超调量 $\sigma_p = 0.0\%$, 峰值时间 $t_p = \infty$, 稳定时间 $t_s = 1.9158s$

与实验结果接近

(5) $K = 0.5$, 则调节 $R_1 = 400\ \Omega$ 。故可得 $\omega = 2.24$, $\xi = 1.12$



由实验所得图像可知

超调量 $\sigma_p = 0\%$, 峰值时间 $t_p = \infty$, 稳定时间 $t_s = 2.5s$

计算得到动态性能指标

超调量 $\sigma_p = 0.0\%$, 峰值时间 $t_p = \infty$, 稳定时间 $t_s = 2.5202s$

与实验结果接近

2.三角波输入

(1) $K = 2$, 则调节 $R_1 = 100\ \Omega$ 。实验所得结果如下



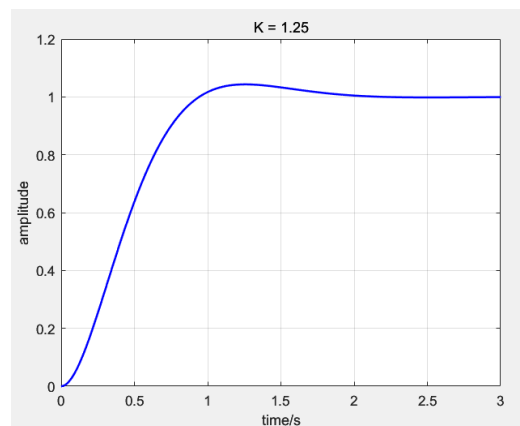
(2) $K = 0.5$, 则调节 $R_1 = 400 \Omega$ 。实验所得结果如下



二者对于斜坡信号输入理论的稳态误差均为 0，显然 $K=2$ 时对斜坡的跟随性能更好。

3. 满足特定 ξ

满足 $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}$, 则计算可得 $K = 1.25$ $\omega = 3.54$, 由此得到 $R = 160 \Omega$ 。



由所得图像可知

$$\text{超调量}\sigma_p = 4\%, \text{峰值时间}t_p = 1.3s, \text{稳定时间}t_s = 0.8s$$

计算得到动态性能指标

$$\text{超调量}\sigma_p = 4.32\%, \text{峰值时间}t_p = 1.2526s, \text{稳定时间}t_s = 0.8289s$$

与实验结果相近

五、心得与体会

在进行二阶系统的瞬态响应实验后，我对系统的动态特性和瞬态响应有了更深入的理解。以下是我在实验中的心得与体会。

首先，通过实验我了解到二阶系统的瞬态响应受到系统的阻尼比和自然频率的影响。阻尼比描述了系统的阻尼程度，而自然频率则反映了系统的固有振动频率。在实验中，我通过改变阻尼比和自然频率的数值，观察了对应的瞬态响应变化。我发现当阻尼比增大时，系统的振荡现象减弱，瞬态响应趋于稳定；而当自然频率增大时，系统的振荡周期减小，响应速度加快。

其次，实验中我学会了使用不同的输入信号（如单位阶跃信号、三角波信号等）来激励系统，以观察系统的瞬态响应。通过观察系统对不同输入信号的响应，我能够了解系统的稳态误差、超调量和调整时间等指标。这使我能够对系统的性能进行评估，并通过调整控制器参数来改善系统的响应特性。

此外，实验中还学会了使用 MATLAB 或其他工具进行系统的建模和仿真。通过建立二阶系统的传递函数模型，并使用仿真工具进行瞬态响应仿真，我能够更直观地观察系统的响应曲线。这为我在实验中的数据分析和结果验证提供了有力的工具。

最后，在实验中我也体会到了团队合作和实验报告的重要性。与同组的同学共同讨论和分析实验结果，互相交流心得与体会，有助于深化对二阶系统瞬态响应的理解。撰写实验报告时，我结合实验数据和观察结果，进行了详细的分析和总结，以便更好地展示实验过程和结论。

六、思考题

1、如果阶跃输入信号的幅值过大，会在实验中产生什么后果？

可能会出现饱和效应，或者导致系统不稳定和信号失真，甚至导致设备损坏。

2、在电子模拟系统中，如何实现负反馈和单位负反馈？

在电子模拟电路中，利用集成运算放大器，将运放的输出端和负输入端相连即可实现负反馈。

单位负反馈则是让阻抗比例为 1:1 即可（最简单的负反馈模型）。

3、为什么本实验的模拟系统中要用三只运算放大器？

本实验的电路由三个经典环节(比例环节，积分环节，惯性环节)组成，每个经典环节用到一个运算放大器。。